

УДК 004.932.2

МЕТОД КОМБИНИРОВАНИЯ КАРТ СЕГМЕНТАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ МИНИМИЗАЦИИ ИНФОРМАЦИОННОЙ ИЗБЫТОЧНОСТИ И ВАРИАЦИИ ИНФОРМАЦИИ

© Д. М. Мурашов

*Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН,
119333, Москва, ул. Вавилова, 40
E-mail: d_murashov@mail.ru*

Предлагается новый двухуровневый метод комбинирования карт сегментации изображений на основе минимизации двухцелевого функционала качества. Функционал формируется в виде взвешенной суммы величин информационной избыточности и вариации информации, вычисляемых по оригинальному изображению и комбинированной карте сегментации. Такая мера позволяет получить разбиение изображения, обеспечивающее компромисс между условиями минимизации количества выделенных информационно важных сегментов и минимизации информационного различия между оригинальным изображением и полученным разбиением. Предлагаемый метод позволяет улучшить результат сегментации по сравнению с методом комбинирования разбиений на основе критерия минимума информационной избыточности.

Ключевые слова: сегментация изображений, комбинирование карт сегментации, мера избыточности информации, вариация информации.

DOI: 10.15372/AUT20220504

Введение. Представленная работа посвящена решению задачи, связанной с обеспечением качества сегментации цифровых изображений. Один из подходов к решению основан на комбинировании карт сегментации для получения нового разбиения, позволяющего улучшить значение меры качества. В [1] предложен общий подход к решению задачи поиска консенсусного разбиения изображения на ансамбле карт сегментации невысокого качества на основе метода факторизации неотрицательно-определённых матриц. В [2] проведена экспериментальная оценка результатов применения ансамблевых методов кластеризации с целью получения комбинированных разбиений изображений. Ряд работ посвящён применению различных показателей качества сегментации изображений, описанных в [3, 4], к задаче комбинирования карт сегментации [5, 6]. В работе [7] для комбинирования карт сегментации, полученных независимо по цветовым и текстурным признакам, предложен метод на основе байесовского подхода. Однако в случае большого количества сегментов сильно возрастает размерность применяемой модели распределения условной вероятности. В [8] в задаче комбинирования карт сегментации предложено использовать меру качества в виде величины равного уровня ошибок (коэффициент EER — equal error rate), определяемого из ROC-кривой. В ряде работ [5–9] задача комбинирования карт сегментации формулируется как задача многокритериальной оптимизации. При этом улучшение одного из критериев в рамках такой задачи, как правило, приводит к ухудшению других. Поэтому при оптимизации необходимо искать компромиссное решение. В [9] разработано обобщение метода [5] и комбинированы грубые сегментации с оптимизацией двух критериев. Для оценивания результата комбинирования разбиений применён критерий минимума средней вариации информации, а для оценивания точности границ сегментов использовалась F-мера. Многокритериальный подход позволил улучшить результат по сравнению

с однокритериальным методом. Однако следует отметить, что для корректной работы методов, основанных на критерии средней вариации информации [5, 9], необходимо учитывать достаточно большое количество карт сегментации. В [10] был предложен метод, который объединял разбиения, исходя из критерия минимума информационной избыточности нового разбиения относительно оригинального сегментируемого изображения. Этот метод не имеет вышеотмеченного ограничения на количество обрабатываемых карт сегментации. При минимизации избыточности полученные карты сегментации отображают только информационно важные детали изображения, а менее существенные отбрасываются. Качество сегментации оценивалось величиной вариации информации [11], которая характеризует информационное различие между оригинальным изображением и полученным разбиением. Малые значения вариации информации достигаются на более подробных картах сегментации с большим числом сегментов и большим значением информационной избыточности. В представленной работе предлагается метод комбинирования карт сегментации изображений на стадии постобработки на основе минимизации функционала качества, который объединяет две информационные меры: избыточность [12, 13] и вариацию. Такой функционал позволит найти компромисс между противоречивыми целями.

