

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ».

Физический факультет

Кафедра автоматизации физико-технических исследований

Димова Александра Сергеевна

КУРСОВАЯ РАБОТА

Моделирование движения квадрокоптера со смещённым центром тяжести
3 курс, группа №14305

Научный руководитель:

с. н. с. ИАиЭ СО РАН, к.т.н.

_____ К. Ю. Котов

«__»_____ 2017 г.

Оценка научного руководителя

Оценка за курсовую работу

Новосибирск 2017

Оглавление

1. Введение	3
2. Постановка задачи	4
3. Вывод уравнений движения	4
4. Численное моделирование	8
5. Выводы	12

1) Введение

Концепция квадрокоптера — четырёхвинтового летательного аппарата — известна довольно давно. В 1907 году в воздух поднялся аппарат «Gyroplane N 1» с четырьмя пропеллерами, причём две пары винтов вращались в противоположных направлениях. Путём изменения скорости вращения роторов можно было менять подъёмную силу и двигаться. В 1922 году впервые поднялся в воздух аппарат вертикального подъёма, совершивший в итоге более 100 полётов.

В последние годы исследовательский интерес в беспилотных летательных аппаратах (БПЛА) и в частности в квадрокоптерах возродился в связи с успехами в области микромеханики и микроэлектроники. БПЛА используются не только для наблюдения за районами, где пребывание человека опасно для жизни, но и для исследования геофизических свойств территорий с измерительными приборами на борту.

Аэрогеофизические технологии отличаются от других геолого-исследовательских высокой скоростью обследования труднодоступных территорий, экономичностью и возможностью сочетания различных геофизических методов. Кроме того, спутниковые навигационные системы обеспечивают высокую точность высотной и плановой привязки результатов измерений.

В мировой геологоразведке в последнее десятилетие доля аэрогеофизических работ увеличилась, но ввиду высокой стоимости эксплуатации носителей в России рост использования аэрогеофизических технологий отстаёт от общемирового примерно в пять раз [1].

Применение БПЛА для геофизических исследований позволяет обойти проблему стоимости для решения широкого класса задач. Существует три типа БПЛА: вертолётные БПЛА, самолётные БПЛА и мультикоптеры. Однако в области аэрогеофизических исследований наиболее удобными являются лёгкие БПЛА самолётного типа и мультикоптеры.

Можно выделить следующие преимущества БПЛА в аэрогеофизических исследованиях по сравнению с пилотируемыми ЛА:

- Снижение стоимости работ;
- Возможность использования широкого высотного диапазона проведения геофизических съёмок;
- Возможность оперативного проведения разновременной съёмки на заданном маршруте;
- Получение более подробной и качественной информации, необходимой для выделения малоконтрастных аномалий;
- Отсутствие необходимости в специальных взлетно-посадочных площадках;
- Отсутствие необходимости в высококвалифицированном лётном персонале;

Одной из задач аэрогеофизики является измерение слабых магнитных полей, которые могут помочь в поиске новых месторождений, но, поскольку датчики для измерения этих полей высокочувствительны, данные будут искажаться за счёт сигналов управления БПЛА. Одним из решений данной проблемы является идея закрепления датчика на подвесе, который представляет собой трос или стержень, для уменьшения сторонних помех [2,3].

В [2] сравнены колебания полезной нагрузки при движении вертолѐта в зависимости от конфигурации подвеса. Контроль полѐта по заданной траектории полезной нагрузки, связанной с несколькими квадрокоптерами исследовали в университете Джорджа Вашингтона [3]

В данной работе рассматривается задача моделирования движения квадрокоптера с грузом, подвешенным на невесомом стержне в центре масс. В качестве решения данной задачи мы использовали метод Лагранжа, основываясь на работе [4]. Были рассмотрены модели с жѐстко связанным с центром масс квадрокоптера и с шарнирно-закреплѐнным стержнем. Результаты моделирования выявили появление колебаний груза и был предложен подход для их уменьшения.

