

УДК 004.932

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО НЕОДНОРОДНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА БАЗЕ ДВАЖДЫ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

© Н. А. Андриянов¹, К. К. Васильев², В. Е. Дементьев²,
А. В. Бемянчиков²

¹ *Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации,
125167, Москва, Ленинградский просп., 49/2*

² *Ульяновский государственный технический университет,
432027, г. Ульяновск, ул. Северный Венец, 32
E-mail: nikita-and-nov@mail.ru*

Рассматриваются вопросы восстановления изображений, когда доступна только часть наблюдений, подвергшихся аддитивному шуму. Другими словами, решается задача восстановления прореженного изображения (по пилотным пикселям). При этом следует отметить, что сами прореженные пиксели смешиваются с белым гауссовским шумом. Для решения этой задачи были синтезированы специальные модификации нелинейных фильтров на основе глубоких дважды стохастических моделей Гаусса. Полученные результаты позволяют сделать вывод об эффективности предложенных фильтров по сравнению с линейными методами и традиционными алгоритмами. Исследование показывает возможность восстановления изображений с использованием только 50 % информации с помощью дважды стохастической модели, что приводит к относительной ошибке 9 %.

Ключевые слова: обработка изображений, дважды стохастические модели, нелинейная фильтрация, восстановление снимков.

DOI: 10.15372/AUT20220505

Введение. Классические задачи компьютерного зрения сегодня включают в себя распознавание образов [1, 2], обнаружение объектов [3, 4], а также сегментацию изображений [5]. Интересной задачей является генерация изображений [6, 7]. Однако процедуры предобработки в литературе рассматриваются реже. При этом моделирование изображений может успешно применяться не только в развлекательных сферах, но и для фильтрации [8–10] и восстановления данных [11, 12]. Если упомянутые задачи компьютерного зрения эффективно решаются с помощью глубокого обучения и свёрточных нейронных сетей [13, 14], то решение задач фильтрации и восстановления успешно и производительно может быть получено с применением разного рода линейных математических моделей. Исследуемый в предлагаемой работе алгоритм подразумевает, что на основе известных наблюдаемых прореженных данных с шумом можно сделать прогнозы для всех оставшихся точек изображения (рис. 1).

На рис. 1 меткой X обозначены пиксели, для которых известны значения суммы исходного сигнала с шумом, т. е. зашумлённые отсчёты прореженного изображения. Точки без метки X дополняют изображение до исходного размера. Для каждого неизвестного значения можно сделать прогноз по таким отсчётам. При наличии прогноза, полученного на базе каузальных или оконных фильтров, обработка пространственно однородного и стационарного во времени материала представляет собой легко решаемую задачу. К сожалению, свойства пространственной однородности изображений и стационарности во времени их последовательностей присущи зачастую лишь синтезируемым с помощью математических моделей случайным полям (СП), а в реальных изображениях наблюдаются и

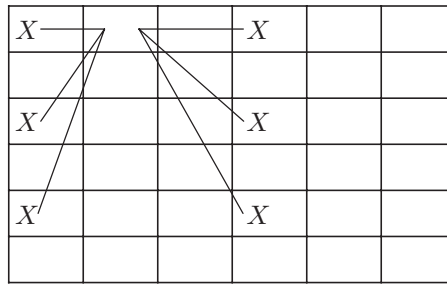


Рис. 1. Прогноз для точки

пространственная неоднородность, выраженная наличием множества объектов, и нестационарность во времени, например, на спутниковых снимках, сделанных в разные периоды года. Как следствие, линейные фильтры приводят к большим погрешностям. Для преодоления отмеченных сложностей необходимо использовать нелинейные математические модели случайных полей. Генерируемые на их базе изображения способны адекватно описывать реальный материал, не обладающий свойствами стационарности и однородности. Однако информация о модели может выгодно быть применена в нелинейном фильтре. Широкое распространение получила дважды стохастическая модель изображений [10], на основе которой могут быть предложены процедуры дважды стохастической фильтрации (ДС). Преимуществом таких фильтров является способность эффективной (в смысле минимума дисперсии ошибки оценивания) оценки локальных корреляционных характеристик без их сглаживания, как это наблюдается в оконных фильтрах [15].

