

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» (НОВОСИБИРСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ, НГУ)

Факультет **Физический**
Кафедра **Автоматизации физико-технических исследований**

Направление подготовки **03.03.02 Физика**
Образовательная программа **Бакалавриат**

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
БАКАЛАВРА**

Димова Александра Сергеевна

Тема работы: **Управление траекторным движением
квадрокоптера при транспортировке груза на подвесе**

«К защите допущена»
Заведующий кафедрой,
к.т.н.
Лысаков К. Ф./.....
«.....».....2018 г.

Научный руководитель
к.т.н.,
с.н.с., ИАиЭ СО РАН
Котов К. Ю./.....
«.....».....2018 г.

Дата защиты: «.....».....2018 г.

Новосибирск, 2018

Содержание

Введение	3
1 Литературный обзор	6
2 Теоретическая часть	8
2.1 Получение дифференциальных уравнений движения системы квадрокоптер-груз	8
2.2 Управление движением посредством линейного регулятора: моделирование	13
2.2.1 ПД регулятор без учёта угла отклонения груза от вертикали	13
2.2.2 ПД регулятор с учётом угла отклонения груза от вертикали	17
2.3 Структурный синтез нелинейного регулятора на основе желаемого уравнения движения	18
2.3.1 Управление движением посредством нелинейного регулятора: моделирование	21
3 Экспериментальные результаты	24
3.1 Система управления	24
3.2 Результаты полётов	26
Заключение	30
Список литературы	31

Введение

В последние десятилетия успехи в микромеханике и микроэлектронике возродили интерес к беспилотным летательным аппаратам (БПЛА), в том числе квадрокоптерным БПЛА, ввиду своей доступности.

Концепция квадрокоптера — четырёхвинтового летательного аппарата — известна довольно давно. Уже в 1907 году во Франции совершил первый полёт аппарат «Gyroplane No 1» [1] с четырьмя пропеллерами, причём две пары винтов вращались в противоположных направлениях. Регулирование скорости вращения роторов позволяло изменять подъёмную силу и двигаться. По заказу ВВС США в 1922 был создан первый аппарат вертикального взлёта весом более тонны, совершивший в итоге более 100 полётов, часть из которых с людьми на борту [2].

БПЛА имеют широкое применение в различных сферах деятельности, таких как наблюдение за отдалёнными или опасными для человека районами, военная разведка и научные исследования территорий с дополнительными приборами на борту. В частности, одним из направлений, где используются БПЛА, является геофизика.

Аэрогеофизические технологии в сравнении с другими геолого-исследовательскими технологиями имеют ряд преимуществ, таких как экономичность, высокая скорость обследования труднодоступных территорий и возможность сочетания различных геофизических методов. Кроме того, возможность использования спутниковой навигации позволяет достигать высокой точности в плановой и высотной привязке измерительных данных [3].

В мировой геологоразведке в последнее десятилетие доля аэрогеофизических работ увеличилась, но ввиду высокой стоимости эксплуатации носителей (вертолёты МИ-8б КАА-226 и др.) в России рост использования аэрогеофизических технологий отстаёт от общемирового примерно в пять раз. Собственно, использование БПЛА позволяет обойти эту проблему. Существует три типа БПЛА: вертолётные, самолётные и мультикоптеры. Однако в области аэрогеофизических исследований наиболее удобными являются лёгкие БПЛА самолётного типа и мультикоптеры.

Можно выделить следующие преимущества БПЛА в аэрогеофизиче-

ских исследованиях по сравнению с пилотируемыми ЛА:

- Снижение стоимости работ;
- Возможность использования широкого высотного диапазона при геофизических съемках;
- Возможность оперативно проводить съемку на разной высоте в одном полёте;
- Выделение малоконтрастных аномалий за счёт получения более качественной информации;
- Отсутствие привязки к какой-либо взлетно-посадочной площадке;
- Отсутствие необходимости в высококвалифицированном лётном персонале;

Возможность сохранения геофизических данных на борту позволяет пользоваться этой системой для решения широкого круга геофизических задач и для наблюдения.

Одной из задач аэрогеофизики является измерение слабых магнитных полей, которые могут помочь в поиске новых месторождений, но поскольку датчики для измерения этих полей высокочувствительны, данные будут искажаться за счёт сигналов управления БПЛА. Одним из решений данной проблемы является идея закрепления датчика на подвесе, который представляет собой трос или стержень. Удаление датчика на расстояние, равное длине стержня, позволит значительно уменьшить величину сторонних помех от управляющих сигналов квадрокоптера.

В данной работе рассматривается задача управления траекторным движением квадрокоптера при транспортировке груза(датчика) на подвесе. Используя метод Лагранжа, получены уравнения движения системы квадрокоптер - груз в двухмерном случае. Рассмотрены модели с жёстко связанным с центром масс квадрокоптера и с шарнирно закреплённым стержнем. Последующее моделирование выявило энергозатратность первой модели и возникновение колебаний во второй. Основываясь на величине угла отклонения груза от вертикали, предложен регулятор, построенный на основе

метода структурного синтеза. Результаты экспериментов подтвердили эффективность разработанного алгоритма.

1 Литературный обзор

В работе [4] построена динамическая модель квадрокоптера, оптимизирован дизайн летательного аппарата и создан алгоритм управления, стабилизирующий ориентацию аппарата при наличии шума. Конечная цель исследователей - создание полностью автономного комнатного устройства. Технологии навигации и управления популярного коммерческого аппарата AR.Drone описаны в [5]. На борту AR.Drone установлен процессор Parrot P6 с линуксоподобной операционной системой реального времени. Для навигации летательного аппарата на борту установлен микроконтроллер, выполняющий функции сбора и предобработки навигационных данных и набор датчиков: трёхосевой модуль акселерометров, двухосевой гироскоп, одноосевой высокоточный курсовой гироскоп и ультразвуковой высотомер. Система технического зрения AR.Drone состоит из двух видеокамер: вертикальной и фронтальной.

В работе [6] рассмотрен устойчивый алгоритм нелинейного управления квадрокоптером в режиме зависания. Динамическая модель построена на основе метода Лагранжа, а управляющий алгоритм основан на стратегии вложенных ограничений.

Исследование с четырёхвинтовым вертолётном описано в [7]. Авторами представлена нелинейная динамическая модель системы, доказана неразрешимость проблемы развязки ввода/вывода с помощью закона управления обратной связью по статическому состоянию и предложен динамический контроллер обратной связи.

В работе [8] было проведено точное моделирование полёта квадрокоптерного БПЛА. Для этого была построена строгая трёхмерная динамическая модель на основе метода Лагранжа, который также использован в данной работе, только в двухмерном случае.

Идея подвешивания груза не нова, так в работе [9] австралийскими исследователями были промоделированы и сравнены колебания полезной нагрузки при движении вертолётa в зависимости от конфигурации подвеса и различных параметров - сопротивления полезной нагрузки, подъёма груза, момента тангажа груза и влияния сторонних сил.

При изучении полёта квадрокоптера с шарнирно закреплённым стерж-

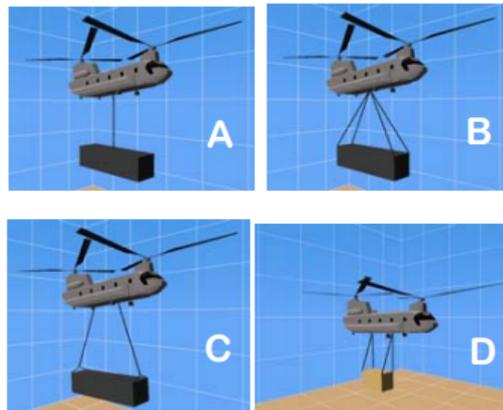


Рис. 1: Различные конфигурации подвесов: А - одноточечная, В - множественная, С - двухточечная, D - тандем

нем грузом автор данной работы столкнулась с проблемой возникновения колебаний груза и одной из ключевых особенностей решения является создание нелинейного регулятора. Похожий подход используется в работе [10], где рассматривается траекторное движение груза при транспортировке его несколькими квадрокоптерами. В данной работе были выведены уравнения движения такой системы методом Лагранжа. Уникальная особенность заключалась в том, что связанная динамика между полезной нагрузкой, связующими тросами и квадрокоптерами была явно включена в конструкцию системы управления и систему анализа устойчивости. В итоге геометрический контроллер был построен так, что полезная нагрузка асимптотически следовала заданной траектории.

В статье [11] описывается решение задачи отслеживания квадрокоптера при транспортировке груза на подвесе. Авторы использовали динамическое программирование, и при задании ключевых точек пути генерировалась траектория, при движении по которой не возникали колебания груза.