2) Постановка задачи

Основной задачей работы было исследовать поведение квадрокоптера при наличии закреплѐнного стержнем груза. Для этого в первой части работы были рассмотрены силы, действующие на оба тела, и получены уравнения движения. Во второй части работы мы промоделировали движение квадрокоптера и узнали изменения составляющих движения, подставив реальные значения масс квадрокоптера и груза, момента инерции квадрокоптера и длины стержня. Стоит отметить, что в работе [4] рассматривалось движение в трёхмерном пространстве и, соответственно выводились соотношения для движения по трѐм координатам: x, y, z и по трѐм углам: крена, рысканья и тангажа, однако, в нашем случае наиболее значимым является прямолинейное движение, поэтому в данной работе рассматривается двумерный случай с двумя координатами x, z и единственным углом — углом тангажа.

3) Вывод уравнений движения:

Для получения уравнений мы, как и в [4], воспользовались методом Лагранжа. В общем случае Лагранжиан определяется, как $L=T-U$, где T – кинетическая энергия тела, а U потенциальная. Наша модель состоит из двух тел: квадрокоптера и полезного груза на подвесе (невесомом стержне), следовательно Лагранжиан модели выглядит следующим образом (1.1)

$$L=L_1+L_2=T_1+T_2-U_1-U_2 \quad (1)$$

$$T_1=\frac{1}{2}(\dot{x}^2+\dot{z}^2)+\frac{1}{2}I_{yy}(\dot{\theta})^2 \quad (2)$$

$$U_1 = m_1 g z \quad (3)$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_1^2 + \dot{z}_1^2) \quad (4)$$

где L_1, T_1, U_1 - лагранжева функция, кинетическая и потенциальная энергия квадрокоптера, а L_2, T_2, U_2 те же характеристики полезного груза, соответственно.

В нашей работе были рассмотрены два случая: 1) стержень жёстко связан с центром масс квадрокоптера, 2) стержень шарнирно закреплён в центре масс квадрокоптера.

1) В первом случае положим, что при угле тангажа θ угол между вертикалью и стержнем совпадает с θ . Полагаясь на этот факт, мы вывели уравнение на потенциальную энергию полезного груза:

$$U_2 = m_2 g (z - l \cos(\theta)) \quad (5)$$

Также, можно выразить координаты x_1, z_1 груза через координаты x, z квадрокоптера:

$$\begin{aligned} x_1 &= x + l \sin(\theta) & z_1 &= z - l \cos(\theta) \\ \dot{x}_1 &= \dot{x} + l \cos(\theta) \dot{\theta} & \dot{z}_1 &= \dot{z} + l \sin(\theta) \dot{\theta} \end{aligned} \quad (6)$$

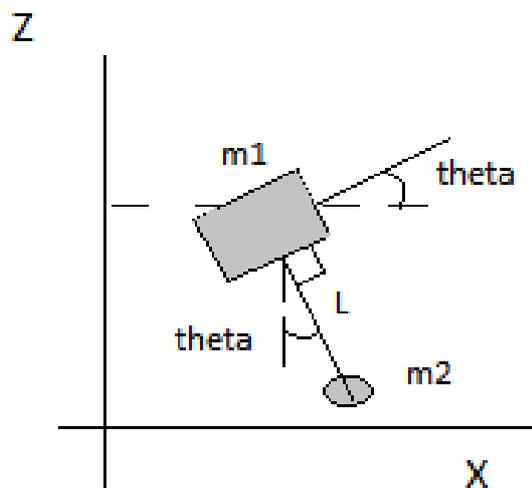


Рис. 1: Модель с жёстко закреплённым стержнем

2) Во втором случае мы ввели дополнительный угол γ — угол между вертикалью и стержнем, т. к. теперь у стержня есть только одна фиксированная точка - место закрепления к квадрокоптеру и он может свободно двигаться, сохраняя только длину L .