Двухуровневый метод комбинирования карт сегментации. В работах [12, 13] предложено использовать для описания операции сегментации модель информационного канала. Предполагается, что оригинальное и сегментированное изображения являются входом и выходом стохастической информационной системы. Значения уровней яркости изображений описываются дискретными случайными переменными U и V . Тогда можно представить операцию сегментации следующей моделью:

$$V = F(U + \eta), \quad (1)$$

где U — сигнал на входе канала; V — выход канала; F — функция преобразования; η — шум канала; переменные V и η независимы. В [12, 13] задача сегментации была сформулирована следующим образом. Пусть из заданного входного изображения U с помощью алгоритма сегментации (1) получен набор Q разбиений изображений $\mathbb{V} = \{V^1, V^2, \dots, V^q, \dots, V^Q\}$ при различных значениях параметра алгоритма. Разбиение $V^q = \{S_1^q, S_2^q, \dots, S_{K^q}^q\}$ состоит из K^q сегментов. Требуется выбрать разбиение $V^{q \min}$, обеспечивающее минимум меры качества

$$M(U, V^{q \min}) = \arg \min_{V^q} [M(U, V^q)], \quad q = 1, 2, \dots, Q. \quad (2)$$

Задача комбинирования разбиений V^q изображения U формулируется следующим образом. Требуется сформировать разбиение V^* в виде комбинации $Q^* \leq Q$ разбиений V^q из \mathbb{V} такое, что выполняется условие

$$M^* = M(U, V^*) < M(U, V^{q \min}). \quad (3)$$

В работе [10] в качестве меры $M(U, V^*)$ выбрана мера информационной избыточности

$$R(U, V^q) = 1 - \frac{I(U; V^q)}{H(V^q)} = \frac{H(U, V^q) - H(U^q)}{H(V^q)} = \frac{H(V^q | U)}{H(V^q)}, \quad (4)$$

где $I(U; V^q)$ — средняя взаимная информация между входным изображением и картой сегментации V^q ; $H(U, V^q)$ — совместная энтропия; $H(U)$ и $H(V^q)$ — энтропии входа и выхода; $H(V^q | U)$ — условная энтропия выхода при условии, что вход равен U . Одной из метрик, используемых для оценки качества сегментации, является вариация информации [11, 14]

$$VI(U, V) = H(U, V) - I(U; V) = 2H(U, V) - H(U) - H(V), \quad (5)$$

где $VI(U, V)$ — вариация информации; $H(U)$ и $H(V)$ — энтропии сравниваемых изображений U и V ; $I(U; V)$ — средняя взаимная информация сравниваемых изображений. Для измерения различия между оригинальным U и сегментированным V изображениями в [12, 13] использовалась величина нормализованной вариации информации

$$VI_n(U, V) = \frac{VI(U, V)}{H(U, V)}. \quad (6)$$

Наилучший результат сегментации соответствует достаточно малым значениям меры избыточности $R(U, V^{q \min})$ и малым значениям вариации информации $VI_n(U, V^{q \min})$. Как отмечено во введении, эти два требования противоречивы. Предлагается при комбинировании разбиений включить обе указанные информационные меры в функционал качества

$$M(U, V_q) = (1 - \gamma)R(U, V_q) + \gamma VI_n(U, V_q), \quad (7)$$

где γ — весовой коэффициент, регулирующий соотношение вкладов мер. При $\gamma = 0$ функционал будет равен мере информационной избыточности (4), а при $\gamma = 1$ — нормализованной вариации информации. Предлагаемый функционал качества позволит увеличить информационное сходство оригинального и сегментированного изображений при незначительном росте информационной избыточности.

Как и в методе [10], комбинирование карт сегментации на стадии постобработки предлагается выполнять на двух уровнях. На первом уровне комбинируются сегменты. На втором уровне будет производиться коррекция границ сегментов комбинированного изображения на пиксельном уровне. Двухуровневое комбинирование позволит получить более точное разбиение оригинального изображения и сохранить информационно важные области, которые могут быть утрачены при работе традиционных алгоритмов сегментации.