2 Теоретическая часть

2.1 Получение дифференциальных уравнений движения системы квадрокоптер-груз

В первой части работы была построена физическая модель квадрокоптера с подвешенным грузом. Первоначально было решено исследовать два варианта крепления подвеса: жёсткосвязанный с центром масс квадрокоптера стержень и шарнирно закреплённый стержень. Для получения уравнений движения мы воспользовались методом Лагранжа:

$$\left\{ \begin{array}{l} L = L_1 + L_2 = T_1 + T_2 - U_1 - U_2, \\ T_1 = \frac{1}{2}m_1(\dot{x}_1^2 + \dot{z}_1^2) + \frac{1}{2}I_{yy}\dot{\theta}^2, \\ U_1 = m_1gz_1, \\ T_2 = \frac{1}{2}m_2(\dot{x}_2^2 + \dot{z}_2^2), \\ U_2 = m_2gz_2. \end{array} \right. \quad (1)$$

Здесь индексы 1 и 2 соответствуют квадрокоптеру и грузу. $L_{1,2}, T_{1,2}, U_{1,2}$ — Лагранжева функция, кинетическая и потенциальная энергия; $m_{1,2}, x_{1,2}, z_{1,2}$ — масса и координаты; l - длина стержня; I_{yy} момент инерции квадрокоптера; θ - угол тангажа;

В случае с жёсткосвязанным стержнем угол отклонения подвеса от вертикали совпадает с углом тангажа θ (рисунок 2), следовательно, уравнения для связи координат и их производных груза и квадрокоптера выглядят следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_2 = x_1 + l \sin(\theta), \\ z_2 = z_1 - l \cos(\theta), \\ \dot{x}_2 = \dot{x}_1 + l\dot{\theta} \cos(\theta), \\ \dot{z}_2 = \dot{z}_1 + l\dot{\theta} \sin(\theta). \end{array} \right. \quad (2)$$

В случае шарнирно закреплённого стержня угол отклонения подвеса не совпадает с углом тангажа θ и введено его обозначение γ (рисунок 3)

Уравнения связи производных и координат изменили вид (3):

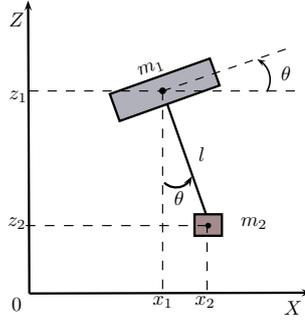


Рис. 2: Схематическое изображение системы с жёстко связанным стержнем

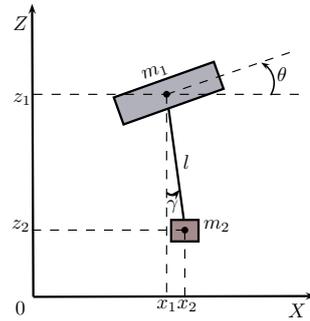


Рис. 3: Схематическое изображение системы с шарнирно закреплённым стержнем

$$\left\{ \begin{array}{l} x_2 = x_1 + l \sin(\gamma), \\ z_2 = z_1 - l \cos(\gamma), \\ \dot{x}_2 = \dot{x}_1 + l \dot{\gamma} \cos(\gamma), \\ \dot{z}_2 = \dot{z}_1 + l \dot{\gamma} \sin(\gamma). \end{array} \right. \quad (3)$$

В двухмерном случае у квадрокоптера есть два управляющих параметра u_1 — сила тяги и u_3 — вращающий момент, которые связаны с силами, создаваемыми 4 роторами (F_1, \dots, F_4):

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -l & 0 & l & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Для вывода уравнений движения были использованы уравнения Лагранжа второго рода, которые связывают производные Лагранжевых функций

с обобщёнными координатами \mathbf{q} и обобщёнными силами \mathbf{Q} .

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{Q} \quad (5)$$

В модели с жёстко связанным стержнем:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x \\ z \\ \theta \end{bmatrix}, \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} u_1 \sin(\theta) \\ u_1 \cos(\theta) \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (6)$$

В модели с шарнирно закреплённым стержнем:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x \\ z \\ \theta \\ \gamma \end{bmatrix}, \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} u_1 \sin(\theta) \\ u_1 \cos(\theta) \\ u_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Поочерёдно для каждой модели мы подставили в (5) выражения для лагранжевых функций, с учётом (1),(2),(3) и выражения для обобщённых сил и координат (6),(7).

Лагранжиан с учетом подстановок:

$$L_1 = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{z}_1^2) + \frac{1}{2} I_{yy} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m_2 ((\dot{x}_1 + \dot{\theta} l \cos(\theta))^2 + (\dot{z}_1 + \dot{\theta} l \sin(\theta))^2) - m_1 g z_1 - m_2 g (z_1 - l \cos(\theta)), \quad (8)$$

В первой модели для координаты x получаем

$$\begin{cases} \frac{\partial L_1}{\partial \dot{x}_1} = (m_1 + m_2) \dot{x}_1 + m_2 \dot{\theta} l \cos(\theta) \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L_1}{\partial \dot{x}_1} = (m_1 + m_2) \ddot{x}_1 + m_2 l (\ddot{\theta} \cos(\theta) - \dot{\theta}^2 \sin(\theta)) = \\ = u_1 \sin(\theta) \end{cases} \quad (9)$$

Заметим, что здесь лагранжиан L не зависит напрямую от координаты, следовательно уравнение (5) принимает упрощенный вид.

Для координаты z :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L_1}{\partial \dot{z}_1} = (m_1 + m_2)\dot{z}_1 + m_2\dot{\theta}l \sin(\theta) \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L_1}{\partial \dot{z}_1} = (m_1 + m_2)\ddot{z}_1 + m_2l(\ddot{\theta} \sin(\theta) + \dot{\theta}^2 \cos(\theta)) \\ \frac{\partial L_1}{\partial z_1} = -(m_1 + m_2)g \\ (m_1 + m_2)\ddot{z}_1 + m_2l(\ddot{\theta} \sin(\theta) + \dot{\theta}^2 \cos(\theta)) + (m_1 + m_2)g = \\ = u_1 \cos(\theta) \end{array} \right. \quad (10)$$

Для угла тангажа θ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L_1}{\partial \dot{\theta}} = (I_{yy} + m_2l^2)\dot{\theta} + m_2l(\dot{x}_1 \cos(\theta) + \dot{z}_1 \sin(\theta)) \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L_1}{\partial \dot{\theta}} = (I_{yy} + m_2l^2)\ddot{\theta} + m_2l(\ddot{x}_1 \cos(\theta) + \ddot{z}_1 \sin(\theta) - \dot{x}_1\dot{\theta} \sin(\theta) + \\ + \dot{z}_1\dot{\theta} \cos(\theta)) \\ \frac{\partial L_1}{\partial \theta} = -m_2gl \sin(\theta) - m_2l(\dot{x}_1\dot{\theta} \sin(\theta) - \dot{z}_1\dot{\theta} \cos(\theta)) \\ (I_{yy} + m_2l^2)\ddot{\theta} + m_2l(\ddot{x}_1 \cos(\theta) + \ddot{z}_1 \sin(\theta)) + m_2gl \sin(\theta) = u_3 \end{array} \right. \quad (11)$$

Далее выражаем производные $\ddot{\theta}$, \ddot{x} и \ddot{z}

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\theta} = \frac{u_3 - m_2l(g \sin(\theta) + \ddot{x}_1 \cos(\theta) + \ddot{z}_1 \sin(\theta))}{I_{yy} + m_2l^2} \\ \ddot{x}_1 = \frac{u_1 \sin(\theta) - m_2l(\ddot{\theta} \cos(\theta) - \dot{\theta}^2 \sin(\theta))}{m_1 + m_2} \\ \ddot{z}_1 = \frac{u_1 \cos(\theta) - m_2l(\ddot{\theta} \sin(\theta) + \dot{\theta}^2 \cos(\theta))}{m_1 + m_2} - g \end{array} \right. \quad (12)$$

Подставляем второе и третье уравнение из (12) в первое, упрощаем и получаем:

$$\ddot{\theta} = \frac{u_3(m_1 + m_2) - u_1 m_2 l \sin(2\theta)}{I_{yy}(m_1 + m_2) + m_1 m_2 l^2} \quad (13)$$

Лагранжева функция второй модели

$$\begin{aligned} L_2 = & \frac{1}{2}m_1(\dot{x}_1^2 + \dot{z}_1^2) + \frac{1}{2}I_{yy}\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m_2((\dot{x}_1 + \dot{\gamma}l \cos(\gamma))^2 + \\ & + (\dot{z}_1 + \dot{\gamma}l \sin(\gamma))^2) - m_1gz_1 - m_2g(z_1 - l \cos(\gamma)), \end{aligned} \quad (14)$$

Уравнения для x и z не сильно отличаются от первого варианта крепления груза:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L_2}{\partial \dot{x}_1} = (m_1 + m_2)\dot{x}_1 + m_2\dot{\gamma}l \cos(\gamma) \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L_2}{\partial \dot{x}_1} = (m_1 + m_2)\ddot{x}_1 + m_2l(\ddot{\gamma} \cos(\gamma) - \dot{\gamma}^2 \sin(\gamma)) = \\ = u_1 \sin(\theta) \end{array} \right. \quad (15)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L_2}{\partial \dot{z}_1} = (m_1 + m_2)\dot{z}_1 + m_2\dot{\gamma}l \sin(\gamma) \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L_2}{\partial \dot{z}_1} = (m_1 + m_2)\ddot{z}_1 + m_2l(\ddot{\gamma} \sin(\gamma) + \dot{\gamma}^2 \cos(\gamma)) \\ \frac{\partial L_2}{\partial z_1} = -(m_1 + m_2)g \\ (m_1 + m_2)\ddot{z}_1 + m_2l(\ddot{\gamma} \sin(\gamma) + \dot{\gamma}^2 \cos(\gamma)) + (m_1 + m_2)g = \\ = u_1 \cos(\theta) \end{array} \right. \quad (16)$$

Уравнение на угол тангажа существенно упростилось:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L_2}{\partial \theta} = I_{yy}\dot{\theta}, \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L_2}{\partial \dot{\theta}} = I_{yy}\ddot{\theta} = u_3. \end{array} \right. \quad (17)$$

Нововведённый угол отклонения стержня от вертикали γ имеет схожую зависимость с уравнением движения для угла θ в первой модели