Тогда потенциальная энергия груза:

$$U_2 = m_2 g (z - l \cos(\gamma)) \quad (7)$$

И связь координат:

$$\begin{aligned} x_1 &= x + l \sin(\gamma) & z_1 &= z - l \cos(\gamma) \\ \dot{x}_1 &= \dot{x} + l \cos(\gamma) \dot{\gamma} & \dot{z}_1 &= \dot{z} + l \sin(\gamma) \dot{\gamma} \end{aligned} \quad (8)$$

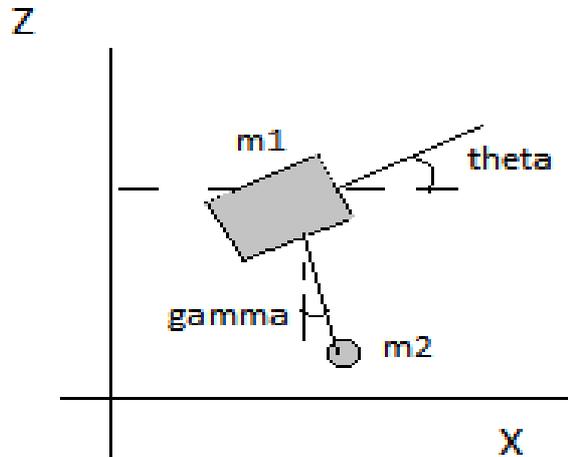


Рис. 1: Модель с шарнирно закрепленным стержнем

В двумерном случае у квадрокоптера есть два управляющих параметра u_1 – сила тяги и u_3 – вращающий момент, которые связаны с силами, создаваемыми 4 роторами (F_1, \dots, F_4):

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -l & 0 & l & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Для расчёта уравнений движения мы воспользовались уравнениями Лагранжа второго рода[5], который связывает производные Лагранжиана с обобщёнными координатами \mathbf{q} и силами \mathbf{Q}

$$\frac{d}{dt} \frac{(\partial L)}{(\partial \dot{\mathbf{q}})} - \frac{(\partial L)}{(\partial \mathbf{q})} = \mathbf{Q} \quad (10)$$

где в модели с жёстким связанным стержнем

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x \\ z \\ \theta \end{bmatrix} \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} u_1 \sin \theta - \mu \dot{x} |\dot{x}| \\ u_1 \cos \theta \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (11)$$

а в модели с шарнирно закреплённым

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x \\ z \\ \theta \\ \gamma \end{bmatrix} \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} u_1 \sin \theta - \mu \dot{x} |\dot{x}| \\ u_1 \cos \theta \\ u_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

где μ — коэффициент сопротивления воздуха.

Подставляем в уравнение (10) Лагранжиан для первой модели (подставляем в (1) кинетические и потенциальные энергии уравнений (2-5))

$$(m_1 + m_2) \ddot{x} + m_2 l (\cos(\theta) \ddot{\theta} - \sin(\theta) \dot{\theta}^2) = u_1 \sin(\theta) - \mu \dot{x} |\dot{x}| \quad (13)$$

$$(m_1 + m_2) \ddot{z} + m_2 l (\cos(\theta) \dot{\theta}^2 + \sin(\theta) \ddot{\theta}) + (m_1 + m_2) g = u_1 \cos(\theta) \quad (14)$$

$$(I_{yy} + m_2 l^2) \ddot{\theta} + m_2 l (\ddot{x} \cos(\theta) + \dot{z} \sin(\theta)) = u_3 \quad (15)$$

Далее выражаем \ddot{x} и \ddot{z} из (13) и (14) двух уравнений, подставляем в (15):

$$(I_{yy} + m_2 l^2) \ddot{\theta} + m_2 l \frac{(m_2 l (-\cos(\theta) \ddot{\theta} + \sin(\theta) \dot{\theta}^2) + u_1 \sin(\theta) - \mu \dot{x} |\dot{x}|)}{m_1 + m_2} \cos(\theta) + \dots$$

$$\dots + m_2 l \frac{(u_1 \cos(\theta) - m_2 l (\cos(\theta) \dot{\theta}^2 + \sin(\theta) \ddot{\theta}) - (m_1 + m_2) g)}{m_1 + m_2} \sin(\theta) = u_3 \quad (16)$$