Комбинирование сегментов. Процедура комбинирования на этом уровне реализуется следующим образом. В качестве начального приближения V_0^* изображения V^* из множества карт сегментации \mathbb{V} выбирается разбиение $V^{q \min}$. Далее выполняется последовательное сравнение сегментов из $V_0^* = \bigcup_i S_i^{V_0^*}$, $S_i^{V_0^*} \cap S_j^{V_0^*} = \emptyset$, $i \neq j$, $i = 1, 2, \dots, K_V^*$, $j = 1, 2, \dots, K_V^*$, и одного из изображений $V^q \in \mathbb{V}$, $q \neq q_{\min}$, $V^q = \bigcup_k S_k^{V^q}$, $S_k^{V^q} \cap S_l^{V^q} = \emptyset$, $k \neq l$, $k = 1, 2, \dots, K_V^q$, $l = 1, 2, \dots, K_V^q$. При этом предполагается, что число сегментов K_V^* разбиения V_0^* меньше числа сегментов K_V^q разбиения V^q : $K_V^* < K_V^q$ (если $K_V^* > K_V^q$, то в качестве начального приближения используется V^q). Выполняется синхронное сканирование изображений V_0^* и V^q , и сравниваются площади $|S_i^{V_0^*}(x, y)|$ и $|S_k^{V^q}(x, y)|$ сегментов, покрывающих точку с координатами (x, y) . Если $|S_i^{V_0^*}(x, y)| > |S_k^{V^q}(x, y)|$, то сегмент $S_k^{V^q}$ из V^q копируется в V_0^* , например, с помощью операции морфологической реконструкции дилатацией [15] изображения маски $S_k^{V^q}(x, y)$ из маркера $Mr(x, y)$ в изображении $V_0^* + Mr(x, y)$. В результате формируется новое изображение V_1^* . В качестве маркера $Mr(x, y)$ в данной работе используется пиксель с уровнем яркости 255 в точке с координатами (x, y) . Если выполняется условие $M(U, V_{m+1}^*) < M(U, V_m^*)$ (в данном случае $m = 0$), то полученное разбиение V_1^* сохраняется и проверяется следующий сегмент, который в комбинации с изображением V_1^* порождает новое разбиение V_2^* . Если условие убывания избыточности информации не выполняется, то выбирается следующий сегмент и формируется новое изображение V_1^* и т. д. После проверки всех сегментов изображения V^q выбирается следующее разбиение из множества \mathbb{V} и процедура повторяется.

Коррекция границ сегментов. На втором уровне корректируются границы полученного на первом уровне комбинированного изображения V^* . В качестве базового алгоритма использовалась итерационная процедура из [5]. В предлагаемом алгоритме в отличие от [5] вместо критерия минимума средней вариации информации, которая находится с использованием информации только о комбинируемых разбиениях, применяется мера (7), вычисляемая с учётом информации, содержащейся как в комбинированном разбиении, так и в оригинальном изображении. Алгоритм состоит в следующем. Последовательно пикселям, которые находятся на границе сегмента, присваивается метка соседнего сегмента. Вычисляется приращение меры качества. Если приращение отрицательно, то сохраняется новая метка сегмента. В противном случае метка восстанавливается. Далее меняется метка у следующего пикселя на границе сегмента и описанные выше операции повторяются. С использованием выражений (4)–(6) для вычисления приращения функционала (7) получены формулы приращений меры избыточности и вариации информации:

$$\Delta R = R(U, V^{*+}) - R(U, V^*) = \frac{H(U, V^{*+}) - H(U)}{H(V^{*+})} - \frac{H(U, V^*) - H(U)}{H(V^*)}, \quad (8)$$

$$\Delta VI_n = \frac{2H(U, V^{*+}) - H(V^{*+}) - H(U)}{H(U, V^{*+})} - \frac{2H(U, V^*) - H(V^*) - H(U)}{H(U, V^*)}, \quad (9)$$

