ТРАЕКТОРНОЕ УПРАВЛЕНИЕ АВТОНОМНОЙ МОБИЛЬНОЙ ПЛАТФОРМОЙ ДЛЯ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА, АЭРОФОТОСЪЕМКИ И ИССЛЕДОВАНИЯ НАЗЕМНЫХ ОБЪЕКТОВ С ВОЗДУХА

К.Ю. Котов, А.С. Мальцев, М.А. Соболев
Институт автоматики и электрометрии СО РАН. E-mail: kotov@idisys.iae.nsk.su

В работе представлен метод синтеза системы управления движением квадрокоптера по заданной траектории и приведены результаты летных экспериментов.

Введение.

В настоящее время возрос интерес к управлению компактными беспилотными летательными аппаратами, линейные размеры и масса которых составляют 0.1 – 0.5 метра и 0.1 – 0.5 кг соответственно [1]. Значительная часть работ посвящена созданию платформ [2-4], разработке алгоритмов управления [5-8] планирования пути и локализации [9, 10] для мультироторных конфигураций летательных аппаратов, что объясняется простотой и гибкостью конструкции, надежностью и управляемостью таких изделий.

Доклад посвящен разработке системы управления квадророторным летательным аппаратом (квадрокоптером). В работе используется разработанный авторами метод организации вынужденного движения по желаемой траектории в пространстве состояний [11, 12]. Летные эксперименты и численное моделирование подтверждают работоспособность предлагаемой системы управления в присутствии шумов измерений и атмосферных возмущений.

Постановка задачи.

Объектом управления является квадрокоптер *AR.Drone* [3], построенный по классической для этих аппаратов четырехвинтовой схеме. Положение аппарата в пространстве характеризуется координатами x, y, z центра масс и тремя углами ориентации. Общепринятыми являются следующие обозначения: ψ – угол рыскания – угол поворота вокруг оси z_b $(-\infty < \psi < \infty)$; φ – угол крена – угол поворота вокруг оси x_b $(-\pi/2 < \varphi < \pi/2)$; θ – угол тангажа – угол поворота вокруг оси y_b $(-\pi/2 < \theta < \pi/2)$. Упрощенные уравнения, описывающие движение квадрокоптера в указанных координатах, и ориентация осей x_b, y_b, z_b приведены в [13]:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = (\sin\psi \cdot \sin\varphi + \cos\psi \cdot \cos\varphi \cdot \sin\theta)\cdot u_1; \\ m\ddot{y} = (-\cos\psi \cdot \sin\varphi + \sin\psi \cdot \cos\varphi \cdot \sin\theta)\cdot u_1; \\ m\ddot{z} = \cos\varphi \cdot \cos\theta \cdot u_1 - mg; \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} I_{xx} \cdot \ddot{\varphi} = u_2 - (I_{zz} - I_{yy})\cdot \dot{\theta} \cdot \dot{\psi}; \\ I_{yy} \cdot \theta = u_3 - (I_{xx} - I_{zz})\cdot \dot{\varphi} \cdot \dot{\psi}; \\ I_{zz} \cdot \ddot{\psi} = u_4. \end{cases} \tag{2}$$

Здесь: m – масса квадрокоптера, g – ускорение силы тяжести, I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} – моменты инерции относительно соответствующих осей квадрокоптера. Точками над знаками переменных обозначаются производные по времени.

Цель управления состоит в переводе аппарата из точки с произвольными координатами на траекторию, задаваемую в виде функции в пространстве координат и организации последующего движения аппарата вдоль заданной траектории на требуемой высоте и скорости.

Синтез регулятора.

Используется предложенная в работе [12] методика определения управляющих воздействий, гарантирующая движение аппарата по траектории, определяемой уравнениями

$$l(x,y)=0, \quad z=z_{ref}(x,y), \; v=\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}=v_{ref}(x,y). \tag{3}$$

Введём функции отклонения от желаемых параметров полета

$$\begin{cases} S_l=\dfrac{dl}{dt}+k_l\cdot l; \\ S_z=\dfrac{d}{dt}\left(z-z_{ref}\right)+k_z\cdot\left(z-z_{ref}\right); \\ S_v=v-v_{ref}. \end{cases} \tag{4}$$

Выполнение условий $S_l=0; \quad S_z=0; \quad S_v=0$ обеспечивает экспоненциальный выход на траекторию (3) с постоянными времени $1/k_l$, $1/k_z$. Для удержания квадрокоптера на заданной траектории условия (6) должны выполняться во всех точках траектории, т. е. необходимо

$$\frac{d}{dt}S_l^2\le 0; \quad \frac{d}{dt}S_z^2\le 0; \quad \frac{d}{dt}S_v^2\le 0. \tag{5}$$

