

УДК 535.411.854

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ ИЗ СЕРИИ ГОЛОГРАММ, ЗАРЕГИСТРИРОВАННЫХ С НИЗКИМ РАЗРЕШЕНИЕМ С ПОМОЩЬЮ НОВОГО УРАВНЕНИЯ ДИСКРЕТИЗАЦИИ

© В. И. Гужов, С. П. Ильиных, К. В. Захаров, О. Ю. Майер

*Новосибирский государственный технический университет,
630073, г. Новосибирск, просп. К. Марка, 20
E-mail: vigguzhov@gmail.com*

Рассматривается новый метод восстановления изображений из голограмм с высоким пространственным разрешением, основанный на сдвигах голограммы на величину меньше размера апертуры. Метод использует уравнение дискретизации, полученное с помощью обобщённых функций. Проведено математическое моделирование процесса восстановления высокоразрешающего изображения из голограмм с низким разрешением. Предложенный метод может быть использован для получения цифровых голограмм с помощью матрицы фотоприёмников с низким разрешением. Метод не требует прямого решения системы алгебраических уравнений большой размерности.

Ключевые слова: сверхразрешение, субпиксельный сдвиг, голография, цифровая голография, преобразование Фурье, синтезированная апертура, дискретизация, обобщённые функции.

DOI: 10.15372/AUT20220413

Введение. Для отделения действительного и мнимого изображений от центрального пучка интерферометра наиболее часто используется внеосевая схема получения голограмм, предложенная в [1–4], с углами между интерферирующими пучками порядка 30° и более. При этом требуются материалы с пространственным разрешением 2000–4000 лин./мм. Цифровые матрицы для регистрации интенсивности оптических изображений в настоящее время имеют разрешение порядка 250 лин./мм. Поэтому для получения цифровых голограмм с таким пространственным разрешением требуется уменьшать угол между интерферирующими пучками. Для регистрации голограмм необходимо использовать оптические схемы с небольшими (менее 10°) углами [5]. Однако при малых углах интерференции возможна запись и восстановление изображения только для объектов с формой поверхности, близкой к плоской. По этой причине при восстановлении изображений объёмных объектов необходимо увеличивать угол между интерферирующими фронтами, что требует повышения пространственного разрешения при регистрации оптических изображений. Это делает актуальной разработку эффективных методов повышения пространственного разрешения при записи голограмм. Поэтому внимание многих исследователей посвящено вопросам синтеза высокоразрешающего изображения из набора низкоразрешающих растров, полученных смещением изображения объекта на субпиксельную величину [6–9]. В радиотехнике данный подход называется синтезированной апертурой. В литературе такие методы часто называются методами сверхразрешения.

В [10] рассмотрен метод восстановления изображения из цифровой голограммы, основанный на её пространственных сдвигах на величину меньше размера апертуры и синтезе новой голограммы из набора низкоразрешающих, полученных в результате пространственных сдвигов. Метод позволяет восстановить части изображения, соответствующие высоким (отсутствующим в низкоразрешающем растре) гармоникам. Однако ему присущи

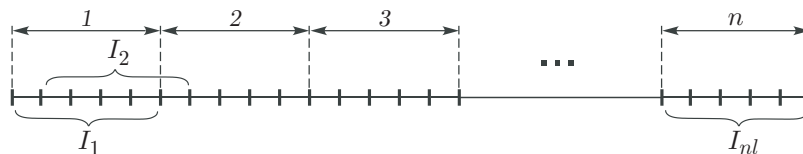


Рис. 1. Схема регистрации низкоразрешающего сигнала при субпиксельном сдвиге по одной строке

определённые недостатки, обусловленные необходимостью решения системы алгебраических уравнений большой размерности [9].

Целью предлагаемой работы является описание нового метода восстановления изображений из голограмм, основанного на уравнении дискретизации, которое получено с помощью обобщённых функций и не требует прямого решения системы алгебраических уравнений.