где $R(U, V^{*+})$ и $R(U, V^*)$, $VI(U, V^{*+})$ и $VI(U, V^*)$ — величины меры информационной избыточности и вариации информации, вычисленные для карт V^{*+} и V^* ; карта V^{*+} получена из V^* модификацией метки сегмента в пикселе на границе сегментов; $H(U, V^{*+})$, $H(V^{*+})$, $H(U, V^*)$ и $H(V^*)$ — оценки совместных и маргинальных энтропий, вычисленные для V^{*+} и V^* соответственно. Оценки энтропий для карты сегментации V^{*+} вычисляются как

$$H(U, V^{*+}) = H(U, V^*) + \frac{n_{lk}}{N} \log \frac{n_{lk}}{n_{lk} - 1} + \frac{n_{lm}}{N} \log \frac{n_{lm}}{n_{lm} + 1} + \frac{1}{N} \log \frac{n_{lk} - 1}{n_{lm} + 1}, \quad (10)$$

$$H(V^{*+}) = H(V^*) + \frac{n_k}{N} \log \frac{n_k}{n_k - 1} + \frac{n_m}{N} \log \frac{n_m}{n_m + 1} + \frac{1}{N} \log \frac{n_k - 1}{n_m + 1}, \quad (11)$$

где N — количество пикселей в изображениях U и V^* ; l — значение уровня яркости пикселя изображения U с координатами, соответствующими координатам модифицируемого пикселя в V^* ; k и m — метки сегментов разбиений V^{*+} и V^* , которым принадлежал пиксель до и после модификации; n_{lk} , n_{lm} , n_k и n_m — количество пикселей в двумерных и одномерных гистограммах изображений U , V^{*+} и V^* с уровнем яркости l и метками сегментов k и m соответственно. Формулы (8)–(11) позволяют быстро вычислить приращения избыточности ΔR , вариации информации ΔVI_n и меры ΔM при модификациях меток сегментов без полного сканирования изображений для построения гистограмм при вычислении энтропий.

На рис. 1, 2 проиллюстрирован процесс комбинирования двух разбиений изображения из базы BSDS500 [3]. На рис. 1, *a* показано оригинальное изображение, на рис. 1, *b*, *c* представлены два разбиения $V^{q \min}$ и V^q на 55 и 353 сегмента соответственно из множества $\mathbb{V} = \{V^1, V^2, \dots, V^q, \dots, V^Q\}$, полученные алгоритмом сегментации SLIC [16] с процедурой постобработки при разных значениях параметра [10]. Разбиение $V^{q \min}$ на рисунке 1, *b* обеспечивает минимум меры избыточности $R(U, V^{q \min}) = \min(R(U, V^q))$.

На рис. 2, *a–d* представлены результаты комбинирования разбиений, показанных на рис. 1, *b*, *c* при различных значениях параметра γ . На рис. 2, *a–d* можно увидеть сегменты,



Рис. 1. Разбиение изображения 124084.jpg из базы BSDS500: оригинальное изображение (a); разбиение $V^{q^{\min}}$ на 55 сегментов (b); разбиение V^q на 353 сегмента (c)

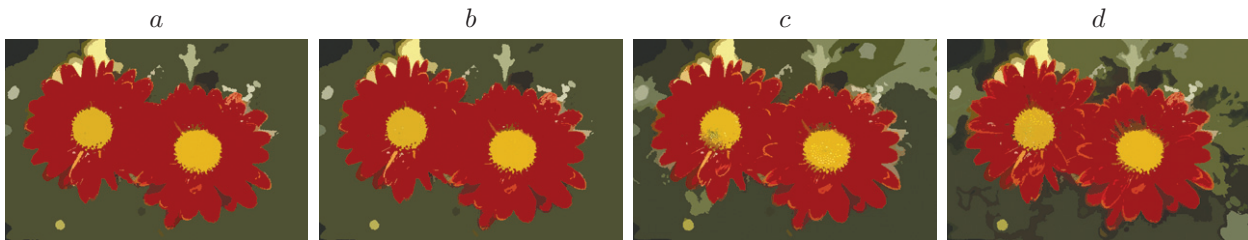


Рис. 2. Результаты комбинирования разбиений изображения, при значениях параметра: $\gamma = 0$ (a); $\gamma = 0,5$ (b); $\gamma = 0,9$ (c); $\gamma = 1,0$ (d)

которые отсутствовали в разбиении $V^{q^{\min}}$ на рис. 1 b, но видны на более подробной карте сегментации из 353 сегментов (см. рис. 1, c).