При этом знаки равенства в (7) допустимы лишь при тождественном равенстве нулю величин S_l, S_z, S_v. Усилим условия (5), положив

$$\frac{d}{dt}S_l^2=-2\alpha_l\cdot S_l^2; \quad \frac{d}{dt}S_z^2=-2\alpha_z\cdot S_z^2; \quad \frac{d}{dt}S_v^2=-2\alpha_v\cdot S_v^2, \tag{6}$$

или

$$\dot{S}_l=-\alpha_l\cdot S_l; \quad \dot{S}_z=-\alpha_z\cdot S_z; \quad \dot{S}_v=-\alpha_v\cdot S_v. \tag{7}$$

Здесь $\alpha_l>0; \quad \alpha_z>0; \quad \alpha_v>0$ определяют постоянные времени, с которыми S_l, S_z, S_v экспоненциально стремятся к нулю. Дифференцируя (4) и подставляя результаты в (6), получим уравнения для вычисления вторых производных координат

$$\begin{cases} l_x\cdot\ddot{x}+l_y\cdot\ddot{y}=A(x,y,\dot{x},\dot{y}); \\ \dfrac{\dot{x}\cdot\ddot{x}+\dot{y}\cdot\ddot{y}}{v}=B\left(x,y,\dot{x},\dot{y},v_{ref}\right); \\ \ddot{z}=C\left(z,\dot{z},z_{ref}\right), \end{cases} \tag{8}$$

где

$$\begin{cases} A(x,y,\dot{x},\dot{y})=-\alpha_l\cdot S_l-k_l\cdot(l_x\cdot\dot{x}+l_y\cdot\dot{y})-2l_{xy}\cdot\dot{x}\cdot\dot{y}-l_{xx}\cdot\dot{x}^2-l_{yy}\cdot\dot{y}^2; \\ B(x,y,\dot{x},\dot{y},v_{ref})=-\alpha_v\cdot S_v; \\ C(z,\dot{z},z_{ref})=-\alpha_z\cdot S_z-k_z\cdot\dot{z}. \end{cases} \tag{9}$$

Здесь и далее нижние индексы при символах функции l означают соответствующие частные производные. Введём обозначения

$$\begin{cases} \Delta=l_x\cdot\dot{y}-l_y\cdot\dot{x}; \\ \Delta_1=A\cdot\dot{y}-B\cdot v\cdot l_y; \\ \Delta_2=B\cdot v\cdot l_x-A\cdot\dot{x}. \end{cases} \tag{10}$$

Выражая требуемые значения вторых производных по времени координат центра масс квадрокоптера и приравнивая к значениям вторых производных в уравнениях (1), получим систему уравнений

$$\begin{cases} (\sin\psi\cdot\sin\varphi+\cos\psi\cdot\cos\varphi\cdot\sin\theta)\cdot\dfrac{u_1}{m}=\dfrac{\Delta_1}{\Delta};\\ (-\cos\psi\cdot\sin\varphi+\sin\psi\cdot\cos\varphi\cdot\sin\theta)\cdot\dfrac{u_1}{m}=\dfrac{\Delta_2}{\Delta};\\ \cos\varphi\cdot\cos\theta\cdot\dfrac{u_1}{m}=g+C. \end{cases} \tag{11}$$

Возведём в квадрат левые и правые части (11) и, сложив их почленно, получим величину необходимой суммарной тяги двигателей

$$u_1=m\cdot\sqrt{\left(\frac{\Delta_1}{\Delta}\right)^2+\left(\frac{\Delta_2}{\Delta}\right)^2+(g+C)^2}. \tag{12}$$

Подставляя (12) в систему уравнений (11) и переходя к безразмерным величинам

$$\gamma_1=\frac{\frac{\Delta_1}{\Delta}}{N};\quad \gamma_2=\frac{\frac{\Delta_2}{\Delta}}{N};\quad \gamma_3=\frac{g+C}{N};\ N=\sqrt{\left(\frac{\Delta_1}{\Delta}\right)^2+\left(\frac{\Delta_2}{\Delta}\right)^2+(g+C)^2}; \tag{13}$$

получим систему уравнений, определяющую необходимую ориентацию квадрокоптера

$$\begin{cases} (\sin\psi\cdot\sin\varphi+\cos\psi\cdot\cos\varphi\cdot\sin\theta)=\gamma_1;\\ (-\cos\psi\cdot\sin\varphi+\sin\psi\cdot\cos\varphi\cdot\sin\theta)=\gamma_2;\\ \cos\varphi\cdot\cos\theta=\gamma_3. \end{cases} \tag{14}$$