Упрощая, находим выражение для $\ddot{\theta}$

$$\ddot{\theta} = \frac{u_3 - \frac{u_1 \sin(2\theta) m_2 l - \mu m_2 l \dot{x} |\dot{x}| \cos(\theta)}{(m_1 + m_2)}}{I_{yy} + \frac{(m_1 m_2)}{(m_1 + m_2)} l^2} \quad (17)$$

Воспользовавшись связью

$$\dot{\theta} = \ddot{\theta} dt$$

Окончательно, для первой модели мы получили:

$$\ddot{x} = \frac{m_2 l (\sin(\theta) \dot{\theta}^2 - \cos(\theta) \ddot{\theta}) + u_1 \sin(\theta) - \mu \dot{x} |\dot{x}|}{m_1 + m_2} \quad (18)$$

$$\ddot{z} = \frac{m_2 l (-\cos(\theta) \dot{\theta}^2 - \sin(\theta) \ddot{\theta}) + u_1 \cos(\theta) - (m_1 + m_2) g}{m_1 + m_2} \quad (19)$$

Во второй модели уравнения x и z имеют схожую конструкцию с уравнениями первой модели, угол при компоненте u_1 остаётся тем же, т. к. он связан непосредственно с квадрокоптером, а в слагаемых с m_2 угол θ заменяется на γ , т. к. он характеризует груз.

$$\ddot{x} = \frac{m_2 l (\sin(\gamma) \dot{\gamma}^2 - \cos(\gamma) \ddot{\gamma}) + u_1 \sin(\theta) - \mu \dot{x} |\dot{x}|}{m_1 + m_2} \quad (20)$$

$$\ddot{z} = \frac{m_2 l (-\cos(\gamma) \dot{\gamma}^2 - \sin(\gamma) \ddot{\gamma}) + u_1 \cos(\theta) - (m_1 + m_2) g}{m_1 + m_2} \quad (21)$$

Для γ получаем следующее уравнение

$$l \ddot{\gamma} = -g \sin(\gamma) - \ddot{x} \cos(\gamma) - \ddot{z} \sin(\gamma) \quad (22)$$

Подставляем в полученное выражение (8) и (9)

$$l \ddot{\gamma} = -g \sin(\gamma) - \frac{m_2 l (\sin(\gamma) \dot{\gamma}^2 - \cos(\gamma) \ddot{\gamma}) + u_1 \sin(\theta) - \mu \dot{x} |\dot{x}|}{m_1 + m_2} \cos(\gamma) - \dots$$

$$\dots - \frac{m_2 l (-\cos(\gamma) \dot{\gamma}^2 - \sin(\gamma) \ddot{\gamma}) + u_1 \cos(\theta) - (m_1 + m_2) g}{m_1 + m_2} \sin(\gamma) \quad (23)$$

Уравнения на углы претерпевают значительные изменения:

$$\ddot{\theta} = \frac{u_3}{I_{yy}} \quad \ddot{\gamma} = \frac{-(u_1 \sin(\theta + \gamma) + \mu |\dot{x}| \dot{x} \cos(\gamma))}{m_1 l} \quad (24,25)$$

4) Численное моделирование

Далее, с учётом известных масс ($m_1 = 2,2 \text{ кг}$; $m_2 = 0,3 * m_1$), момента инерции ($I_{yy} = 0.167$) и длины шеста ($L = 1.5 \text{ м}$) [6], мы промоделировали движение квадрокоптера, полагаясь на полученные уравнения движения (17-21, 24-25). Стоит отметить, что в модели с жёстко связанным стержнем к моменту инерции БПЛА добавляется слагаемое за счёт смещения центра масс

$$I_{yy}(\text{new}) = I_{yy} + (m_1 + m_2) \left(\frac{3}{13} l\right)^2$$

При первом моделировании мы установили $\theta_{ref} = 0,3$ в обе модели, в результате, было обнаружено значительное замедление выхода на θ на θ_{ref} (Рис.3 нижняя кривая) и ненулевой управляющий момент в первой модели (Рис.4 верхняя кривая). Постоянная необходимость создавать управляющий момент требует много ресурсов, поэтому в дальнейшем, мы перешли к рассмотрению только модели с добавочным углом γ .