Далее описан вычислительный эксперимент, который показал, что результаты решения задачи сегментации (1), (2), (4) могут быть улучшены за счёт применения комбинированного функционала качества (4)–(7) в задаче (3).

Вычислительный эксперимент проводился на наборе тестовых изображений из базы BSDS500 [3]. Из каждого тестового изображения U алгоритмом сегментации SLIC [16] с процедурой постобработки [12] получено множество разбиений $\mathbb{V} = \{V^1, V^2, \dots, V^q, \dots, V^Q\}$ и найдено разбиение $V^{q^{\min}}$, которое обеспечивает минимум меры избыточности $R(U, V^{q^{\min}}) = \min(R(U, V^q))$. Эксперимент включал два этапа. На первом этапе исследовалась динамика значений меры информационной избыточности (4) и меры информационного различия (6) между оригиналом и разбиением, полученным на каждом уровне комбинирования при изменении параметра двухцелевого функционала (7) γ от 0 до 1 ($\gamma = 0$ соответствует функционалу, равному мере избыточности [10]). Чтобы применить указанные меры к цветным изображениям, значения меры избыточности и вариации информации для разных цветовых каналов взвешивались соответствующими энтропиями [13]. Для одного из тестовых изображений представлены графики зависимостей от γ мер избыточности $R(U, V^*)$ и $R(U, V^{*+})$ (рис. 3, a) и вариации информации $VI(U, V^*)$ и $VI(U, V^{*+})$ (рис. 3, b) между оригиналом и полученными разбиениями на уровне комбинирования сегментов и уровне коррекции границ.

Из рис. 3 следует, что с ростом коэффициента γ от 0 до 0,75 информационные меры меняются незначительно. При $\gamma > 0,75$ избыточность возрастает, а информационное различие уменьшается, что связано со значительным увеличением количества сегментов комбинированного разбиения (см. рис. 2). Оптимальные значения информационной избыточности $R(U, V^{q^{\min}})$ и соответствующее значение вариации информации $VI(U, V^{q^{\min}})$, полученные при сегментации тестовых изображений по критерию минимума избыточности, а также величины избыточности $R(U, V^*)$, $R(U, V^{*+})$ и соответствующие величины меры информационного различия $VI(U, V^*)$ и $VI(U, V^{*+})$, вычисленные на двух уровнях

