

УДК 004.932

## КОМПЕНСАЦИЯ ВЛИЯНИЯ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССА ОЦЕНИВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ИЗОБРАЖЕНИЙ

© А. Г. Ташлинский, Р. О. Коваленко

*Ульяновский государственный технический университет,  
432027, г. Ульяновск, ул. Северный Венец, 32  
E-mail: r.kovalenko.o@gmail.com*

Предложена методика компенсации влияния интерполяции при моделировании алгоритмов оценивания взаимных пространственных деформаций изображений. Методика апробирована на ряде мер подобия изображений, используемых при синтезе алгоритмов, в частности среднего квадрата межкадровой яркости изображений, коэффициента межкадровой корреляции и взаимной информации Шеннона. Получены расчётные выражения для компенсации влияния билинейной и бикубической интерполяций. При этом разработанная методика применима и для других мер подобия, используемых при синтезе алгоритмов оценивания пространственных деформаций изображений, а также любых других интерполяций: сплайновых, с использованием многочленов Лагранжа, Ньютона, степенных функций и др.

*Ключевые слова:* моделирование, интерполяция, целевая функция, меры подобия изображений, пространственные деформации изображений.

DOI: 10.15372/AUT20220506

**Введение.** Оценивание взаимных пространственных деформаций цифровых изображений одной сцены, полученных в разное время с разных ракурсов или в разных спектральных диапазонах, — распространённая операция при их обработке, например при совмещении изображений [1, 2]. Необходимость оценивания параметров деформаций возникает в различных приложениях: комплексировании разнородных снимков в медицине [3], отслеживании по видеоинформации динамики изменений элементов промышленных объектов [4], построении траекторий беспилотных летательных и подводных аппаратов [5], мониторинге земной поверхности [6], обнаружении объектов интереса [7] и многих других. Соответственно актуальной остаётся задача разработки всё новых алгоритмов оценивания параметров взаимных деформаций изображений, использующих новые подходы, и предметно-ориентированных под условия конкретных прикладных задач. Подобные алгоритмы используются и при решении задачи определения динамической трансформации сцены по видеопоследовательности [8], которая сводится к последовательной межкадровой оценке деформаций.

Разрабатываемые алгоритмы оценивания параметров взаимных пространственных деформаций требуют проверки их эффективности, быстродействия и точностных свойств, которая проводится, как правило, на имитированных и реальных изображениях. При этом для точности оценивания необходимо знать истинные значения параметров деформаций. Обеспечить нужную точность задания параметров в натурном эксперименте часто оказывается затруднительным, поэтому деформации одного из изображений моделируются. Для этого используют различные модели преобразования изображений: декартову, подобия, аффинную, проективную и другие [9], определяемые условиями конкретных задач [10, 11].

При исследовании одно из изображений  $\mathbf{Z}$ , которое условно назовём опорным, не изменяется, а второе изображение  $\tilde{\mathbf{Z}}$  для получения заданных значений параметров деформаций передискретизируется по заданной модели либо из опорного, либо из другого изображения

(разновременного, разноракурсного и др.) той же сцены. При этом для получения значений яркостей пикселей изображения  $\tilde{\mathbf{Z}}$  применяется некоторая интерполяция. Полученные изображения используются для анализа эффективности синтезируемых алгоритмов оценивания пространственных деформаций в различных условиях, например при влиянии шумов. Однако при формировании деформированного изображения интерполяция вносит изменения в его корреляционные свойства, что сказывается на адекватности и корректности результатов исследований.

В данной работе предложена методика компенсации влияния интерполяции при моделировании алгоритмов оценивания деформаций изображений.

**Постановка задачи.** Обозначим пиксели опорного изображения через  $z_{i,j} \in \mathbf{Z}$ , а деформированного через  $z_{\tilde{i},\tilde{j}} \in \tilde{\mathbf{Z}}$ , где  $(i,j)$  и  $(\tilde{i},\tilde{j})$  — координаты регулярной сетки, на которой они заданы в единой системе координат.