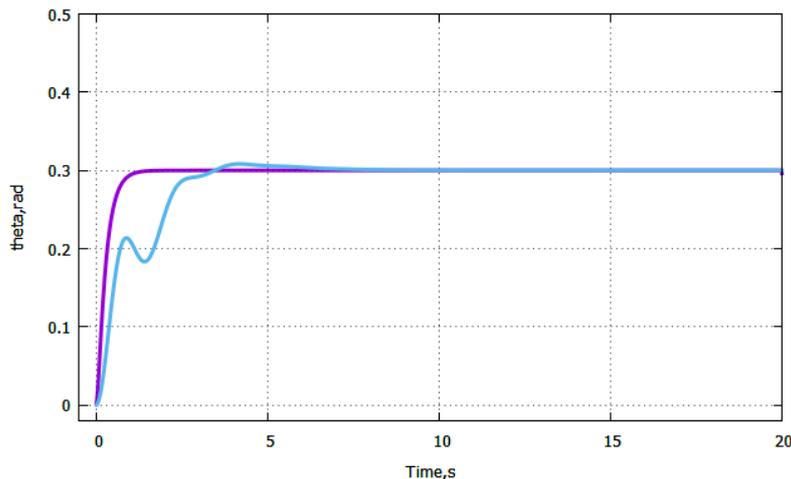


Рис. 3: Зависимости θ от времени в двух моделях при $\theta_{ref} = 0,3$

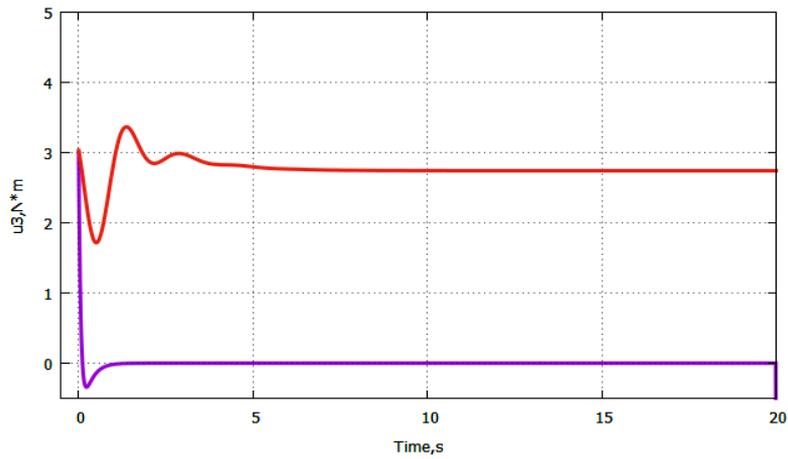


Рис.4 Зависимость u_z от времени в двух моделях

Для изучения колебаний груза мы задали такой же $\theta_{ref}=0,3$ и каждые 20 секунд изменяли угол на противоположный, т. е. квадрокоптер двигался по прямой туда-обратно. Частые смены направления привели к резким затухающим колебаниям угла γ (Рис.5) и v (Рис.6).