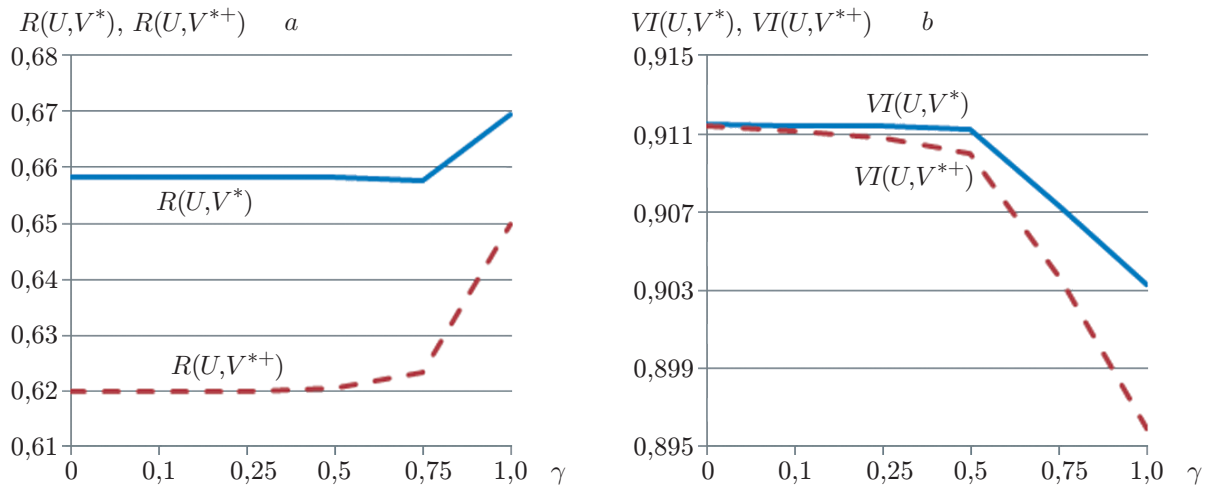


Рис. 3. Графики зависимостей информационных мер: меры избыточности (а) и нормализованной вариации информации комбинированных разбиений на двух уровнях при различных значениях параметра γ (b)

Таблица 1

Значения информационных мер, вычисленные на двух уровнях комбинирования разбиений при $\gamma = 0$

Тестовое изображение	$R(U, V^{q \min})$	$R(U, V^*)$	$R(U, V^{**+})$	$VI(U, V^{q \min})$	$VI(U, V^*)$	$VI(U, V^{**+})$
35010.jpg	0,67838	0,65812	0,62497	0,88803	0,87452	0,86665
124084.jpg	0,66232	0,64965	0,61015	0,91589	0,90667	0,90604
42049.jpg	0,46604	0,44190	0,41295	0,88118	0,86473	0,85952
67079.jpg	0,48101	0,48028	0,44493	0,88771	0,88676	0,88582
175043.jpg	0,81050	0,69707	0,63955	0,99060	0,96448	0,96024
210088.jpg	0,69692	0,67256	0,63108	0,91844	0,90563	0,89866
135069.jpg	0,17423	0,17361	0,15879	0,95144	0,95090	0,95118
118035.jpg	0,29574	0,29569	0,27153	0,80077	0,80066	0,80195
12003.jpg	0,74588	0,72893	0,70853	0,96017	0,95304	0,95165
80085.jpg	0,66714	0,61973	0,58469	0,90364	0,87359	0,86493
238011.jpg	0,45222	0,45213	0,39419	0,86909	0,86863	0,86878
227092.jpg	0,63474	0,61284	0,57763	0,89082	0,87589	0,87040

комбинирования двух разбиений при $\gamma = 0$ и $\gamma = 0,95$, приведены в табл. 1 и 2.

Из данных табл. 1 и 2 следует, что на первом уровне комбинирования карт сегментации при $\gamma = 0$ мера информационной избыточности $R(U, V^*)$ уменьшается в среднем на 3,4 % относительно $R(U, V^{q \min})$. При этом мера различия $VI(U, V^*)$ убывает относительно $VI(U, V^{q \min})$ в среднем на 1,2 %. На втором уровне избыточность $R(U, V^{**+})$ убывает относительно $R(U, V^{q \min})$ в среднем на 10,1 %, а $VI(U, V^{**+})$ — на 1,6 % относительно $VI(U, V^{q \min})$. С ростом весового коэффициента до $\gamma = 0,95$ на первом уровне избыточность $R(U, V^*)$ уменьшается в среднем только на 2,2 %, на втором $R(U, V^{**+})$ — лишь на 7,3 % (для некоторых изображений, например 118035.jpg и 238011.jpg, избыточность возрастает). Однако мера различия $VI(U, V^*)$ убывает в среднем уже на 2,6 % на первом уровне и на 3,7 % на втором. Таким образом, при комбинировании карт сегментации изображений с ростом весового коэффициента функционала (6) наблюдается снижение выигрыша