Будем считать, что начало системы координат совпадает с координатами  $(0,0)$ . Тогда координаты  $(\tilde{i},\tilde{j})$  узлов сетки отсчётов деформированного изображения определяются принятой моделью деформаций. В частности, при использовании модели подобия, включающей параметры сдвига  $\bar{h} = (h_x, h_y)^\top$ , угла поворота  $\varphi$  и коэффициента масштаба  $\varkappa$ , координаты определяются выражениями:

$$\tilde{i} = \varkappa(i \cos \varphi + j \sin \varphi) + h_x, \quad \tilde{j} = \varkappa(i \sin \varphi + j \cos \varphi) + h_y. \quad (1)$$

Синтез алгоритмов оценивания параметров деформаций предполагает задание некоторой целевой функции (ЦФ) качества оценивания. При решении различных прикладных задач целевыми функциями считаются разнообразные меры подобия изображений [12]. В рамках исследований в данной работе использованы три наиболее распространённые меры подобия: средний квадрат межкадровой разности (СКМР), коэффициент межкадровой корреляции (КМК) [13] и взаимная информация (ВИ) (в частности, в приведённых далее примерах использована ВИ Шеннона [14]).

Дать оценку целевой функции СКМР изображений  $\mathbf{Z}$  и  $\tilde{\mathbf{Z}}$  можно по формуле

$$J_{\text{СКМР}} = \frac{1}{\mu} \sum_i \sum_j (z_{i,j} - z_{\tilde{i},\tilde{j}})^2,$$

где суммирование ведётся по некоторой выборке пикселей изображения  $\mathbf{Z}$ ;  $\mu$  — объём выборки.

Оценку КМК изображений  $\mathbf{Z}$  и  $\tilde{\mathbf{Z}}$  получим из выражения

$$J_{\text{КМК}} = \frac{1}{\mu} \sum_i \sum_j \frac{z_{i,j} z_{\tilde{i},\tilde{j}}}{\hat{\sigma}[z_{i,j}] \hat{\sigma}[z_{\tilde{i},\tilde{j}}]},$$

где  $\sigma[x]$  — среднее квадратическое отклонение  $x$ , оценки которого найдены соответственно по пикселям  $z_{i,j}$  и  $z_{\tilde{i},\tilde{j}}$  используемой выборки.

Взаимная информация Шеннона может быть вычислена через энтропии:

$$J_{\text{ВИ}} = \hat{H}(\mathbf{Z}) + \hat{H}(\tilde{\mathbf{Z}}) - \hat{H}(\mathbf{Z}, \tilde{\mathbf{Z}}),$$

где  $\hat{H}(\mathbf{Z}) = - \sum_i p_z(z_i) \ln(p_z(z_i))$  — оценка энтропии изображения;  $p_z$  — оценка маргинальной плотности распределения вероятностей яркостей выборки изображения;  $\hat{H}(\mathbf{Z}, \tilde{\mathbf{Z}}) = - \sum_i \sum_k p_{z_1, z_2}(z_i, z_k) \ln(p_{z_1, z_2}(z_i, z_k))$  — оценка совместной энтропии изображений;  $p_{z_1, z_2}(z_i, z_k)$  — оценка совместной плотности распределения вероятностей.

Интенсивность  $z_{\tilde{i},\tilde{j}}$  пикселей интерполированного изображения может быть спрогнозирована через некоторую интерполяцию, например билинейную:

$$z_{\tilde{i},\tilde{j}} = \sum_{n=0}^1 \sum_{m=0}^1 a_{n,m} z_{n,m} \quad (2)$$

или бикубическую:

$$z_{\tilde{i},\tilde{j}} = \sum_{n=-1}^2 \sum_{m=-1}^2 a_{n,m} z_{n,m} \quad (3)$$

(здесь  $a_{n,m}$  — некоторые коэффициенты, определяемые видом интерполяции [15];  $(n, m)$  — координаты пикселей опорного изображения в локальной системе координат, центр которой (точка  $(n = 0, m = 0)$ ) соответствует целочисленным значениям координат  $(\tilde{i}, \tilde{j})$ ). При этом дробная (субпиксельная) составляющая  $(\Delta x, \Delta y)$  этих координат определяет коэффициенты  $a_{n,m}$ . Так, при билинейной интерполяции  $a_{0,0} = (1 - \Delta x)(1 - \Delta y)$ ,  $a_{0,1} = (1 - \Delta x)\Delta y$ ,  $a_{1,0} = \Delta x(1 - \Delta y)$ ,  $a_{1,1} = \Delta x \Delta y$ .

Коэффициент межпиксельной корреляции имитированного деформированного изображения в точках, соответствующих узлам опорного изображения, не изменяется, а в точках между узлами за счёт коррелированности пикселей опорного изображения увеличивается. При этом максимальное увеличение достигается при сдвиге на половину сетки отсчётов по обеим координатам.