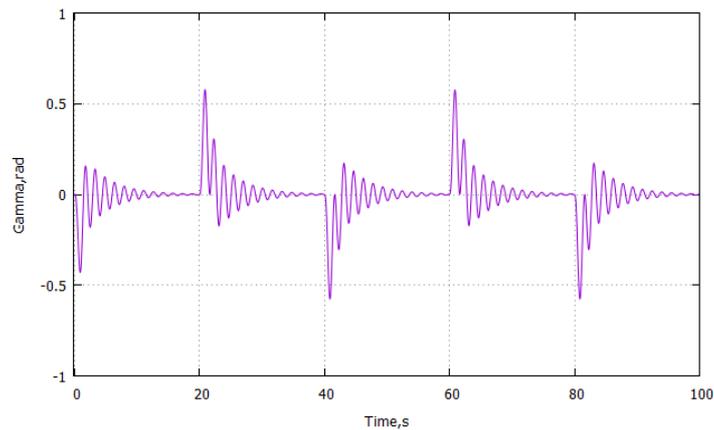


Рис.5: Колебания γ при частоте изменения направления 20с

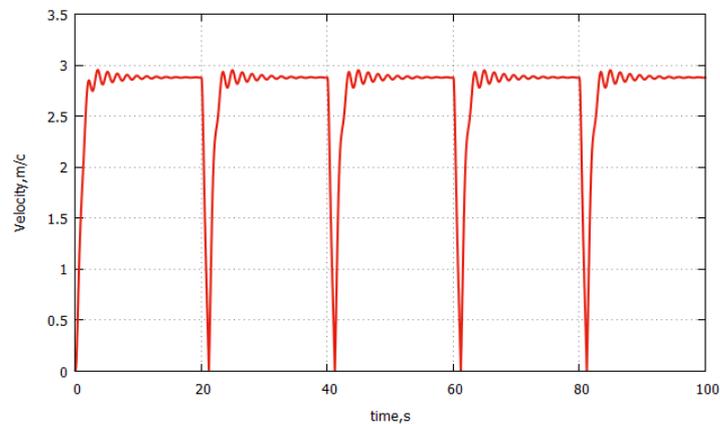


Рис.6: Колебания v при частоте изменения направления 20с

Обнаруженные колебания приводят к флуктуациям груза по координат x и z (Рис.7,8), но ввиду большой горизонтальной скорости эти колебания не заметны на графике $x(t)$ и едва заметны на графике $z(t)$. Стоит отметить, что для удерживания высоты z был использован ПИД регулятор к управляющей силе u_1

$$u_1 = (m_1 + m_2)g - q_1(z - z_{ref}) - q_2 dz$$

со значениями коэффициентов $q_1 = q_2 = 3$

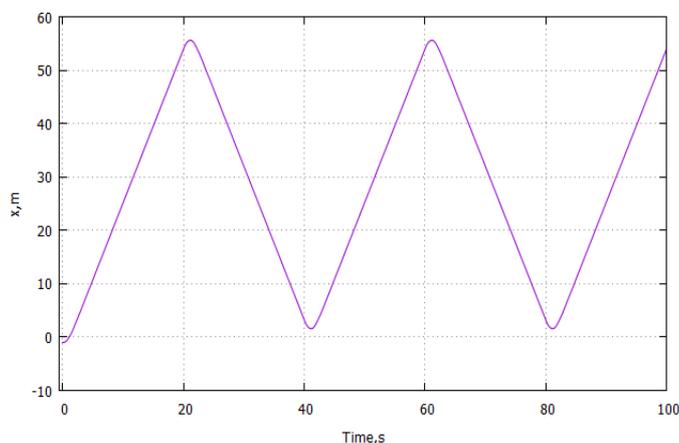


Рис.7: Зависимость x -координаты груза от времени

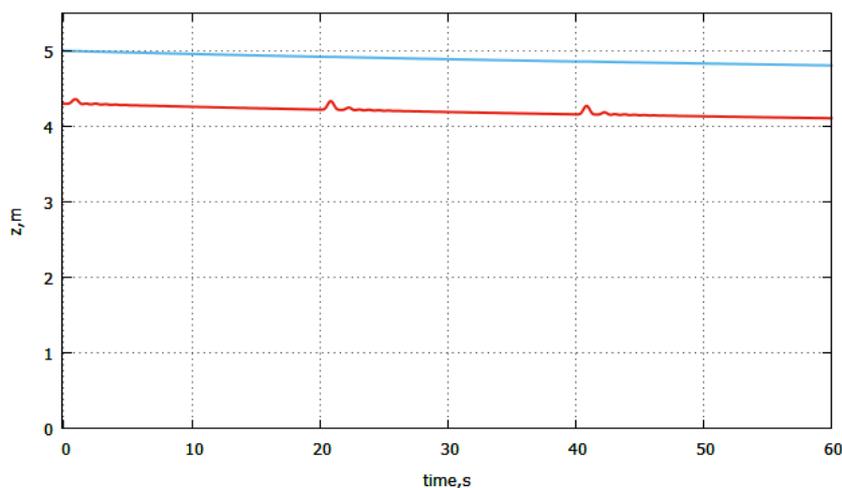


Рис.8: Зависимость z -координаты квадрокоптера(верхняя кривая) и груза(нижняя кривая)