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L_2}{\partial \dot{\gamma}} = m_2l(\dot{x}_1 \cos(\gamma) + \dot{z}_1 \sin(\gamma) + l\dot{\gamma}), \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L_2}{\partial \dot{\gamma}} = m_2l(\ddot{x}_1 \cos(\gamma) - \dot{x}_1\dot{\gamma} \sin(\gamma) + \ddot{z}_1 \sin(\gamma) + \dot{z}_1\dot{\gamma} \cos(\gamma) + l\ddot{\gamma}), \\ \frac{\partial L_2}{\partial \gamma} = -m_2gl \sin(\gamma) - m_2\dot{x}_1\dot{\gamma}l \sin(\gamma) + m_2\dot{z}_1\dot{\gamma}l \cos(\gamma). \end{array} \right. \quad (18)$$

В итоге уравнения движения для координат второй модели:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x}_1 = \frac{u_1 \sin(\theta) - m_2l(\ddot{\gamma} \cos(\gamma) - \dot{\gamma}^2 \sin(\gamma))}{m_1 + m_2}, \\ \ddot{z}_1 = \frac{u_1 \cos(\theta) - m_2l(\ddot{\gamma} \sin(\gamma) + \dot{\gamma}^2 \cos(\gamma))}{m_1 + m_2} - g. \end{array} \right. \quad (19)$$

И, соответственно, уравнения движения для углов:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\theta} = \frac{u_3}{I_{yy}}, \\ \ddot{\gamma} = -\frac{u_1 \sin(\theta + \gamma)}{m_1 l}. \end{array} \right. \quad (20)$$

2.2 Управление движением посредством линейного регулятора: моделирование

Полученные уравнения (12),(13) и (19),(20) с учётом известных масс квадрокоптера и груза $m_1 = 0.5\text{кг}$, $m_2 = 0,3m_1$ и длины стержня $L = 0.5\text{м}$ были промоделированы. Стоит отметить, что в модели с жёстко связанным стержнем к моменту инерции БПЛА добавляется слагаемое за счёт смещения центра масс

$$I'_{yy} = I_{yy} + (m_1 + m_2)\left(\frac{3}{13}l\right)^2 \quad (21)$$

2.2.1 ПД регулятор без учёта угла отклонения груза от вертикали

При моделировании мы установили $\theta_{ref} = 0.3$ рад в обе модели, в результате, было обнаружено значительное замедление выхода θ на θ_{ref} в первой модели (рисунок 4 голубая кривая)

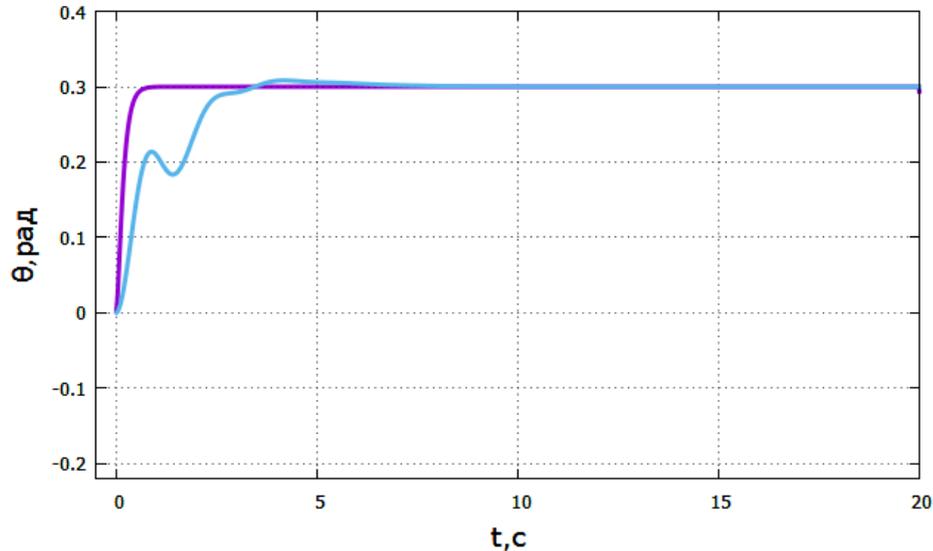


Рис. 4: $\theta(t)$ в двух моделях при $\theta_{ref} = 0.3$

Также было замечено, что для удержания нужного θ_{ref} в первой модели требуется постоянно вкладывать управляющий момент u_3 (рисунок 5 красная кривая). Постоянная необходимость создавать управляющий момент требует много ресурсов, поэтому в дальнейшем мы перешли к рассмотрению только модели с добавочным углом γ .

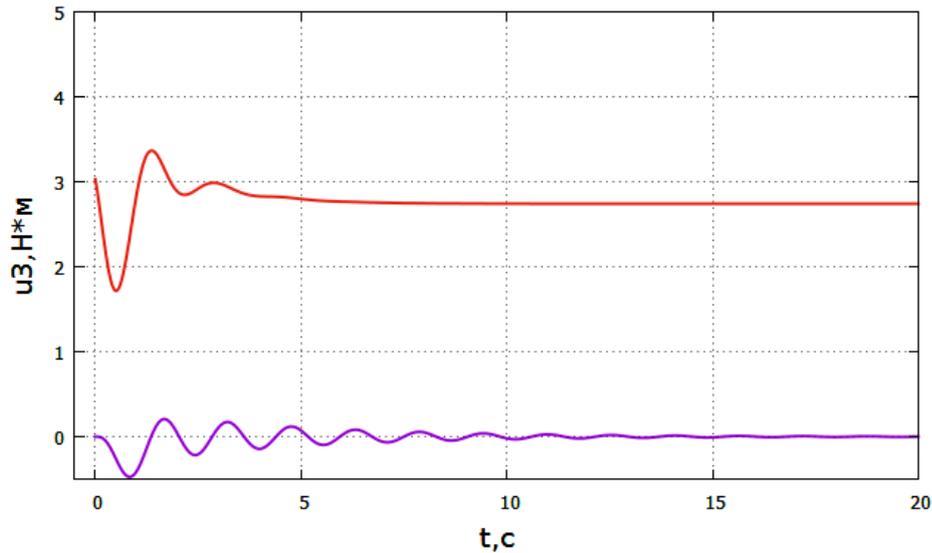


Рис. 5: $u_3(t)$ в двух моделях при $\theta_{ref} = 0.3$

Первоначально для анализа движения модели задан стандартный ПД регулятор без учёта угла отклонения:

$$u_3 = I_{yy}(-\dot{\theta}(k_1 + k_2) - k_1 k_2(\theta - \theta_{ref})), \quad (22)$$

где $k_1 = 10.5$, $k_2 = 10$.

Для анализа колебаний груза мы задали такой же $\theta_{ref} = 0.3$ рад и каждые 20 секунд изменяли угол на противоположный, т. е. квадрокоптер двигался по прямой туда-обратно. Частые смены направления привели к резким затухающим колебаниям угла γ (рисунок 6) и скорости v (рисунок 7).

Для оценки возникающих колебаний требуется ввести понятие допустимых колебаний. В системе квадрокоптер-груз могут возникать колебания до 0.7 рад и в случае ошибки регулирования 10-20% точность удержания угла гаммы должна составлять $\Delta = 0.16$, допустимое количество колебаний вокруг положения равновесия считаем равным 3-5 .

Обнаруженные колебания приводят к флуктуациям груза по координатам x и z (рисунки 8,9), но ввиду большой горизонтальной скорости эти колебания не заметны на графике $x(t)$ и едва заметны на графике $z(t)$. Стоит отметить, что для удерживания высоты z был использован ПД регулятор к управляющей силе u_1 :

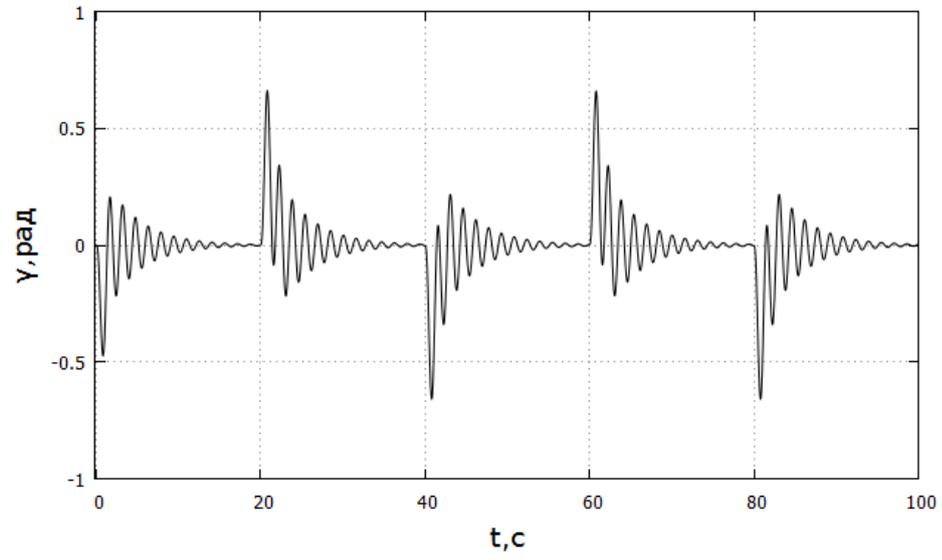


Рис. 6: $\gamma(t)$ при $\theta_{ref} = 0.3$

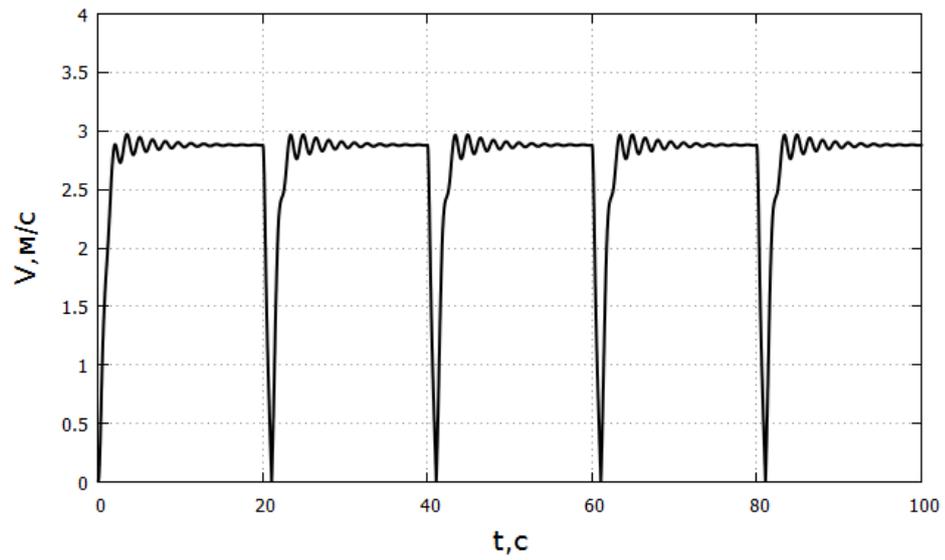


Рис. 7: $v(t)$ в модели с шарнирно закреплённым стержнем при $\theta_{ref} = 0.3$