Это приводит к искажению формы ЦФ как функции параметров деформаций. Пример корреляционной функции таких изображений приведён на рис. 1. Видно, что при билинейной интерполяции эффект искажения корреляционной функции существенно больше.

Примеры искажений ЦФ, вызванных влиянием интерполяции на корреляционные свойства изображений, приведены на рис. 2. Здесь моделировался параллельный сдвиг изображения рис. 3 вдоль одной из координатных осей.

Видно, что интерполяция на различные ЦФ влияет по-разному. Наибольшие искажения заметны при СКМР, наименьшие — при ВИ. Это объясняется тем, что ЦФ отражают разные характеристики изображений: СКМР — яркостные, КМК — ковариационные,

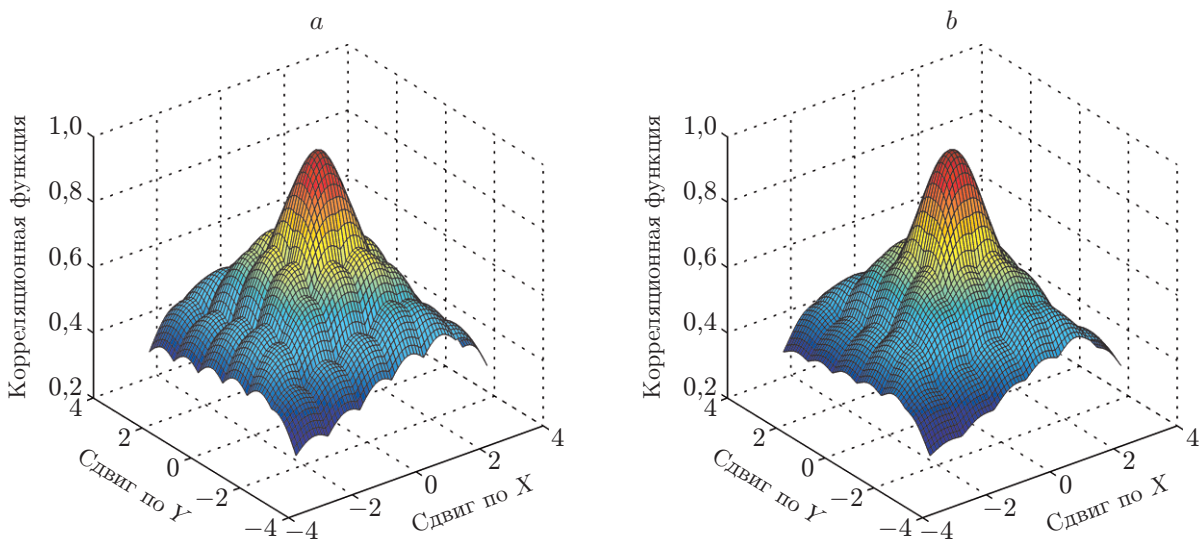


Рис. 1. Корреляционные функции имитированного изображения: *a* — интерполяция (2); *b* — интерполяция (3)

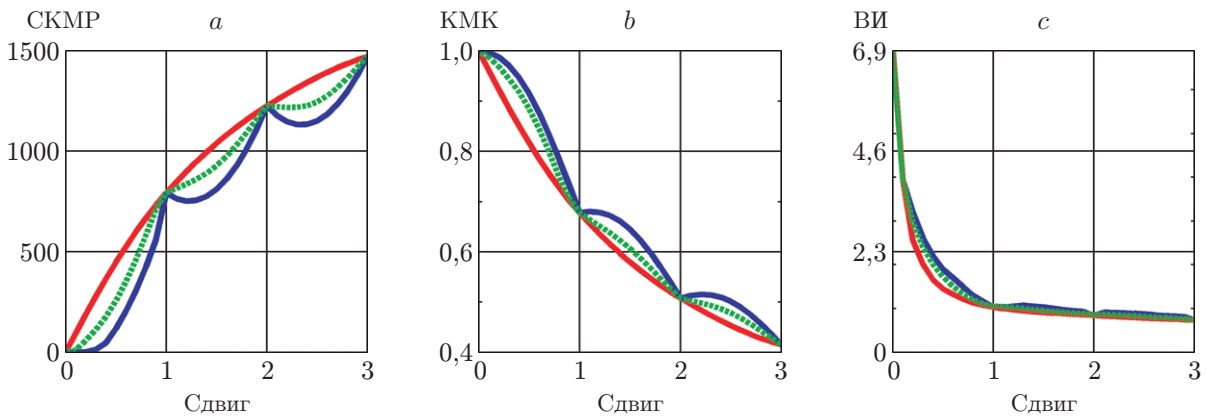


Рис. 2. Примеры искажений ЦФ при сдвиге интерполированного изображения: *a* — СКМР, *b* — КМК, *c* — ВИ (красная кривая соответствует неискажённой ЦФ, синяя — ЦФ билинейной интерполяции, зелёная — бикубической)