Основная задача в представленной работе — восстановление передаваемого изображения после прохождения по каналу передачи под воздействием аддитивного белого гауссова шума. Ключевые точки сетки изображения обеспечивают высокое качество передачи. Другими словами, решается задача восстановления окрестностей изображения по локальным точкам. Следует отметить, что данная задача связана не только с непосредственно восстановлением потерянной информации, но и с улучшением качества изображений при «суперразрешении» [11], а также при оценке принимаемого сигнала связи технологии мультиплексирования с ортогональным частотным разделением каналов по пилот-сигналам [16].

Дважды стохастическая фильтрация и восстановление. Пусть изображение представлено реализацией СП. Само СП при этом задано на прямоугольной сетке. Необходимо имитировать неоднородность на изображении, для чего можно использовать дважды стохастические модели. Универсальная модель с изменяющимися свойствами описывается выражением

$$x_{\bar{i}} = F(x_{\bar{j}}, \alpha_{\bar{i}}, \xi_{\bar{i}}), \quad \bar{i} \in \Omega, \quad \bar{j} \in D, \quad (1)$$

где Ω — прямоугольная сетка; D — окрестность пикселя $x_{\bar{i}}$; $\xi_{\bar{i}}$ — аддитивное гауссовское поле, обеспечивающее случайность модели; $F(\cdot)$ — функция преобразования, которая зависит от параметров выбранной модели; $\alpha_{\bar{i}}$ — сами параметры, которые представляют собой реализации СП.

Представим универсальное выражение (1) более детальной моделью в классе авторегрессионных (АР) моделей. В общем случае СП будет задаваться N -мерной сеткой $\Omega = \{\bar{i} = (i_1, i_2, \dots, i_N) : (i_k = 1, 2, \dots, M_k), k = 1, 2, \dots, N\}$:

$$x_{\bar{i}} = \alpha_{\bar{i}} + \sum_{\bar{j} \in D_{\bar{i}}} \rho_{\bar{i}, \bar{j}} x_{\bar{i}-\bar{j}} + \beta_{\bar{i}} \xi_{\bar{i}}, \quad \bar{i}, \bar{j} \in \Omega, \quad (2)$$

где $x = \{x_{\bar{i}}, \bar{i} \in \Omega\}$ — информационное поле; $\{\rho_{\bar{i},\bar{j}}, \alpha_{\bar{i}}, \beta_{\bar{i}}; \bar{i} \in \Omega, \bar{j} \in D_{\bar{i}}\}$ — набор коэффициентов модели; $\Theta = \{\xi_{\bar{i}}, \bar{i} \in \Omega\}$ — порождающее гауссово СП; $D_{\bar{i}}$ — каузальная область локальных состояний для точки \bar{i} . Стохастические коэффициенты определяются выражением

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{\bar{i},\bar{j}} = \sum_{\bar{l} \in D_{\rho_{\bar{i},\bar{j}}}} r_{\bar{i},\bar{j}} \rho_{\bar{i}-\bar{l},\bar{j}} + \gamma_{\bar{i},\bar{j}} \zeta_{\bar{i},\bar{j}}; \\ \alpha_{\bar{i}} = \sum_{\bar{l} \in D_{\alpha_{\bar{i}}}} r_{\alpha\bar{l}} \alpha_{\bar{i}-\bar{l}} + \gamma_{\alpha\bar{i}} \zeta_{\alpha\bar{i}}; \\ \beta_{\bar{i}} = \sum_{\bar{l} \in D_{\beta_{\bar{i}}}} r_{\beta\bar{l}} \beta_{\bar{i}-\bar{l}} + \gamma_{\beta\bar{i}} \zeta_{\beta\bar{i}}, \end{array} \right. \quad (3)$$

где $\{r_{\bar{i},\bar{j}}, \gamma_{\bar{i},\bar{j}}, r_{\alpha\bar{i},\bar{j}}, \gamma_{\alpha\bar{i},\bar{j}}, r_{\beta\bar{i},\bar{j}}, \gamma_{\beta\bar{i},\bar{j}}\}$ — такие параметры модели, которые постоянны во времени и пространстве; $D_{\rho_{\bar{i},\bar{j}}}, D_{\alpha_{\bar{i}}}, D_{\beta_{\bar{i}}}$ есть соответствующие области локальных состояний параметров (поскольку они должны быть ограничены); $\{\zeta_{\bar{i},\bar{j}}, \bar{i}, \bar{j} \in \Omega\}, \{\zeta_{\alpha\bar{i},\bar{j}}, \bar{i}, \bar{j} \in \Omega\}, \{\zeta_{\beta\bar{i},\bar{j}}, \bar{i}, \bar{j} \in \Omega\}$ — дополнительные СП с нулевым средним и дисперсией, определяющей изменчивость параметров.