После выбора угла рыскания квадрокоптера из соображений ориентации продольной оси x_b параллельно касательной к траектории (3)

$$\cos\psi_{ref}=\frac{l_y}{\sqrt{l_x^2+l_y^2}};\quad \sin\psi_{ref}=-\frac{l_x}{\sqrt{l_x^2+l_y^2}}, \tag{15}$$

значения углов θ_{ref}, φ_{ref}, определяются из (14) соотношениями

$$\begin{cases} \sin\varphi_{ref}=\gamma_1\cdot\sin\psi_{ref}-\gamma_2\cdot\cos\psi_{ref};\\ \cos\varphi_{ref}=\sqrt{1-(\gamma_1\cdot\sin\psi_{ref}-\gamma_2\cdot\cos\psi_{ref})^2};\\ \sin\theta_{ref}=\dfrac{\gamma_2\cdot\sin\psi_{ref}+\gamma_1\cdot\cos\psi_{ref}}{\sqrt{\gamma_3^2+(\gamma_2\cdot\sin\psi_{ref}+\gamma_1\cdot\cos\psi_{ref})^2}};\\ \cos\theta_{ref}=\dfrac{\gamma_3}{\sqrt{\gamma_3^2+(\gamma_2\cdot\sin\psi_{ref}+\gamma_1\cdot\cos\psi_{ref})^2}}. \end{cases} \tag{16}$$

Фильтр Калмана.

Входными данными для алгоритма управления являются зашумленные реализации координат центра масс квадрокоптера, его углов ориентации и их производные. Для нахождения оценок этих величин предлагается использовать рекурсивный фильтр Калмана [14]. Исходную модель объекта управления представим в виде

$$\begin{cases} X^{k+1}=f(X^k,U^k)+W^k;\\ Z^k=h(X^k)+V^k, \end{cases} \tag{17}$$

где W^k — нормальный случайный процесс с нулевым средним и ковариационной матрицей Q^k, описывающий погрешности моделирования; V^k — белый гауссовский шум измерений с нулевым средним и ковариационной матрицей R^k, описывающий шум датчиков; Z^k — выход датчиков измерения компонент вектора состояния X^k объекта; k — шаг дискретизации по времени. Вектор состояния объекта имеет вид

$$X^k = [x^k, y^k, z^k, \dot{x}^k, \dot{y}^k, \dot{z}^k, \psi^k, \phi^k, \theta^k, \dot{\psi}^k, \dot{\phi}^k, \dot{\theta}^k]^T. \tag{18}$$

Уравнения являются нелинейными, поэтому применим расширенный фильтр Калмана, где модель линеаризуется в окрестности рабочей точки $(\hat{X}^k, U^k)$ с помощью разложения в ряд Тейлора

$$\begin{cases} X^{k+1} \approx f(\hat{X}^k, U^k) + F^k[X^k - \hat{X}^k] + W(k); \\ Z^k \approx h(\hat{X}^k) + H^k[X^k - \hat{X}^k] + V(k), \end{cases} \tag{19}$$

где

$$F_k = \frac{\partial f}{\partial X}\Big|_{X=\hat{X}_k}, H_k = \frac{\partial h}{\partial X}\Big|_{X=\hat{X}_k}. \tag{20}$$

Соответствующие выражения экстраполяции и коррекции РФК имеют вид

$$\hat{X}_k = f(\hat{X}^{k-1}, U^{k-1}),\ P_k = F_k P_{k-1} F_k^T + Q_k,\ K_k = \frac{P_k H_k^T}{H_k P_k H_k^T + R_k},$$

$$\hat{X}_k = \hat{X}_k + K_k(Z_k - h_k(\hat{X}_k)),\ P_k = (I - K_k H_k) P_k.$$

Экспериментальные результаты.

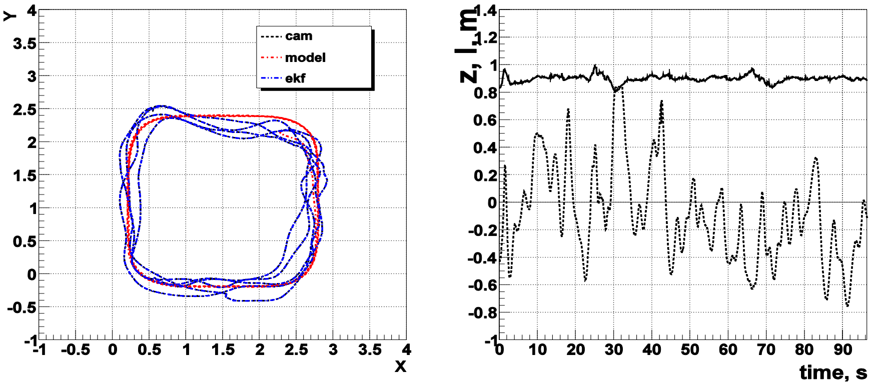
Для исследования вопросов устойчивости и качества управления в предложенной системе управления проведен ряд экспериментов по управлению полетом квадрокоптера в помещении по траекториям различного вида. Выполнено сравнение полученных данных с результатами численного моделирования.