Рис. 3. Спутниковый снимок Ульяновского государственного технического университета

ВИ — энтропийные. Отметим, что различные параметры деформаций также по-разному сказываются на ЦФ. Так, при угле поворота искажения ЦФ зависят от расположения центра поворота и минимальны, если центр поворота находится в центре изображения.

**Компенсация эффекта интерполяции и результаты.** Для компенсации влияния интерполяции использовалось добавление в интерполированные пиксели изображения независимого гауссова шума, интенсивность которого является функцией параметров деформаций. Эту функциональную зависимость можно найти из следующих соображений.

Пусть дисперсия опорного изображения обозначается как  $\sigma_z^2$ . Яркость пикселя в узле интерполированного изображения определяется видом интерполяции, например (2), (3) или любым другим. Соответственно дисперсия интерполированных пикселей определяется теми же зависимостями, но с учётом коррелированности слагаемых в этих выражениях.

Степень коррелированности, в свою очередь, задаётся корреляционной функцией  $\rho(l)$  опорного изображения, где  $l$  — расстояние между соответствующими точками опорного изображения. Величину  $\sigma_\theta^2$  дисперсии шума, который нужно добавить в пиксели  $z_{\tilde{i},\tilde{j}}$  интерполированного изображения с координатами  $(\tilde{i}, \tilde{j})$ , можно найти из условия равенства

дисперсии яркости пикселей интерполированного и опорного изображений:

$$\sigma_{\theta}^2 = \sigma_z^2 - \sigma_z^2(\tilde{i}, \tilde{j}). \quad (4)$$

Опуская промежуточные выкладки и считая в корреляционном смысле изображение изотропным, приведём формулу для дисперсии шума, который нужно добавить в пиксели  $z_{\tilde{i}, \tilde{j}}$  интерполированного изображения при билинейной интерполяции:

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta}^2 = \sigma^2 &(-4(\Delta x^2 \Delta y^2 - \Delta x^2 \Delta y - \Delta x \Delta y^2 + \Delta x \Delta y)(1 - 2\rho(1) + \rho(\sqrt{2})) - \\ &- 2(\Delta x^2 - \Delta x + \Delta y^2 - \Delta y)(1 - 2\rho(1))), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\Delta x, \Delta y$  — дробные составляющие координат  $(\tilde{i}, \tilde{j})$ .

При использовании бикубической интерполяции выражение для дисперсии корректирующего шума можно записать в виде

$$\sigma_{\theta}^2 = \sigma^2 \left( 1 - \sum_{k=-1}^2 \sum_{l=-1}^2 \sum_{n=-1}^2 \sum_{m=-1}^2 a_{k,l} a_{n,m} \rho(\sqrt{(n-k)^2 + (m-l)^2}) \right), \quad (6)$$

где обозначения соответствуют (3). Выражение (6) справедливо для  $\Delta x, \Delta y < 1$ . Расчётные формулы для коэффициентов  $a_{k,l}$  и  $a_{n,m}$  сведены в таблицу.

Экспериментальные исследования подтвердили корректность полученных результатов. Пример корреляционной функции имитированного изображения (см. рис. 1, а) с компенсацией влияния интерполяции приведён на рис. 4.

Графики исследуемых ЦФ, полученные при моделировании параллельного сдвига изображения (см. рис. 3) вдоль одной из координатных осей (см. рис. 2) с учётом коррекции влияния интерполяции, приведены на рис. 5. Поскольку кривые практически совпадают, они показаны не непрерывными линиями, а их отдельными цветными фрагментами.

Из полученных результатов видно, что влияние интерполяции скорректировано и практически незаметно.