Модель (2) может быть использована только для изображений с медленно меняющимися свойствами вдоль осей из-за её анизотропного характера. Изотропные СП будем генерировать с помощью дважды стохастической модели на основе модели авторегрессии с кратными корнями характеристических уравнений (АРКК) [17]. Представим запись в многомерной операторной форме с помощью выражения

$$\prod_{k=1}^N (1 - \rho_k z_k^{-1})^{n_k} x_{\bar{i}} = \beta \xi_{\bar{i}}, \quad \bar{i} \in \Omega, \quad (4)$$

где ρ_k, β описывают свойства модели в операторной форме; n_k — параметр, характеризующий кратность модели вдоль оси k ; z_k^{-1} — оператор сдвига: $z_k^{-l}(x_{i_1, i_2, \dots, i_k, \dots, i_N}) = x_{i_1, i_2, \dots, i_{k-l}, \dots, i_N}$.

Непременным преимуществом применения АРКК на практике, т. е. при описании реальных изображений, является простота оценивания параметров для подгонки [18].

Дважды стохастическая модель АРКК описывается с помощью выражения

$$x_{i,j} = F_{\text{АРКК}(2,2)}(A, P_1 + \rho_{1i,j}, P_2 + \rho_{2i,j}, B\xi_{i,j}), \quad (5)$$

где A, P_1, P_2, B отвечают за свойства среднего значения СП, корреляции по строке и столбцу, а также его дисперсии; $F_{\text{АРКК}(k_1, k_2)}(a, \rho_1, \rho_2, b)$ — преобразование под двумерную модель АРКК; $(2, 2)$ — кратность по ширине и высоте изображения; $\rho_{1i,j} = F_{\text{АРКК}(2,2)}(r_{11}, r_{12}, \gamma_1, \xi_{1i,j})$, $\rho_{2i,j} = F_{\text{АРКК}(2,2)}(r_{21}, r_{22}, \gamma_2, \xi_{2i,j})$ — коэффициенты корреляции в виде СП модели АРКК; $\xi_{i,j}, \xi_{1i,j}, \xi_{2i,j}$ — гауссовские белые СП.

Пусть для обработки поступают наблюдения смеси полезного сигнала и шума $z_{i,j} = x_{i,j} + n_{i,j}$ с заданной дисперсией σ_n^2 . Тогда надо получить оценку значения информационного поля $\{\hat{x}_{i,j}\}$ по наблюдениям $\{z_{i,j}\}$. Дополнительно ограничивающим условием выступает наличие не всех значений наблюдений, а лишь заданных с некоторой регулярностью. Пусть размеры по ширине и высоте $i = 1, \dots, M_1, j = 1, \dots, M_2$. Тогда составим вектор $\bar{x}_{i,j} = (\bar{x}_{xi,j}, \bar{\rho}_{xi,j}, \rho_{yi,j})$

из $6M_1 + 6$ такой, что: $\bar{x}_{xi,j} = (x_{i,j}x_{i,j-1} \dots x_{i,1}x_{i-1,M_1} \dots x_{i-1,1}x_{i-2,M_1} \dots x_{i-2,j-2})^\top$,
 $\bar{\rho}_{1i,j} = (\rho_{1i,j}\rho_{1i,j-1} \dots \rho_{1i,1}\rho_{1i-1,M_1} \dots \rho_{1i-1,1}\rho_{1i-2,M_1} \dots \rho_{1i-2,j-2})^\top$, $\bar{\rho}_{2i,j} =$
 $= (\rho_{2i,j}\rho_{2i,j-1} \dots \rho_{2i,1}\rho_{2i-1,M_1} \dots \rho_{2i-1,1}\rho_{2i-2,M_1} \dots \rho_{2i-2,j-2})^\top$.

Запишем дважды стохастическую модель в компактном векторном виде: $\bar{x}_{i,j} =$
 $= \varphi_{i,j}(\bar{x}_{i,j}) + \bar{\xi}_{i,j}$, где $\varphi_{i,j}(\bar{x}_{i,j})$ — нелинейное матричное преобразование [10]; для поля
 добавок справедливо $\bar{\xi}_{i,j} = (\xi_{i,j}, \xi_{\rho 1i,j}, \xi_{\rho 2i,j})$.