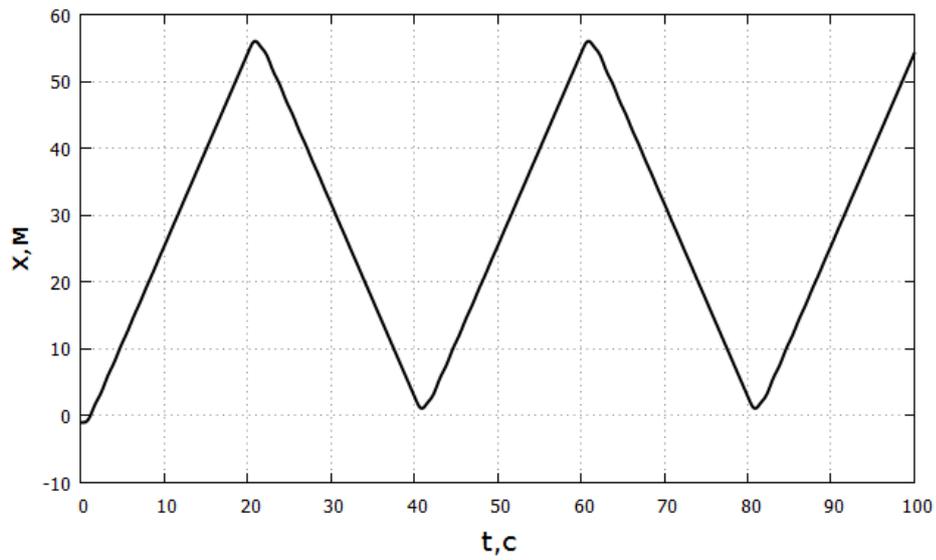


Рис. 8: Зависимость $x_2(t)$ (координата груза)

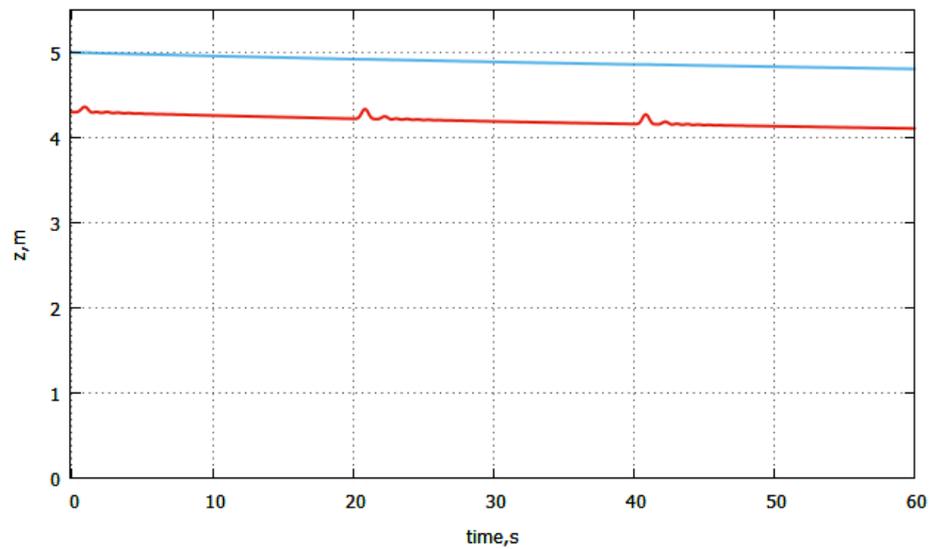


Рис. 9: Зависимость $z_1(t)$ координаты квадрокоптера (кривая сверху) и $z_2(t)$ координаты груза (снизу)

2.2.2 ПД регулятор с учётом угла отклонения груза от вертикали

Наибольшее абсолютное значение $\gamma \approx 0.6$ рад, что соответствует углу в 34° , т.е. колебания груза значительны. Однако, добавляя в ПД регулятор к управляющему моменту u_3 слагаемые с углом отклонения от вертикали γ и его производной $\dot{\gamma}$:

$$u_3 = -k_1(\theta - \theta_{ref}) - k_2 d\dot{\theta} - l_1\gamma + l_2 d\dot{\gamma}, \quad (23)$$

где $k_1 = 10$, $k_2 = 3$, $l_1 = 5$, $l_2 = 2$ получилось добиться уменьшения колебаний угла груза γ и скорости v .

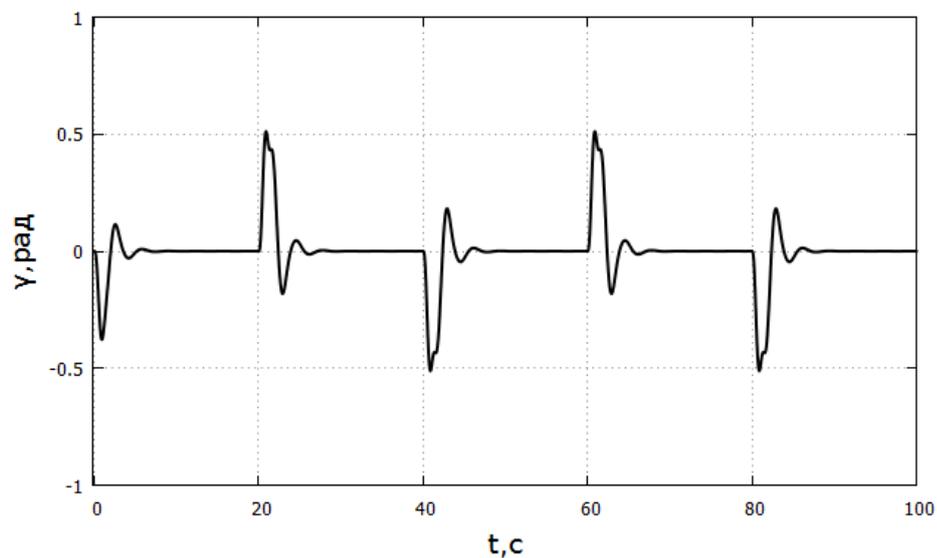


Рис. 10: $\gamma(t)$ при регулировании ПД регулятором вида (23) $\theta_{ref} = 0.3$

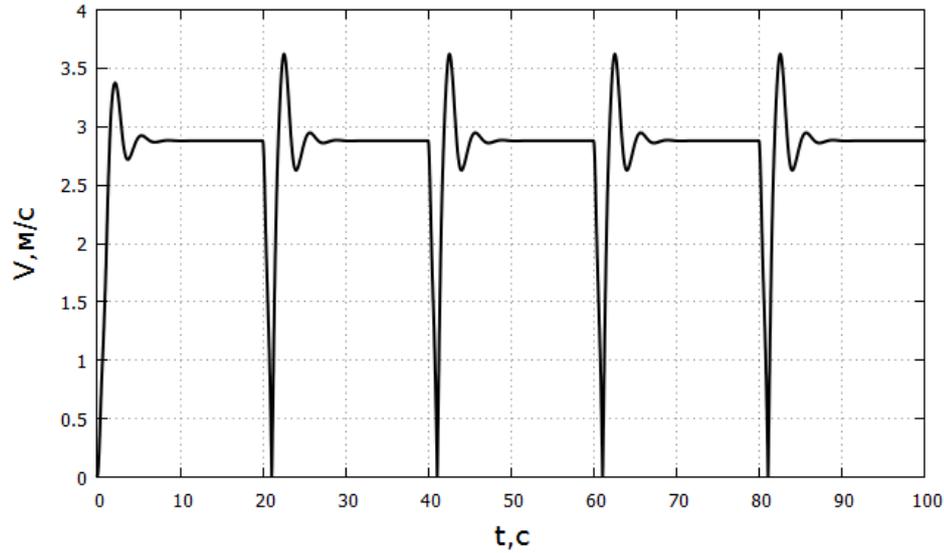


Рис. 11: $v(t)$ при регулировании ПД регулятором вида (23) $\theta_{ref} = 0.3$

2.3 Структурный синтез нелинейного регулятора на основе желаемого уравнения движения

Построенный в предыдущей части ПД-регулятор не гарантирует устойчивость замкнутой системы и требует подбора коэффициентов для каждого отдельного случая. По этой причине, было решено создать регулятор на основе метода структурного синтеза.