Наибольшее абсолютное значение $\gamma \approx 0,6$ радиан, что соответствует углу в 34° , т. е. колебания груза значительны. Однако, применяя даже простой ПИД регулятор к управляющему моменту u_3

$$u_3 = -k_1 * (\theta - \theta_{ref}) - k_2 * d\theta - l_1 * \gamma + l_2 * d\gamma$$

где $k_1 = 10$, $k_2 = 3$, $l_1 = 5$, $l_2 = 2$, получилось добиться уменьшения колебаний угла груза γ (Рис. 9) и координаты z (Рис. 11)

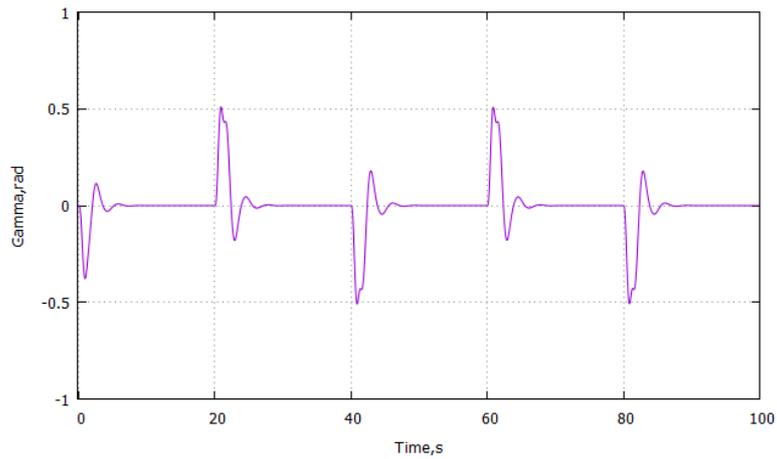


Рис.9: Колебания γ с применением ПИД регулятора

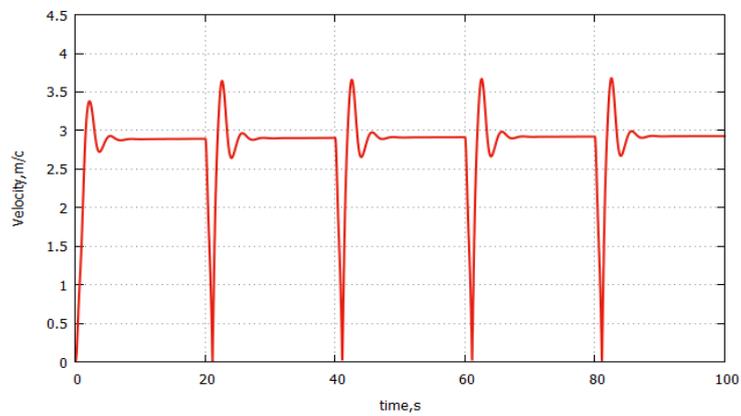


Рис.10: Колебания v с применением ПИД регулятора

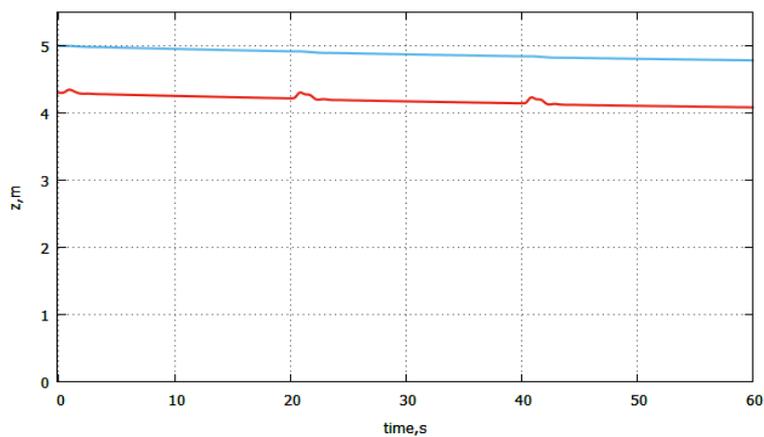


Рис.11: Зависимость $z(t)$ квадрокоптера (сверху) и груза(снизу), с применением ПИД регулятора