На базе описанных моделей с использованием функционала нелинейной рекуррентной
 фильтрации [10] запишем выражение для описания дважды стохастического фильтра:

$$\hat{x}_{i,j} = \hat{x}_{Ei,j} + B_{i,j}(z_{i,j} - \hat{x}_{Ei,j}), \quad (6)$$

где $\hat{x}_{Ei,j}$ — экстраполируемое с помощью модели значение информационного по-
 ля; $B_{i,j} = P_{Ei,j}C^\top D_{i,j}^{-1}$; $C = (1, 0, \dots, 0)$; $D_{i,j} = CP_{Ei,j}C^\top + \sigma_n^2$; $P_{Ei,j} =$
 $= \varphi'_{i,j-1}(\hat{x}_{i,j-1})P_{i,j-1}\varphi'_{i,j-1}(\hat{x}_{i,j-1})^\top + V_{\xi i,j}$. Каждая итерация описывается матрицей оши-
 бок $P_{i,j} = (E - B_{i,j}C)P_{Ei,j}$ размерности $([6M_1 + 6] \times [6M_2 + 6])$, где M_1 — число строк
 изображения, M_2 — число столбцов в изображении. Сходимость для такого фильтра до-
 казана в [19]. В отличие от построчного фильтра Калмана предложенный алгоритм не
 требует обращения матриц большого размера. Более того, при формировании оценки ин-
 формационного поля в произвольной точке будут задействованы элементы, расположенные
 левее и выше, при этом все оценки в векторе будут уточнены. Главное же свойство — это
 наличие на выходе фильтра оценок информационного поля, а также полей параметров, на-
 пример, корреляционных связей по строке и столбцу. Следует отметить, что если в данной
 точке отсутствует наблюдение при решении задачи восстановления, то в качестве оценки
 можно взять результат экстраполяции.

Пусть фильтрация осуществляется в скользящих векторах $\bar{X}_{i,j}$, которые содержат
 информацию о передаваемом изображении и параметрах. В окрестности точки (i, j) можно
 реализовать окно размером $(W_1 \times W_2)$. Если данное окно переместить на одну позицию
 вправо и вниз, то область $D_{i+1,j+1}$ в окрестности точки $(i + 1, j + 1)$ включает в себя
 элементы $\bar{X}_{i,j} \cup \bar{X}_{i-1,j} \cup \bar{X}_{i,j-1}$ для любых пар (i, j) . С помощью подбора размеров окна
 можно добиться выполнения указанных условий. Заполнение вектора происходит на основе
 линейной развёртки, т. е. при переходе на новую строку заполнение происходит с первого
 столбца. Учитывая вышеотмеченное, запишем выражение для произвольного вектора $\bar{X}_{i,j}$:

$$\bar{X}_{i,j} = P_{i,j-1}\bar{X}_{i,j-1} + P_{i-1,j}\bar{X}_{i-1,j} + \vartheta_{i,j}\bar{\xi}_{i,j}, \quad (7)$$

где $P_{i,j-1}$, $P_{i-1,j}$, $\vartheta_{i,j}$ — тензоры, которые в общем случае зависят от вида выбранной
 модели [19].

Отметим, что вектор $\bar{\xi}_{i,j}$ из выражения (7) включает только случайные величины из
 окрестности точки $(i + W_1/2, j + W_2/2)$, поскольку $\bar{X}_{i,j} = (\bar{X}_{i,j-1} \cup \bar{X}_{i-1,j} \cup \bar{X}_{i-1,j-1}) =$
 $= \bar{x}_{i+W_1/2, j+W_2/2}$. Таким образом, запишем выражение для квазиоптимального фильтра

$$\hat{X}_{i,j} = \hat{X}_{\varepsilon i,j} + P_{Di,j}V_n^{-1}(z_{i+1,j+1} - Y\hat{X}_{\varepsilon i,j}), \quad (8)$$

где $\hat{X}_{\varepsilon i,j} = P_{i,j}\bar{X}_{i-1,j} + Q_{i,j}\bar{X}_{i-1,j}$, $P_{Di,j} = P_{\varepsilon i,j}(E + V_n^{-1}P_{\varepsilon i,j})^{-1}$, $P_{\varepsilon i,j} = P_{1i,j} + P_{\varepsilon 2i,j} +$
 $V_{\xi i,j}$, $P_{\varepsilon 1i,j} = P_{i,j}P_{Di,j-1}P_{i,j}^\top$, $P_{\varepsilon 2i,j} = Q_{i,j}P_{Di-1,j}Q_{i,j}^\top$; индекс ε — экстраполяция. При этом
 $P_{\varepsilon i,j}$, $P_{\varepsilon 1i,j}$, $P_{\varepsilon 2i,j}$, $P_{Di,j-1}$ — тензоры размера $9 \times 3 \times 3$; $V_n^{-1} = 1/\sigma_n^2$; Y — тензор размера