Структурный синтез автоматических систем управления состоит в определении вида или схемы регулятора, необходимого для выполнения объектом некоторого задания. При проектировке автоматической системы нужно выбрать вид связей по регулируемой величине, определить задание для объекта и вид возмущения действующего на него. В данной работе используется метод структурного синтеза, основанный на задании требуемых дифференциальных уравнений движения системы [12]. Непосредственно для нашей модели целью является стабилизация груза, поэтому от известных уравнений движения центра масс квадрокоптера(19),(20), надо было перейти к уравнениям движения для груза:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{load} = \ddot{x}_{c.m.} + \ddot{\gamma}l \cos(\gamma) - \dot{\gamma}^2 l \sin(\gamma), \\ \ddot{z}_{load} = \ddot{z}_{c.m.} + \ddot{\gamma}l \sin(\gamma) + \dot{\gamma}^2 l \cos(\gamma), \end{cases} \quad (24)$$

где \ddot{x}_{load} и \ddot{z}_{load} - вторые производные координат груза, а $\ddot{x}_{c.m.}$ и $\ddot{z}_{c.m.}$ известные из (19) вторые производные центра масс квадрокоптера.

Возмущения в нашей задаче это возникающие колебания груза. Вид связей по регулируемой величине это уравнения движения по x, z, γ, θ . Исходя из задачи были определены следующие уравнения связи:

$$\left\{ \begin{array}{l} S_x = \dot{x}_{load} + k_x(x_{load} - x_{ref}), \\ S_z = \dot{z}_{load} + k_z(z_{load} - z_{ref}), \\ S_\gamma = \dot{\gamma} + k_\gamma\gamma, \\ \dot{S}_x = -\alpha S_x, \\ \dot{S}_z = -\beta S_z, \\ \dot{S}_\gamma = -\zeta S_\gamma, \end{array} \right. \quad (25)$$

где x_{ref} и z_{ref} точка, которую нужно достичь. При достижении её S_x, S_z, S_γ должны занулиться. В желаемой точке $x = x_{ref}$ и $z = z_{ref}$ и все первые производные обращаются в нуль. Последние три уравнения охарактеризовывают зависимость, по которой квадрокоптер будет возвращаться к желаемой точке при возникновении возмущения. Чтобы получить окончательный вид регулятора сначала первые три уравнения из (25) подставлены в последние три:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x}_{load} + k_x\dot{x}_{load} = -\alpha\dot{x}_{load} - \alpha k_x(x_{load} - x_{ref}), \\ \ddot{z}_{load} + k_z\dot{z}_{load} = -\beta\dot{z}_{load} - \beta k_z(z_{load} - z_{ref}), \\ \ddot{\gamma} + k_\gamma\dot{\gamma} = -\zeta\dot{\gamma} - k_\gamma\zeta\gamma. \end{array} \right. \quad (26)$$

Затем полученные уравнения движения \ddot{x}, \ddot{z} (19) и $\ddot{\gamma}$ (20) были подставлены в (26) с учётом (23)(в дальнейшем выводе опустим индекс $load$):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{u_1 \sin(\theta) - m_2 l (\ddot{\gamma} \cos(\gamma) - \dot{\gamma}^2 \sin(\gamma))}{m_1 + m_2} - \frac{u_1 \sin(\theta + \gamma)}{m_1} \cos(\gamma) - \dot{\gamma}^2 l \sin(\gamma) = \\ = -(\alpha + k_x)\dot{x} - \alpha k_x(x - x_{ref}), \\ \frac{u_1 \cos(\theta) - m_2 l (\ddot{\gamma} \sin(\gamma) + \dot{\gamma}^2 \cos(\gamma))}{m_1 + m_2} - g - \frac{u_1 \sin(\theta + \gamma)}{m_1} \sin(\gamma) + \dot{\gamma}^2 l \cos(\gamma) = \\ = -(\beta + k_z)\dot{z} - \beta k_z(z - z_{ref}), \end{array} \right. \quad (27)$$

Заменяем $\ddot{\gamma}$ на известное из (20) уравнение и все слагаемые с u_1 перенесём в левую сторону, а для правой части введём обозначения A_x и A_z :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1 \left(\frac{\sin(\theta+\gamma)}{m_1} \cos(\gamma) - \frac{\sin(\theta)}{m_1+m_2} - \frac{m_2 \sin(\theta+\gamma)}{m_1(m_1+m_2)} \cos(\gamma) \right) = \\ = (\alpha + k_x) \dot{x} + \alpha k_x (x - x_{ref}) - \frac{m_1 l \dot{\gamma}^2 \sin(\gamma)}{m_1+m_2} = A_x, \\ u_1 \left(\frac{-\cos(\theta)}{m_1+m_2} - \frac{m_2 \sin(\theta+\gamma)}{m_1(m_1+m_2)} \sin(\gamma) + \frac{\sin(\theta+\gamma)}{m_1} \sin(\gamma) \right) = \\ = (\beta + k_z) \dot{z} + \beta k_z (z - z_{ref}) - g + \frac{m_1 l \dot{\gamma}^2 \cos(\gamma)}{m_1+m_2} = A_z. \end{array} \right. \quad (28)$$

Упрощая, получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{u_1}{m_1+m_2} \sin(\gamma) \cos(\theta + \gamma) = A_x, \\ \frac{u_1}{m_1+m_2} \cos(\gamma) \cos(\theta + \gamma) = A_z. \end{array} \right. \quad (29)$$

Для задания управления нужно выразить u_1 и θ но, как видно из системы уравнений (28), нам нужно дополнительное условие, для нахождения требуемых величин. Поэтому и было добавлено условие на γ . Подставим известное из (20) выражение для $\ddot{\gamma}$ в уравнение для γ из (25) введём упрощающее обозначение A_γ и выразим $\sin(\theta + \gamma)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{u_1 \sin(\theta+\gamma)}{m_1 l} = -(k_\gamma - \zeta) \dot{\gamma} - k_\gamma \zeta \gamma = -A_\gamma, \\ \sin(\theta + \gamma) = \frac{A_\gamma m_1 l}{u_1}. \end{array} \right. \quad (30)$$

Делаем замену в (28), опять переносим слагаемые с u_1 в одну сторону и вводим ещё одни обозначения правых частей A_{xx} и A_{zz}

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{-u_1 \sin(\theta)}{m_1+m_2} = A_x - \frac{A_\gamma m_1 l \cos(\gamma)}{m_1+m_2} = A_{xx}, \\ \frac{-u_1 \cos(\theta)}{m_1+m_2} = A_z - \frac{A_\gamma m_1 l \sin(\gamma)}{m_1+m_2} = A_{zz} \end{array} \right. \quad (31)$$

В итоге получаем необходимые компоненты u_1 и θ_{ref} :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1 = (m_1 + m_2) \sqrt{A_{xx}^2 + A_{zz}^2}, \\ \theta_{ref} = \arctan\left(\frac{A_{xx}}{A_{zz}}\right) \end{array} \right. \quad (32)$$

2.3.1 Управление движением посредством нелинейного регулятора: моделирование

В предыдущей части были получены уравнения регулятора на тягу u_1 и угол тангажа θ_{ref} , которые нужно было протестировать. Для сравнения мы использовали регулятор (32) без учёта слагаемых с γ .

В полной версии регулятора при изменении $x_{ref} = 1$ м на $x_{ref} = -1$ м с частотой равной 20с были получены следующие результаты (рисунок 12)

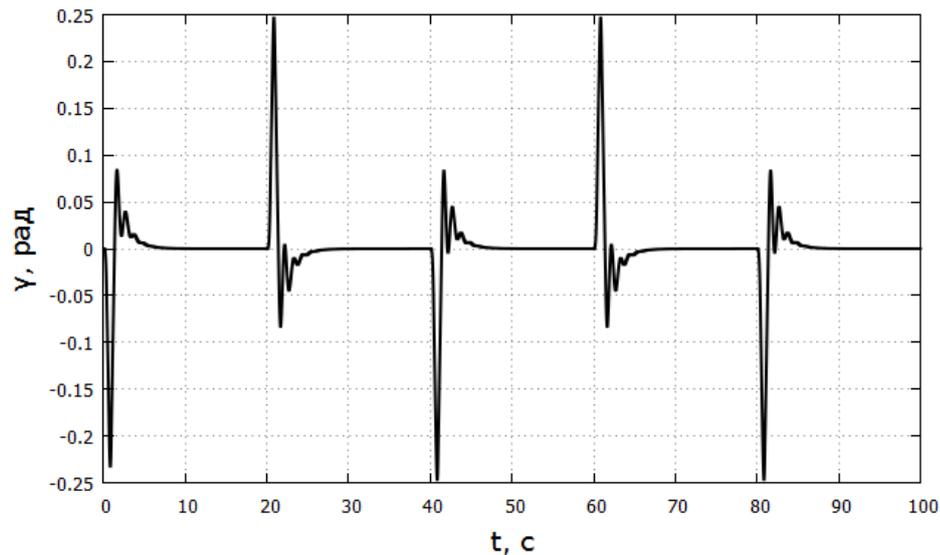


Рис. 12: $\gamma(t)$ при регулировании алгоритмом (32)

В случае того же регулятора, построенного методом структурного синтеза, но без учёта колеблющейся составляющей система находится на грани равновесия и при движении по той же траектории происходят незатухающие автоколебания (рисунок 13), что лишней раз доказывает важность учитывания угла отклонения от вертикали.

В сравнении с ПД регулятором (23) колебания управляющего момента u_3 быстрее затухают в новом регуляторе (рисунок 14)

График движения $x(t)$ приведён на рисунке 15. Из графика видно, что менее чем за 10 секунд квадрокоптер пролетает заданное расстояние в 2 метра.