Итоговая траектория движения $z(x)$ груза (Рис.12)

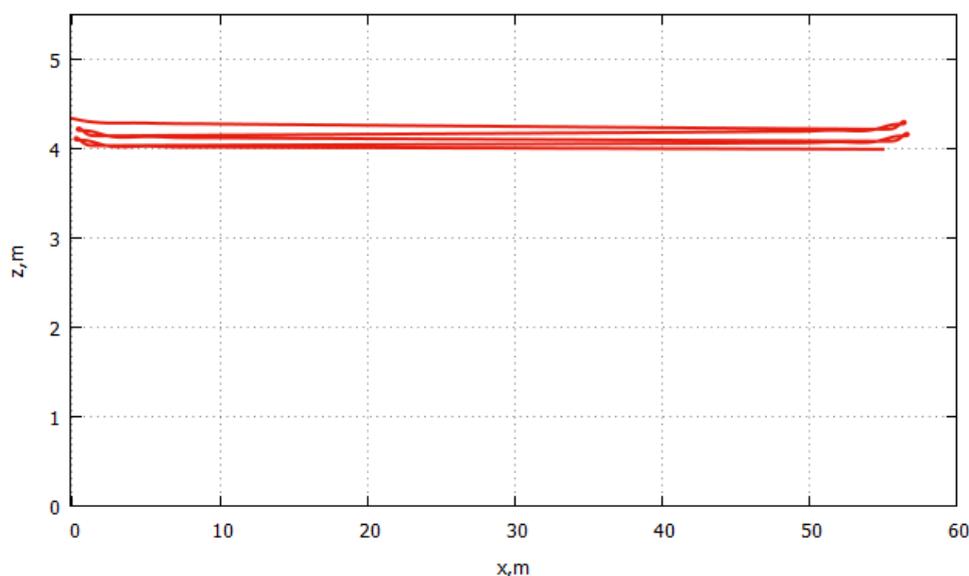


Рис. 12 Траектория движения груза с применением ПИД регулятора

5) Выводы

В данной работе были рассмотрены две возможные модели подвеса груза к квадрокоптеру с жёстко связанным и шарнирно закреплённым стержнем в центре масс квадрокоптера. Были получены уравнения движения двух моделей. Моделирование выявило необходимость создания значительного управляющего момента в первую модель. Поэтому в дальнейшем мы перешли к исследованию лишь модели с шарнирно закреплённым стержнем в центре масс квадрокоптера. В данной модели были обнаружены резкие скачки колебаний угла при смене направления движения. Однако при постоянном движении в одном направлении колебания постепенно затухали. Колебания угла привели к незначительным колебаниям по координатам. Применяя ПИД регулятор, удалось существенно уменьшить колебания угла.

Ссылки

- [1] — М.И.Эпов, И.Н.Злыгостев, Применение беспилотных летательных аппаратов в аэрогеофизической разведке, 2012
- [2] — Reddy, K. R., Truong, T. T., Stuckey, R. A. and Bourne, K. J., Dynamic Simulation of a Helicopter Carrying a Slung Load
- [3] — Taeyoung Lee, Geometric Control of Multiple Quadrotor UAVs transporting a Cable-Suspended Rigid Body 2014
- [4] — Jinhyun Kim·Min-Sung Kang·Sangdeok Park, Accurate Modeling and Robust Hovering Control for a Quad-rotor VTOL Aircraft, 2009
- [5] — Лойцянский. Лурье. Гостехиздат, Курс теоретической механики, 1948, 580стр.
- [6] — С.А.Белоконь, Ю.Н.Золотухин, А.С.Мальцев, А.А.Нестеров, М.Н.Филиппов, А.П.Ян. Управление параметрами полёта квадрокоптера при движении по заданной траектории // Автометрия, 2012, 5, С. 32-42