$9 \times 3 \times 3$, состоящий из нулевого второго и третьего слоёв, а первый слой которого равен

$$Y(1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Фильтрация (8) включает в себя новые оценки всех элементов вектора $\bar{X}_{i,j}$, кроме последнего элемента. При этом на каждой итерации для переоценки применяется только лишь одно наблюдение, расположенное ниже и правее. Важным свойством (8) является возможность параллельной обработки. Действительно, чтобы оценить $\hat{X}_{i,j}$, достаточно знать лишь оценку на предыдущем шаге и в предыдущей строке. Если сделать буфер задержки, то допустима параллельная обработка строк такого изображения.

Результаты моделирования и обработки. Будем выполнять сначала восстановление СП имитируемых с помощью математических моделей СП. Для создания регулярной сетки с определённым шагом по горизонтали и вертикали группам пикселей будут присвоены нулевые значения яркости. Сгенерируем $N = 10000$ изображений, для которых после восстановления легко посчитать относительную дисперсию ошибки восстановления по выражению.

$$\Delta_e^2 = \frac{1}{N\sigma_x^2} \sum_{i=1}^N \sigma_e^2, \quad (9)$$

где $N = 10000$, $\sigma_e^2 = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (X_{i,j} - \hat{X}_{i,j})^2$ — дисперсия ошибки в конкретной реализации; σ_x^2 — дисперсия СП $\{X_{i,j}\}$, описывающего исходное изображение. Здесь $m \times n$ — размеры СП.

Результаты различных подходов к восстановлению показаны на рис. 2. Слева направо представлены: исходное изображение ($m \times n = 300$, $\sigma_x^2 = 1$, $\rho_1 = 0,9$, $\rho_2 = 0,9$), модель на базе использования сеток с шагами 2, 3 и 5 соответственно. На второй строке — результаты восстановления на базе дважды стохастической модели, на третьей — модели с кратными корнями, и на четвёртой — с помощью простой авторегрессии.

На рисунке видно, что отбрасывание 80 % информации делает восстановление крайне неточным. Визуально приемлемый результат достигается при использовании 50 % информации. В табл. 1 даны расчёты относительной дисперсии ошибки восстановления в соответствии с выражением (9) для разных сеток и моделей.

Из представленной таблицы видно, что дважды стохастическая модель более эффективно восстанавливает смоделированное СП. При этом выигрыш на больших шагах сетки в процентном соотношении даже увеличивается по сравнению с известными методами.

На рис. 3 представлен процесс обработки реальных снимков. Слева направо приведены реальный спутниковый снимок, результаты его восстановления предложенным фильтром, нейронной сетью и биполярным фильтром.

Анализ рис. 3 показывает, что восстановление с помощью предложенного алгоритма визуально выглядит гораздо лучше, чем результат работы нейронной сети, а восстановление биполярного фильтра визуально представляется наихудшим. Отметим, что на восстановленных изображениях наблюдается потеря качества по сравнению с исходным. Это связано с тем, что, во-первых, решалась задача восстановления прореженного изображения, во-вторых, сами прореженные отсчёты были подвержены воздействию гауссовой помехи.

В табл. 2 приводятся результаты оценки эффективности алгоритма в сравнении с другими подходами: биполярным фильтром и нейронной сетью (обучение на 10 000 смоделированных примерах) при разных отношениях сигнал/ шум q и шаге сетки l . В качестве