Таблица 2

**Значения информационных мер, вычисленные на двух уровнях
комбинирования разбиений при $\gamma = 0,95$**

Тестовое изображение	$R(U, V^{q \min})$	$R(U, V^*)$	$R(U, V^{*+})$	$VI(U, V^{q \min})$	$VI(U, V^*)$	$VI(U, V^{*+})$
35010.jpg	0,67838	0,65153	0,62013	0,88803	0,86840	0,85743
124084.jpg	0,66232	0,65423	0,62872	0,91589	0,89386	0,88588
42049.jpg	0,46604	0,44696	0,42434	0,88118	0,85653	0,84621
67079.jpg	0,48101	0,49591	0,47238	0,88771	0,86984	0,85992
175043.jpg	0,81050	0,75266	0,69040	0,99060	0,95520	0,94142
210088.jpg	0,69692	0,68307	0,64682	0,91844	0,88442	0,86998
135069.jpg	0,17423	0,25457	0,25460	0,95144	0,93361	0,92740
118035.jpg	0,29574	0,32827	0,30663	0,80077	0,79514	0,78678
12003.jpg	0,74588	0,73049	0,70700	0,96017	0,93583	0,92752
80085.jpg	0,66714	0,62159	0,59038	0,90364	0,87324	0,86233
238011.jpg	0,45222	0,48456	0,43242	0,86909	0,83813	0,82232
227092.jpg	0,63474	0,59634	0,56867	0,89082	0,87274	0,86152

Таблица 3

**Величины информационного различия эталонных и комбинированных разбиений
при различных значениях параметра меры качества γ**

Тестовое изображение	Эталон i	$VI(V_i^{GT}, V^{q \min})$	$VI(V_i^{GT}, V^{*+})$	
			$\gamma = 0$	$\gamma = 0,25$
35010.jpg	1	0,395358	0,386543	0,385755
	2	0,444814	0,437052	0,436316
	3	0,558609	0,562567	0,562613
	4	0,299094	0,279042	0,277313
	5	0,451809	0,449704	0,4497
80085.jpg	1	0,507444	0,486149	0,465525
	2	0,487848	0,470535	0,450194
	3	0,486403	0,451251	0,422519
	4	0,458547	0,438639	0,411356
	5	0,471808	0,452458	0,429632

в информационной избыточности и одновременно уменьшение информационного различия по сравнению с этими величинами для разбиений $V^{q \min}$, полученных при сегментации по критерию минимума меры избыточности.

На втором этапе эксперимента оценивалось информационное различие по мере (5) $VI_n(V_i^{GT}, V^*)$ и $VI_n(V_i^{GT}, V^{*+})$ между комбинированными разбиениями V^* , V^{*+} изображений, использовавшихся на первом этапе эксперимента, и эталонными разбиениями V_i^{GT} , имеющимися в базе BSDS500. Полученные значения мер $VI_n(V_i^{GT}, V^*)$, $VI_n(V_i^{GT}, V^{*+})$ и значения меры различия $VI(V_i^{GT}, V^{q \min})$ между эталонными разбиениями и разбиениями, найденными из условия минимума меры избыточности без применения комбинирования, приведены в табл. 3. Эксперимент показал, что комбинирование разбиений изображений при $\gamma = 0$ позволяет уменьшить информационное различие эталонных разбиений и комбинированных разбиений $VI(V_i^{GT}, V^{*+})$ в среднем на 3,4 % относительно $VI(V_i^{GT}, V^{q \min})$ и на 6 % при $\gamma = 0,25$.