Абсолютные значения положения центра масс аппарата и угла рыскания ψ определялись с помощью внешней видеосистемы. Углы ориентации φ и θ аппарата вычисляются бортовой навигационной системой как результат комплексирования данных акселерометров и гироскопов [3].

После определения численных значений параметров модели проведены летные эксперименты. Движение выполнялось на постоянной высоте и скорости по траектории вида

$$l(x, y) = (x - x_0)^{2n} + (y - y_0)^{2n} - r^{2n} = 0. \tag{21}$$

На рис. 1 приведены результаты летных экспериментов и численного моделирования замкнутой системы управления при соответствующих параметрах.



а б

Рис. 1. Движение квадрокоптера вдоль траектории (21) при n =2, а) координаты центра масс: *‘cam’* – данные внешней видеосистемы, *‘model’* – результаты моделирования, *‘ekf’* – оценка координат в фильтре Калмана; б) текущая высота z (сплошная линия) и отклонение $l(x,y)$ от заданной траектории (пунктирная линия)

Заключение.

В докладе представлен способ построения системы управления беспилотным летательным аппаратом, предназначенной для обеспечения движения по желаемой траектории, и приведены результаты летных экспериментов и численного моделирования предложенной системы управления. Для оценки переменных состояния объекта использованы соотношения на основе расширенного фильтра Калмана. Показана работоспособность системы управления при существенной кривизне желаемой траектории, наличии шумов измерений и атмосферных возмущений.

Список литературы

1. Pines D. J., Bohorquez F. Challenges facing future micro-air-vehicle development // Journal of Aircraft. 2006. Vol. 43, no. 2. Pp. 290–305.
2. Bouabdallah Samir. Design and control of an indoor micro quadrotor // In Proc. of Int. Conf. on Robotics and Automation. 2004.
3. P.J. Bristeau, F. Callou, D. Vissiere, N. Petit The navigation and control technology inside the ar.drone micro uav // 18th IFAC World Congress. Milano, Italy: 2011. Pp. 1477–1484.
4. M. Cutler, N. Kemal Ure, B. Michi-ni, J. P. How. Comparison of fixed and variable pitch actuators for agile quadrotors. // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference (GNC). Portland, OR. 2011.
5. Gabriel M. Hoffmann, Hao-miao Huang, Steven L. Wasl, Er Claire J. Tomlin. Quadrotor helicopter flight dynamics and control: Theory and experiment // In Proc. of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. 2007.
6. Beji Lotfi, Abichou Azgal. Trajectory generation and tracking of a mini-rotorcraft // Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA 2005. Barcelona, Spain. IEEE, 2005. Pp. 2618–2623.
7. Белинская Ю. С. Четвериков В. Н. Управление четырехвинтовым вертолетом // Наука и образование. 2012. No 5. С. 157–171.
8. Bouabdallah Samir. Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor // In Proceedings of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation. — 2005. Pp. 2247–2252.
9. Mellinger D., Kumar V. Minimum snap trajectory generation and control for quadrotors // Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). 2011.
10. Engel J., Sturm J., Cremers D. Accurate figure flying with a quadrocopter using onboard visual and inertial sensing // Proc. of the Workshop on Visual Control of Mobile Robots (ViCoMoR) at the IEEE/RJS International Conference on Intelligent Robot Systems (IROS). 2012.
11. Золотухин Ю.Н., Нестеров А.А. Управление перевёрнутым маятником с учётом диссипации энергии // Автометрия. 2010. No 5. С. 3–11.
12. Управление параметрами полета квадрокоптера при движении по заданной траектории / С.А. Белоконь, Ю.Н. Золотухин, А.С. Мальцев, А.А. Нестеров, М.Н. Филиппов, А.П. Ян // Автометрия. 2012. No 5. С. 32–41.
13. J. Kim, M.-S. Kang, S. Park. Accurate modeling and robust hovering control for a quadrotor vtol aircraft // J. Intell. Robotics Syst. 2010. Vol. 57, no. 1-4. Pp. 9–26.
14. Kalman R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems. 1960. Vol. 82. Pp.35–45.