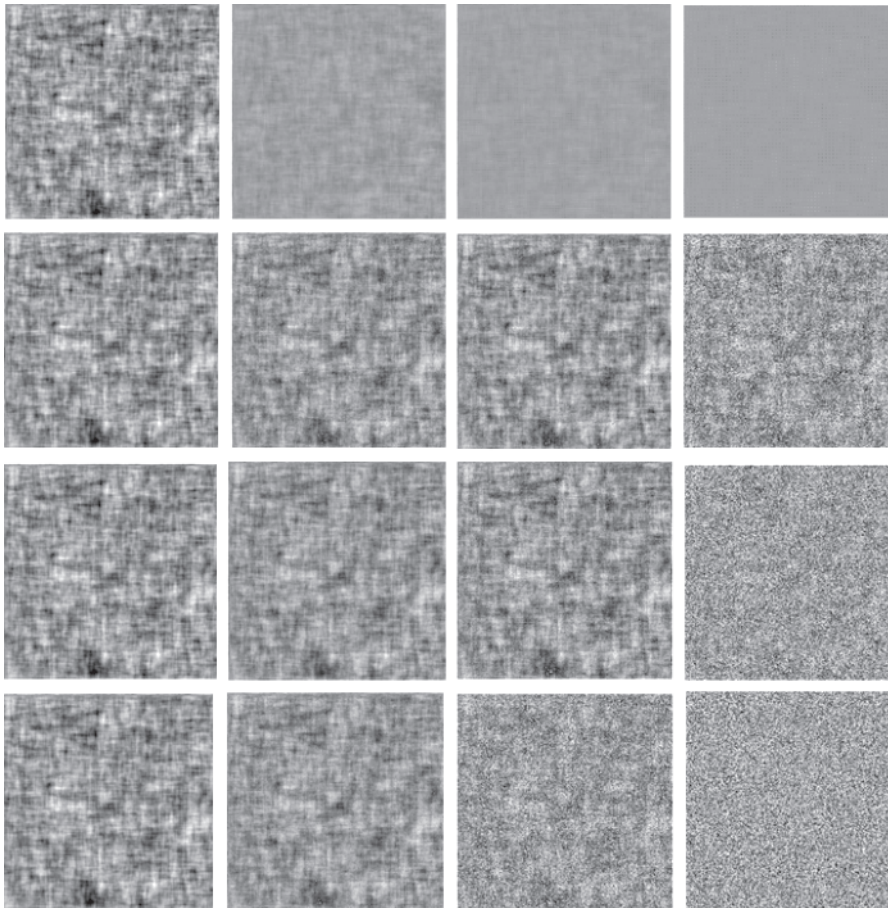


Рис. 2. Восстановление искусственных изображений

Таблица 1

Оценка качества восстановления имитируемых снимков

| Модель | Шаг = 2 | Шаг = 3 | Шаг = 5 |
|--------|---------|---------|---------|
| АР | 0,221 | 0,317 | 0,980 |
| АРКК | 0,136 | 0,225 | 0,873 |
| ДС | 0,094 | 0,163 | 0,542 |



Рис. 3. Восстановление реальных изображений

Таблица 2

Оценка качества восстановления реальных снимков

| Вид алгоритма | Параметры модели | | |
|-------------------------|------------------|-----------------|-----------------|
| | $q = 5, l = 6$ | $q = 2, l = 3$ | $q = 5, l = 3$ |
| Нейронная сеть | 0,56 | 0,93 | 0,83 |
| Билинейный интерполятор | 0,43 | 1,48 | 0,96 |
| Нелинейный фильтр | 0,42 | 0,67 | 0,56 |
| | $q = 2, l = 6$ | $q = 5, l = 10$ | $q = 2, l = 10$ |
| Нейронная сеть | 1,44 | 1,89 | 2,37 |
| Билинейный интерполятор | 1,97 | 1,92 | 3,98 |
| Нелинейный фильтр | 0,81 | 0,93 | 1,13 |

параметра эффективности используется относительная дисперсия ошибки, рассчитанная в соответствии с выражением (9).

Анализ полученных результатов показывает, что наилучшее качество восстановления обеспечивает предложенный алгоритм фильтрации. Однако для достижения приемлемых результатов значения шага l должны быть небольшими. Чем больше отношение сигнал/шум, тем лучше работа алгоритма.