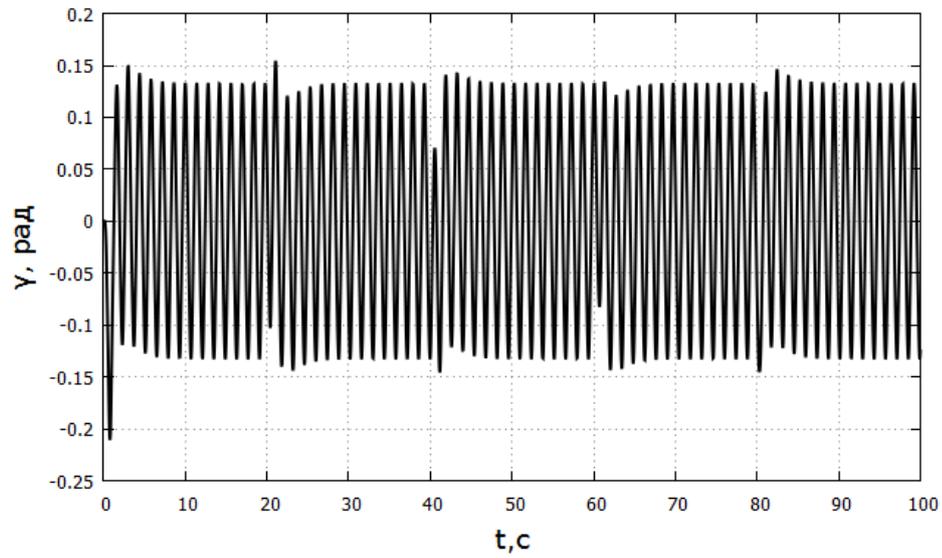


Рис. 13: $\gamma(t)$ при регулировании алгоритмом (32) без учёта слагаемых с γ

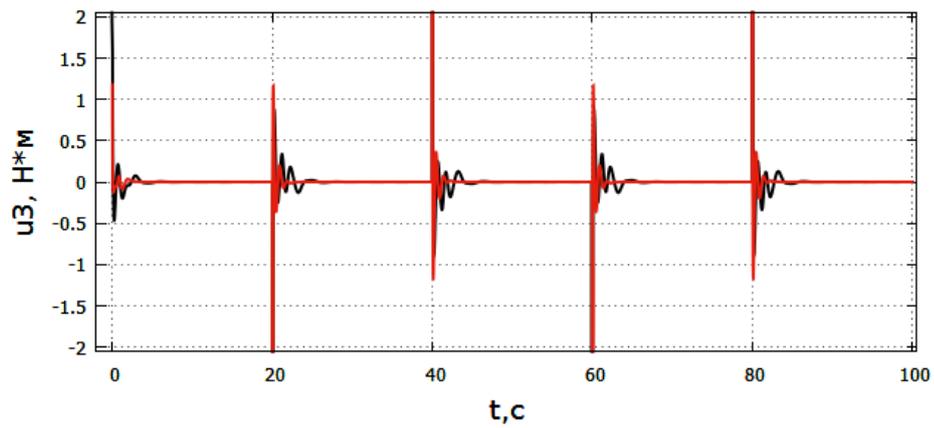


Рис. 14: $u_3(t)$ при регулировании алгоритмом (32) (красный) и ПД-регулятором (23) (чёрный)

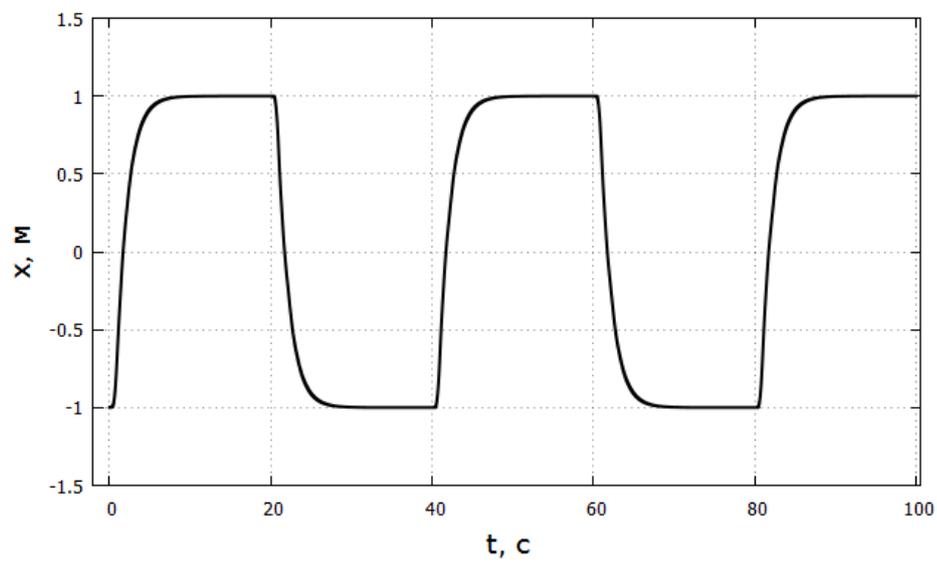


Рис. 15: $x(t)$ при регулировании алгоритмом (32)

3 Экспериментальные результаты

3.1 Система управления

Для реальных экспериментов был собран небольшой квадрокоптер с полётным контроллером pixhawk PX4 (рисунок 16)

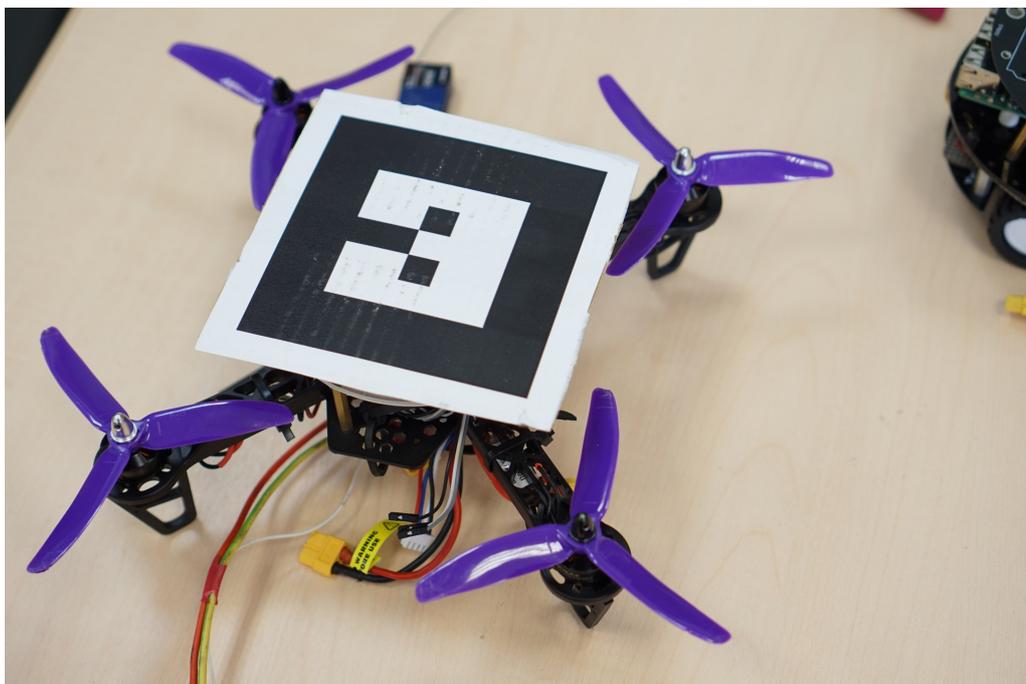


Рис. 16: Используемый в экспериментах квадрокоптер с ar marker для определения локальных координат

Поскольку наиболее удобно проводить эксперименты в помещении, не было возможности воспользоваться gps координатами и для определения локальных координат использовалась система из двух камер и маркеров: одна камера под потолком смотрящая вертикально вниз, вторая на высоте 1,5 метром смотрящая под углом вниз, а на квадрокоптере и на грузе были наклеены специальные черно-белые маркеры. Вся система управления квадрокоптером была создана на базе Robot Operating System (ROS). Данная система активно развивается в настоящее время и в основном используется для управления роботизированными системами. Кроме того, она представляет из себя набор готовых библиотек и программных модулей, что позволяет строить сложные системы. Наша система представляет собой набор программ, взаимодействующих с помощью сообщений (рису-

НОК 17)

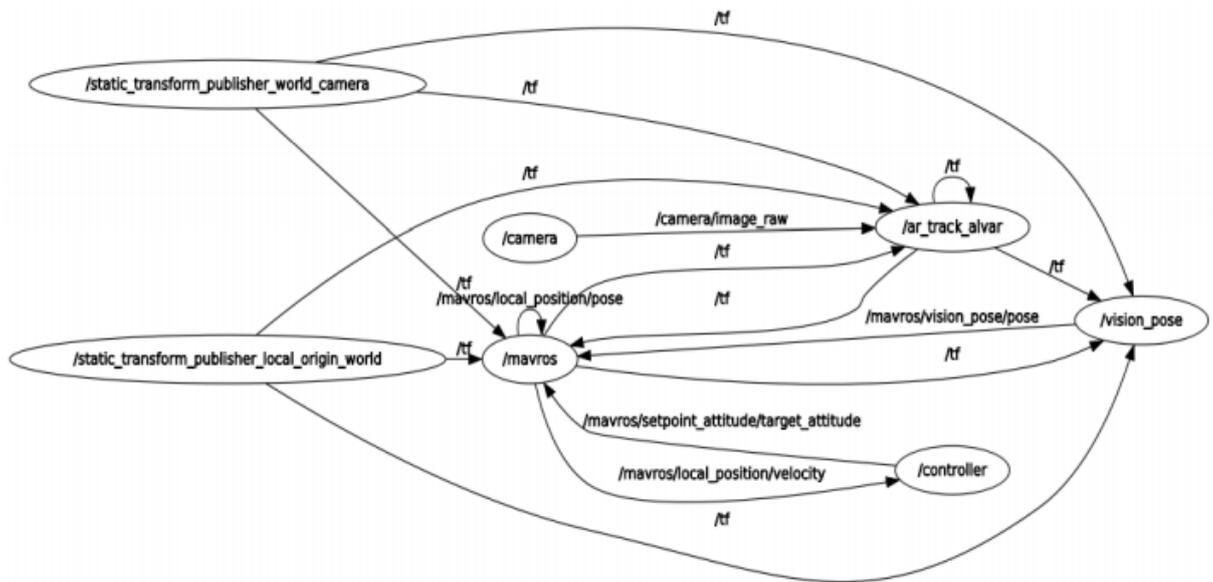


Рис. 17: Взаимодействие сообщений

Система включает в себя следующие программы:

- получения изображения с камеры (`\camera`);
- распознавания ч/б маркеров (`\ar_track_alvar`);
- определения пространственного положения маркеров (`\vision_pose`);
- регулирования и стабилизации квадрокоптера или груза (`\controller`);
- взаимодействия с полётным контроллером PX4 (`\mavros`).