Заключение. Разработан двухуровневый метод комбинирования карт сегментации изображений на стадии постобработки на основе минимизации функционала качества, который объединяет две информационные меры: меру информационной избыточности и вариацию информации. Предложенный новый функционал качества позволяет найти компромисс между противоречивыми требованиями выделения информационно значимых объектов изображений и минимизации информационного различия полученной карты сегментации и оригинала. Метод даёт возможность получить более точное разбиение оригинального изображения и сохранить информационно важные области, которые могут быть утрачены при работе традиционных алгоритмов сегментации, а также улучшить результат сегментации изображений с точки зрения минимизации информационной избыточности и информационного различия с оригиналом (результаты эксперимента). Предложенный двухцелевой функционал качества позволил уменьшить величину информационного различия между эталонными сегментациями тестовых изображений и комбинированными разбиениями по сравнению с методом комбинирования на основе минимизации избыточности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ghosh S., Pfeiffer J. J., Mulligan J.** A general framework for reconciling multiple weak segmentations of an image // Proc. of the Workshop on «Applications of Computer Vision». Snowbird, USA, 7-8 Dec., 2009. P. 1–8.
2. **Franek L., Abdala D. D., Vega-Pons S., Jiang X.** Image segmentation fusion using general ensemble clustering methods // Proc. of the 10th Asian Conf. on Computer Vision (ACCV 2010). Queenstown, New Zealand, 8-12 Nov., 2010. Lecture Notes in Computer Science. Berlin, Heidelberg: Springer, 2011. **6495**. P. 373–384.
3. **Martin D., Fowlkes C., Tal D., Malik J.** A database of human segmented natural images and its application to evaluating segmentation algorithms and measuring ecological statistics // Proc. of the 8th Int. Conf. Comput. Vis. (ICCV 2001). Vancouver, Canada, 07-14 July, 2001. Vol. 2. P. 416–423.
4. **Zhang H., Fritts J., Goldman S.** Image segmentation evaluation: A survey of unsupervised methods // Comput. Vis. and Image Understanding. 2008. **110**, N 2. P. 260–280.
5. **Mignotte M.** A label field fusion model with a variation of information estimator for image segmentation // Inform. Fusion. 2014. **20**. P. 7–20.
6. **Khelifi L., Mignotte M.** A novel fusion approach based on the global consistency criterion to fusing multiple segmentations // IEEE Trans. Syst., Man, and Cybernetics: Systems. 2017. **47**, N 9. P. 2489–2502. DOI: 10.1109/TSMC.2016.2531645.
7. **Manduchi R.** Bayesian fusion of color and texture segmentations // Proc. of the 7th IEEE Int. Conf. on Computer Vision. Kerkyra, Greece, 20-27 Sept., 1999. Vol. 2. P. 956–962.
8. **Kamarainen J. K., Lensu L., Kauppi T.** Combining multiple image segmentations by maximizing expert agreement // Proc. of the 3rd Int. Workshop on Machine Learning in Medical Imaging (MLMI 2012). Lecture Notes in Computer Science. Nice, France, 1 Oct., 2012. Vol. 7588. P. 193–200.
9. **Khelifi L., Mignotte M.** EFA-BMFM: A multi-criteria framework for the fusion of colour image segmentation // Inform. Fusion. 2017. **38**. P. 104–121.
10. **Мурашов Д. М.** Комбинирование сегментированных изображений на основе минимизации информационной избыточности // Тез. докладов 20-й Всерос. конф. «ММРО-2021». Москва, 7-10 дек., 2021. С. 277–280.
11. **Meilă M.** Comparing clusterings: An axiomatic view // Proc. of the 22nd Int. Conf. on Machine learning (ACM 2005). Bonn, Germany, 7–11 Aug., 2005. P. 577–584.

12. **Murashov D.** Theoretical-information quality model for image segmentation // *Procedia Eng.* 2017. **201**. P. 239–248.
13. **Murashov D. M.** An information model for digital image segmentation // *Pattern Recognit. Image Anal.* 2021. **31**. P. 632–645.
14. **Arbelaez P., Maire M., Fowlkes C., Malik J.** Contour detection and hierarchical image segmentation // *IEEE Trans. on Pattern Anal. and Mach. Intel.* 2011. **33**, N 5. P. 898–916.
15. **Soille P.** *Morphological Image Analysis: Principles and Applications.* Springer Science & Business Media, 2013. P. 392.
16. **Achanta R., Shaji A., Smith K. et al.** SLIC superpixels compared to state-of-the-art superpixel methods // *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 2012. **34**, N 11. P. 2274–2282. DOI: 10.1109/tpami.2012.120.

Поступила в редакцию 13.07.2022

После доработки 18.07.2022

Принята к публикации 29.08.2022