Заключение. Таким образом, в данной работе рассмотрена задача восстановления изображений. Для её решения предложено использовать полукаузальный нелинейный фильтр на базе дважды стохастической модели. Результаты моделирования и обработки реальных снимков показывают большую эффективность алгоритма по сравнению с другими базовыми моделями и методами фильтрации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Krizhevsky A., Sutskever I., Hinton G. E. ImageNet classification with deep convolutional neural networks // Proc. of the 26th Annual Conf. on Neural Information Processing Systems (NIPS 2012). Stateline, USA, 3–8 Dec., 2012. Vol. 1. P. 1097–1105.
2. Gao Y., Li C., Li S. et al. A deep attention model for action recognition from Skeleton Data // Appl. Sci. 2022. 12, N 4. DOI: 10.3390/app12042006.
3. Redmon J., Divvala S., Girshick R., Farhadi A. You only look once: Unified, real-time object detection // Proc. of the IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 2016). Las-Vegas, USA, 26 June - 1 July, 2016. Vol. 1. P. 779–788.
4. Андриянов Н. А., Дементьев В. Е., Таплинский А. Г. Обнаружение объектов на изображении: от критериев Байеса и Неймана — Пирсона к детекторам на базе нейронных сетей EfficientDet // Компьютерная оптика. 2022. 46, № 1. С. 139–159. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-922.
5. Злобин В. К., Еремеев В. В., Васильев В. М. Стохастическая модель спутниковых изображений и её использование для сегментации природных объектов // Автометрия. 2001. 37, № 2. С. 21–30.
6. Goodfellow I., Pouget-Abadie J., Mirza M. et al. Generative adversarial nets // Proc. of the 27th Annual Conf. on Neural Information Processing Systems (NIPS 2014). Montreal, Canada, 8–13 Dec., 2014. Vol. 27. P. 2672–2680.
7. Крашенинников В. Р. Модели случайных полей на поверхностях // Изв. Самарского научного центра РАН. 2012. 14, № 4–3. С. 812–816.

8. **Krashenninnikov V., Vasil'ev K.** Multidimensional image models and processing // Computer Vision Control Systems-3. Intelligent Systems Reference Library (eBook) /Eds. by M. N. Favorskaya, L. C. Jain. Cham, Switzerland: Springer, 2018. Vol 135. P. 49–67. DOI: 10.1007/978-3-319-67516-9_2.
9. **Bouman C.** Model Based Imaging. West Lafayette: Purdue University Press, 2013. 460 p.
10. **Vasil'ev K. K., Dement'ev V. E., Andriyanov N. A.** Doubly stochastic models of images // Pattern Recogn. and Image Analysis. 2015. **25**, Iss. 1. P. 105–110. DOI: 10.1134/S1054661815010204.
11. **Huang J. B., Singh A., Ahuja N.** Single image super-resolution from transformed self-exemplars // Proc. of the IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Boston, USA, 8–12 June, 2015. Vol. 1. P. 5197–5206. DOI: 10.1109/CVPR.2015.7299156.
12. **Vasiliev K. K., Dementiev V. E., Andriyanov N. A.** Application of mixed models for solving the problem on restoring and estimating image parameters // Pattern Recogn. and Image Analysis. 2016. **26**, Iss. 1. P. 240–247. DOI: 10.1134/S1054661816010284.
13. **Andriyanov N. A.** Analysis of the acceleration of neural networks inference on intel processors based on OpenVINO Toolkit // Proc. of the Conf. on Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO 2020). Svetlogorsk, Russia, 01-03 July, 2020. DOI: 10.1109/SYNCHROINFO49631.2020.9166067.
14. **Zeiler M. D., Fergus R.** Visualizing and Understanding Convolutional Networks // Comput. Vis. (ECCV 2014). LNIP. 2014. **8689**. P. 818–833.
15. **Жизняков А. Л., Фомин А. А.** Многомасштабный подход к фильтрации контуров полутоновых изображений // Вестн. компьютерных и информационных технологий. 2007. **7**, № 9. С. 13–23.
16. **Vanin E.** Signal restoration in intensity-modulated optical OFDM access systems // Opt. Lett. 2020. **36**, N 22. P. 4338–4340.
17. **Андрьянов Н. А., Васильев К. К.** Свойства авторегрессий с кратными корнями характеристических уравнений // Вестн. Ульяновского государственного технического университета. 2019. **85**, № 1. С. 36–40.
18. **Andriyanov N.** Using neural networks to identify parameters of autoregressive model with multiple roots of characteristic equations // Proc. of 6th IEEE Int. Conf. on Information Technology and Nanotechnology. Samara, Russia, 26-29 May, 2020. DOI: 10.1109/ITNT49337.2020.9253351.
19. **Васильев К. К., Дементьев В. Е.** Дважды стохастическая фильтрация пространственно-неоднородных изображений // Радиотехника и электроника. 2020. **65**, № 5. С. 487–494.

Поступила в редакцию 13.07.2022

После доработки 28.08.2022

Принята к публикации 02.09.2022