#### Расчётные выражения для интерполяционных коэффициентов

$n, k$	$m, l$			
	-1	0	1	2
-1	$(\Delta x^3 - 3\Delta x^2 + 2\Delta x) \times (\Delta y^3 - 3\Delta y^2 + 2\Delta y)/36$	$-(\Delta x^3 - 3\Delta x^2 + 2\Delta x) \times (\Delta y^3 - 3\Delta y^2 + 2\Delta y)/12$	$(\Delta x^3 - \Delta x^2 - 2\Delta x) \times (\Delta y^3 - 3\Delta y^2 + 2\Delta y)/12$	$-(\Delta x^3 - \Delta x) \times (\Delta y^3 - 3\Delta y^2 + 2\Delta y)/36$
0	$-(\Delta x^3 - 3\Delta x^2 + 2\Delta x) \times (\Delta y^3 - 2\Delta y^2 - \Delta y + 2)/12$	$(\Delta x^3 - 2\Delta x^2 - \Delta x + 2) \times (\Delta y^3 - 2\Delta y^2 - \Delta y + 2)/4$	$-(\Delta x^3 - \Delta x^2 - 2\Delta x) \times (\Delta y^3 - 2\Delta y^2 - \Delta y + 2)/4$	$(\Delta x^3 - \Delta x) \times (\Delta y^3 - 2\Delta y^2 - \Delta y + 2)/12$
1	$(\Delta x^3 - 3\Delta x^2 + 2\Delta x) \times (\Delta y^3 - \Delta y^2 - 2\Delta y)/12$	$-(\Delta x^3 - 2\Delta x^2 - \Delta x + 2) \times (\Delta y^3 - \Delta y^2 - 2\Delta y)/4$	$(\Delta x^3 - \Delta x^2 - 2\Delta x) \times (\Delta y^3 - \Delta y^2 - 2\Delta y)/4$	$-(\Delta x^3 - \Delta x) \times (\Delta y^3 - \Delta y^2 - 2\Delta y)/12$
2	$-(\Delta x^3 - \Delta x) \times (\Delta y^3 - 3\Delta y^2 + 2\Delta y)/36$	$(\Delta x^3 - 2\Delta x^2 - \Delta x + 2) \times (\Delta y^3 - \Delta y)/12$	$-(\Delta x^3 - \Delta x^2 - 2\Delta x) \times (\Delta y^3 - \Delta y)/12$	$(\Delta x^3 - \Delta x) \times (\Delta y^3 - \Delta y)/36$

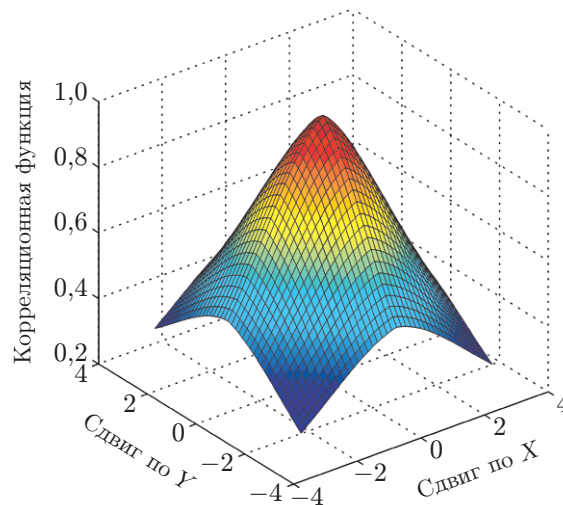


Рис. 4. Корреляционная функция имитированного изображения с компенсацией влияния интерполяции

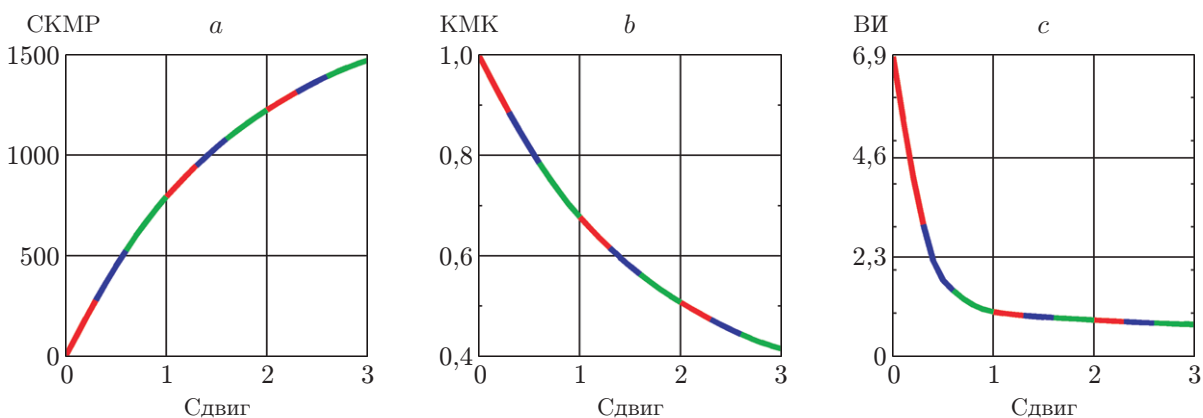


Рис. 5. Целевая функция после компенсации влияния интерполяции:  
a — СКМР, b — КМК, c — ВИ