С частотой 100 кадров в секунду изображения с камер поступали на компьютер и далее программы `ar_track_alvar` и `vision_pose` определяли локальные координаты и углы ориентации груза и квадрокоптера (рисунок 18). Предварительно обе камеры были откалиброваны и размеры маркеров измерены. Далее информация о положении и ориентации передавалась в полётный контроллер в качестве замены сигнала `gps`. Поскольку в системе присутствуют шумы, и данные с камер могут искажаться, для более точной оценки положения использовался фильтр Калмана. Фильтр Калмана - это рекурсивный фильтр, оценивающий вектор состояния динамической системы, используя ряд неполных или зашумленных данных. В

полётном контроллере `pixhawk` есть внутренний фильтр с него мы брали данные об ориентации и угловых скоростях квадрокоптера. Для определения точного положения квадрокоптера и его скорости задан следующий вектор состояния:

$$\left[x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \psi, \phi, \theta, \dot{\psi}, \dot{\phi}, \dot{\theta} \right] \quad (33)$$

Компоненты вектора были оценены на основе данных с верхней камеры, измерений внутреннего фильтра PX4 и модели. Для определения точного положения груза уже на плоскости x, z , его скорости и угла отклонения мы задали аналогичный вектор:

$$\left[x, z, \dot{x}, \dot{z}, \theta, \gamma, \dot{\theta}, \dot{\gamma} \right] \quad (34)$$

Компоненты данного вектора оценивались с помощью показаний нижней камеры и модели.

Отфильтрованные данные передавались в управляющую программу `controller`, которая на основе показаний вычисляла нужные управляющие команды для углов ориентации и тяги двигателей в зависимости от метода стабилизации и задания. Далее через модуль `navtos` эти команды поступали для исполнения в полётный контроллер.

3.2 Результаты полётов

Полученный методом структурного синтеза регулятор вместе с фильтром Калмана подставлен в алгоритм программы `controller` и проведён ряд экспериментов.

Чтобы определить эффективность алгоритма, построенного методом структурного синтеза, и важность слагаемых с углом отклонения γ , мы провели его сравнение с тем же алгоритмом, но без слагаемых с углом отклонения γ . На рисунках 19, 20 представлены результаты полёта при стабилизации груза в одной точке $x_{ref} = 0.5$ м; $z_{ref} = 0.8$ регулятором (32) без учёта слагаемых с γ . На рисунке 19 отображены колебания γ . По данным с 30 по 95 секунды было рассчитано среднеквадратичное отклонение $\sigma \approx 0.8$. Причём резкие выбросы не были учтены, т.к. их нельзя считать достоверными данными, их возникновение связано с отставанием при обработке изображений с камер.

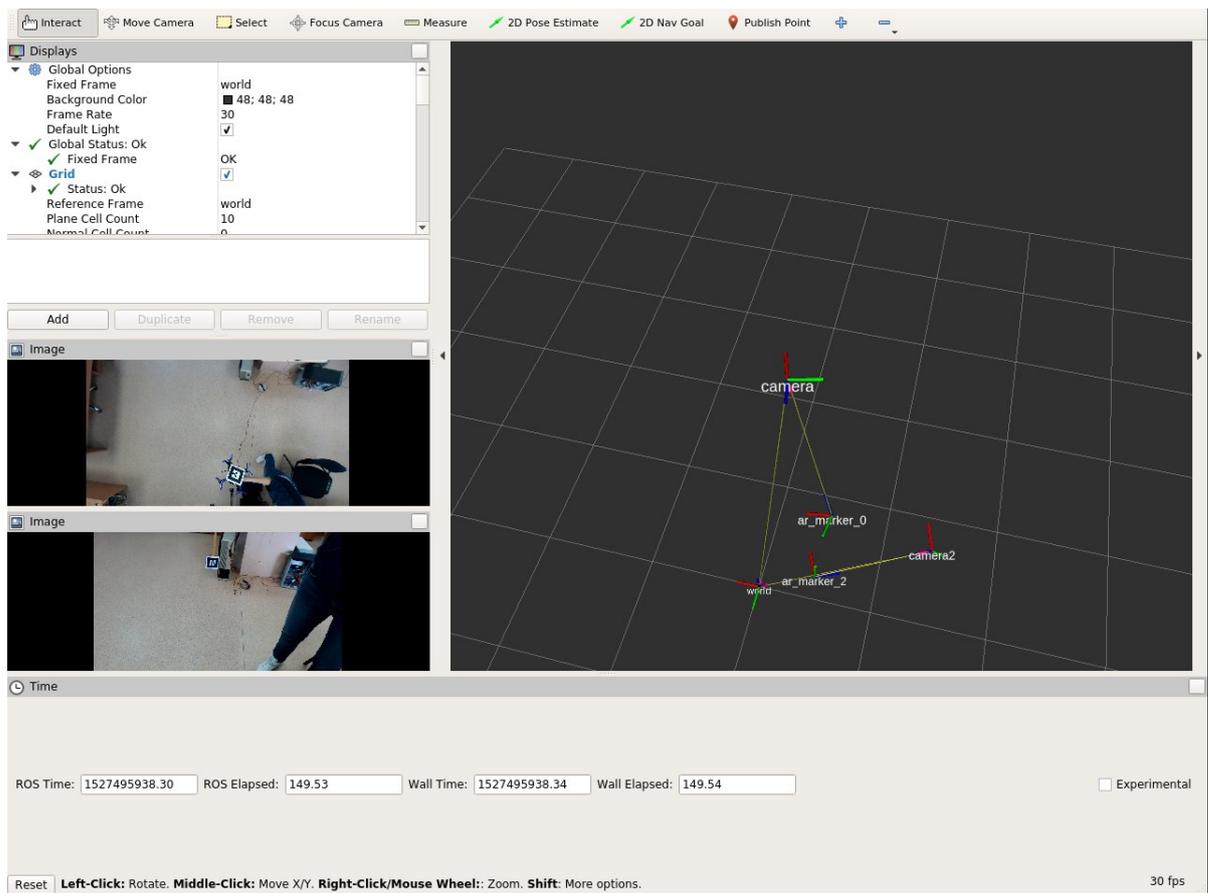


Рис. 18: Видеокادر отображения распознанных маркеров

На рисунке 20 изображена траектория движения груза в полёте, видно, что сама точка значительно расплылась: $\Delta x \approx 0.4\text{м}$, $\Delta z \approx 0.2\text{м}$.

Результаты полёта с полным регулятором представлены на рисунках 21, 22. Колебания $\gamma(t)$ представленные на рисунке 21, значительно меньше колебаний на рисунке 19, что подтверждается рассчитанным среднеквадратичным отклонением. В случае полного регулятора $\sigma \approx 0.4$

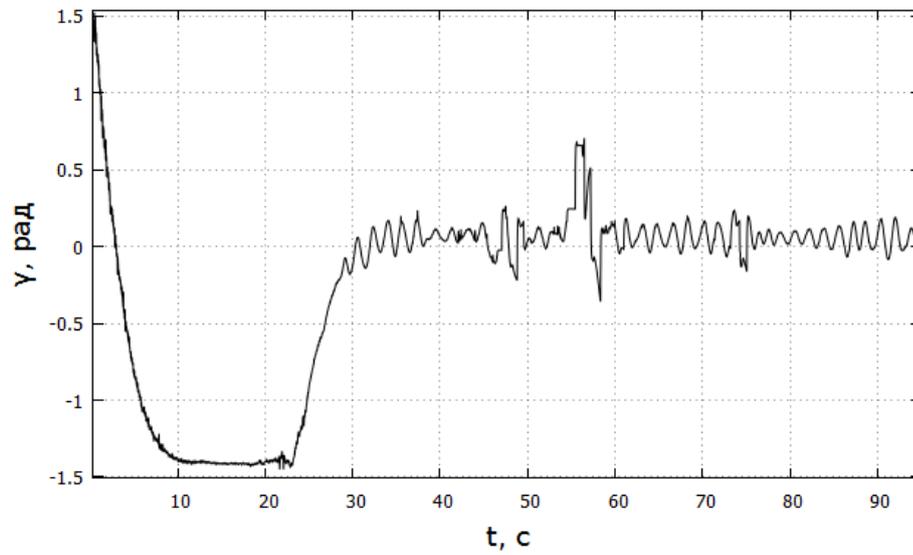


Рис. 19: $\gamma(t)$ при удержании квадрокоптера в точке с регулятором (32) без учёта слагаемых с γ