**Заключение.** Предложенная методика компенсации влияния интерполяции на ЦФ качества при моделировании процесса оценивания параметров геометрических деформаций изображений показала высокую эффективность.

Методика рассмотрена на примерах трёх мер подобия изображений: СКМР, КМК и ВИ Шеннона при использовании билинейной и бикубической интерполяций, но она применима и для других мер подобия, используемых при синтезе алгоритмов оценивания пространственных деформаций изображений, а также любых интерполяций: сплайновых, с использованием многочленов Лагранжа, Ньютона, степенных функций и др.

**Финансирование.** Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (грант № 22-21-00513, <https://rscf.ru/project/22-21-00513/>).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Azam M. A., Khan K. B., Ahmad M., Mazzara M. Multimodal medical image registration and fusion for quality enhancement // Computers, Materials & Continua. 2021. **68**, N 2021. P. 821–840.

2. **Yu G., Zhao S.** A new feature descriptor for multimodal image registration using phase congruency // *Sensors*. 2020. **20**, N 18. P. 5105.
3. **Фида А. Д., Гайдель А. В., Демин Н. С. и др.** Автоматическое совмещение изображений оптической когерентной томографии и снимков глазного дна // *Компьютерная оптика*. 2021. **45**, № 5. С. 721–727.
4. **Dementiev V. E., Magdeev R. G., Tashlinskii A. G.** Detecting anomalies in temporal image sequences based on object identification by the stochastic gradient adaptation // *Proc. of the Int. Conference on Information Technology and Nanotechnology (ITNT)*. Samara, Russia, 20-24 Sept., 2021. P. 1–5.
5. **Kamaev A. N., Karmanov D. A.** Visual navigation of an autonomous underwater vehicle based on the global search of image correspondences // *Comp. Opt.* 2018. **42**, N 3. P. 457–467.
6. **Фролов В. Н., Тупиков В. А., Павлова В. А., Александров В. А.** Методы информационного совмещения изображений в многоканальных оптико-электронных системах // *Известия Тульского государственного университета. Технические науки*. 2016. **11**, № 3. С. 95–104.
7. **Magdeev R. G., Tashlinskii A. G.** Efficiency of object identification for binary images // *Comput. Opt.* 2019. **43**, N 2. P. 277–281.
8. **Tashlinskii A. G., Smirnov P. V.** Formation of inter-frame deformation field of images using reverse stochastic gradient estimation // *Pattern Recognition-Selected Meth. and Appl. Open Access*. 2019. P. 5–23. DOI: 10.5772/intechopen.83489.
9. **Gonzalez R. C., Woods E.** *Digital Image Processing*. London: Pearson publisher, 2009. 1022 p.
10. **Воскобойников Ю. Е.** Артефакты вейвлет-фильтрации изображений и их устранение // *Автометрия*. 2020. **56**, № 6. С. 3–10. DOI: 10.15372/AUT20200601.
11. **Павлова А. И.** Анализ методов интерполирования высот точек для создания цифровых моделей рельефа // *Автометрия*. 2017. **53**, № 2. С. 86–94.
12. **Tashlinskiy A. G., Voronov S. V.** Similarity and dissimilarity measures as objective function in image registration // *SWorldJournal*. 2015. **10**, N 1. P. 32–48.
13. **Tashlinskii A. G.** Pseudogradient estimation of digital images interframe geometrical deformations // *Vis. Syst.: Segmentation and Pattern Recogn. Open Access*. 2007. P. 465–494. DOI: 10.5772/4975.
14. **Shannon C. E., Weaver W.** *The Mathematical Theory of Communication*. Urbana: University of Illinois Press, 1998. 131 p.
15. **Keys R.** Cubic convolution interpolation for digital image processing // *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Process.* 1981. **29**, N 6. P. 1153–1160.

*Поступила в редакцию 06.07.2022*

*После доработки 12.07.2022*

*Принята к публикации 22.08.2022*