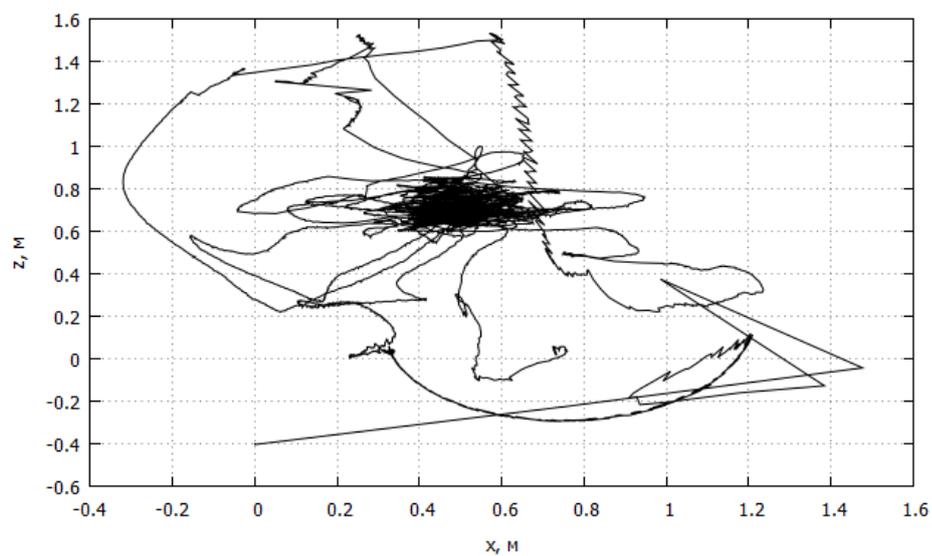


Рис. 20: Траектория движения груза при стабилизации в одной точке с регулятором (32) без учёта слагаемых с γ

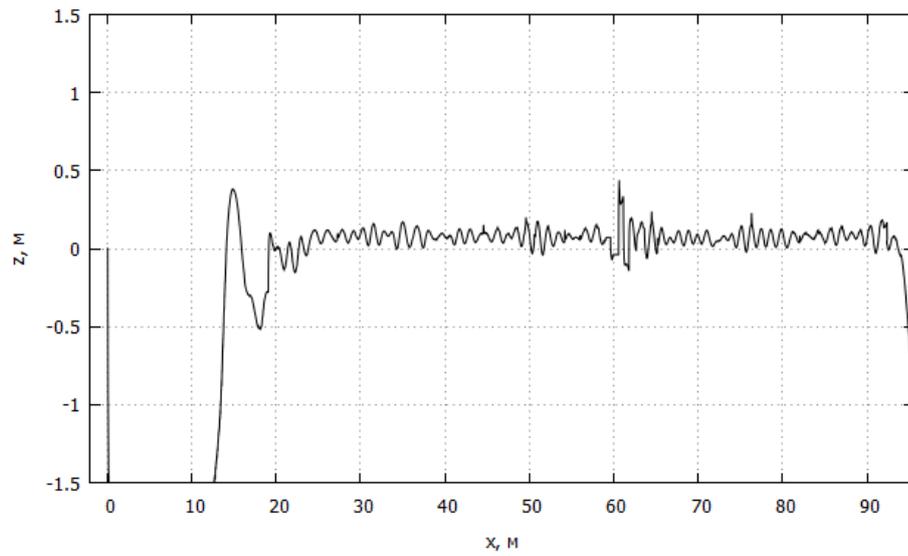


Рис. 21: $\gamma(t)$ при удержании квадрокоптера в точке с регулятором (32)

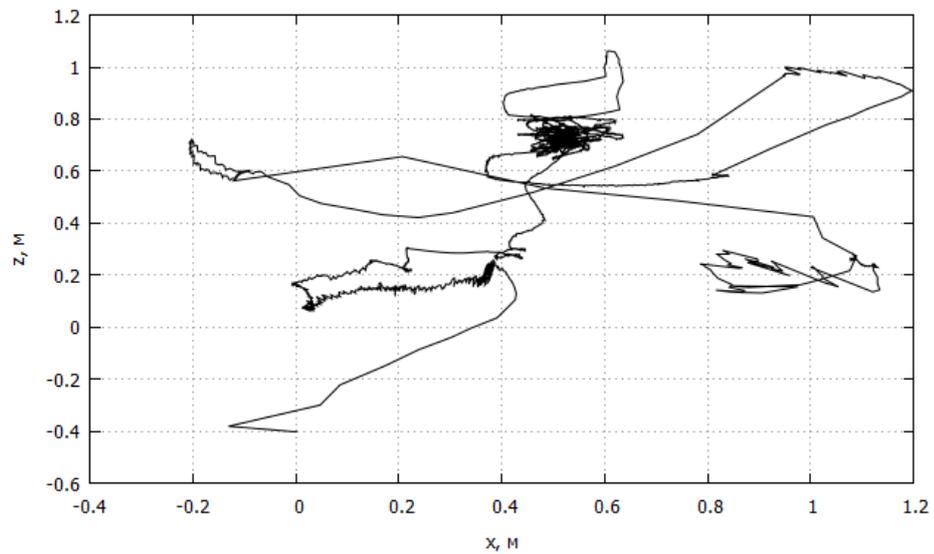


Рис. 22: Траектория движения груза при стабилизации в одной точке с регулятором (32)

Заключение

Беспилотные летательные аппараты используются человеком во многих сферах жизни. Одним из применений является транспортировка различных грузов. Существуют задачи, при которых невозможно закрепление груза непосредственно у корпуса БПЛА. Одним из возможных решений этой проблемы является идея закрепления груза на подвесе. Данная работа направлена на исследование движения квадрокоптерного БПЛА с грузом на подвесе. Были рассмотрены две модели с жёсткосвязанным и с шарнирно закреплённым стержнем. Проведено моделирование и выявлена энергозатратность стабилизации первой модели и возникновение колебаний во второй. Методом структурного синтеза построен нелинейный регулятор, использующий величину угла отклонения стержня от вертикали и направленный на стабилизацию груза. Моделирование построенного регулятора доказало его устойчивость, после чего были проведены экспериментальные полёты с данным регулятором и численно доказана его эффективность.

Список литературы

- [1] Leishman J.G. The Breguet-Richet Quad-Rotor Helicopter of 1907 /J.G.Leishman // University of Maryland. Rotorcraft aerodynamic group; То же[Электронный ресурс]. - Режим доступа: URL: http://www.academia.edu/815361/The_breguet-richet_quad-rotor_helicopter_of_1907 (дата обращения 30.05.2018)
- [2] Museum of United States Air Force [Электронный ресурс] – Режим доступа: URL: <http://www.nationalmuseum.af.mil/> (дата обращения 30.05.2018)
- [3] Эпов М.И. Применение беспилотных летательных аппаратов в аэрогеофизической разведке [Текст]: материалы междунаро. науч. конгресса "Интерэкспо Гео-Сибирь" / М.И. Эпов, И.Н.Злыгостев. - 3 том 2, - Новосибирск: Из-во СГУГиТ, 2012. – С. 22-27
- [4] Bouabdallah S. Design and control of an indoor micro quadrotor /S. Bouabdallah, P. Murrieri, R. Siegwart // Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation. – New Orlean, 2004. Vol.5.– P. 4393-4398
- [5] The navigation and control technology inside the ar.drone micro uav /P.-J. Bristeau, F. Callou, D. Vissiere, *et. al.* // 18th IFAC World Congress. — Milano, 2011. — P. 1477–1484.
- [6] Castillo P. Stabilization of a mini-rotorcraft having four rotors/ P.Castillo, R. Lozano, A. Dzul // Proc. of the IEEE/RSJ Intern. Conf. on Intelligent Robots and Systems. – Sendai, 2004. Vol.3. – P. 2693-2698.
- [7] Mistler V. Exact linearization and noninteracting control of a 4 rotors helicopter via dynamic feedback / V. Mistler, A. Benalleue, N. M’Sirdi // Proc. of 10th IEEE Intern. Worshop on Robot and Human Interactive Communication. – P., 2001. – P. 586-593.
- [8] Kim J. Accurate Modeling and Robust Hovering Control for a Quad-rotor VTOL Aircraft/J. Kim, MS. Kang, S. Park// Journal of Intelligent Robotic Systems – Netherlands, 2010. Vol. 57. – P. 9-26.

- [9] Reddy K. R. Dynamic Simulation of a Helicopter Carrying a Slung Load / K. R. Reddy, T. T. Truong, R. A. Stuckey, *et. al.*// MODSIM 2007, Proceedings of the International Congress on Modeling and Simulation. –Canberra, 2007. – P. 2742-2746
- [10] Lee T., Geometric Control of Multiple Quadrotor UAVs transporting a Cable-Suspended Rigid Body/ T. Lee// 53rd IEEE Conference on Decision and Control. – Los Angeles, 2014. – P. 255-264
- [11] Palunko I., Trajectory Generation for Swing-Free Maneuvers of a Quadrotor with Suspended Payload: A Dynamic Programming Approach /I. Palunko, R. Fierro, P. Cruz//IEEE International Conference on Robotics and Automation. – Saint Paul, 2012. – P. 2691-2697
- [12] Бойчук Л.М. Метод структурного синтеза нелинейных систем автоматического управления[Текст]: книга для инженеров и науч.работников / Л.М. Бойчук. - 442 выпуск.-М.: Энергия, 1971. - 113 С.