Дискретизация функций с помощью конечного набора апертур при субпиксельном сдвиге. Реальная дискретизация осуществляется путём измерения сигнала с помощью набора датчиков с некоторой конечной апертурой (площадкой, по которой происходит усреднение). Используются апертуры различных форм (например, эллиптические, ромбовидные, гексагональные), но наиболее часто — апертуры прямоугольной и круглой форм. В случае усреднения значений по плоскости единичной апертуры дискретизацию удобно описывать с помощью аппарата обобщённых функций [11–13].

Рассмотрим в качестве примера апертуру в виде прямоугольной функции. Определим действие нормированного прямоугольного импульса $P_\tau(x) = \text{rect}_\tau(x)$ на функцию $f(x)$, описывающую интенсивность оптического изображения:

$$f_p(x) = \langle f(x), \text{rect}_\tau(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \text{rect}_\tau(x) dx = \int_{x=k\Delta x - \tau/2}^{k\Delta x + \tau/2} f(x) dx. \quad (1)$$

Выражение (1) описывает усреднение значения функции $f(x)$ на одном элементе апертуры. Действие смещённого прямоугольного импульса $\text{rect}_\tau(x - k\Delta x)$ на функцию $f(x)$ можно представить как

$$f(k\Delta x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \text{rect}_\tau(x - k\Delta x) dx = \int_{x=k\Delta x - \tau/2}^{k\Delta x + \tau/2} f(x) dx. \quad (2)$$

Выражение (2) соответствует усреднению изображения на k -й апертуре.

Общая постановка задачи повышения пространственного разрешения в оптических системах определена в [14]. На рис. 1 показана схема регистрации одномерного сигнала при его сканировании апертурой шириной τ с низким разрешением. Здесь n — количество элементов раstra с низким разрешением, nl — количество высокоразрешающих элементов, попадающих в интегрируемую апертуру I_i , $i = 0, \dots, n$.

В результате дискретизации оптического изображения апертурой размером nl элементов с единичным шагом получим n элементов с низким разрешением I_i .

Для каждой точки изображения выражение (2) представляет собой дискретную свёртку

$$f(k) = \sum_{m=-\tau/2}^{\tau/2} f(k) \text{rect}_{\tau}(k - m) = f(k) \otimes \text{rect}_{\tau}(k). \quad (3)$$

В области Фурье выражение для дискретизации ограниченной функции с помощью конечного набора апертур примет следующий вид [15]:

$$F_{\tau, \Delta x}(\omega) = ([F(\omega) \otimes \text{sinc}(\omega N/2)] \mathfrak{S}(\text{rect}_{\tau}(\omega)) \otimes \text{comb}_{2\pi/\Delta x}(\omega)), \quad (4)$$

где $([F(\omega) \otimes \text{sinc}(\omega N/2)] \mathfrak{S}(\text{rect}_{\tau}(\omega)))$ — спектр функции, полученный при реальной дискретизации сигнала. Из него можно выделить часть $[F(\omega) \otimes \text{sinc}(\omega N/2)]$, которая является спектром исходного сигнала. Это можно сделать, нормировав поэлементно спектр дискретизированной функции на спектр апертурной функции $\mathfrak{S}(\text{rect}_{\tau}(\omega))$. После обратного преобразования Фурье мы получим функцию $f(k)$, где k — это индекс дискретного массива с единичным шагом (см. рис. 1). В [16] приведён алгоритм нахождения изображений с высоким разрешением по изображениям с низким разрешением, полученным усреднением на массиве апертур. Проведём моделирование восстановления изображений из голограмм по предлагаемому алгоритму.

Моделирование метода повышения разрешения изображений, восстановленных из голограмм при субпиксельном сдвиге апертуры. Для моделирования использовались реальные голограммы, полученные с помощью внеосевой схемы в [17]. Угол между интерферирующими пучками составил 10 градусов. Голограмма фиксировалась на фотопластине ПФГ-03М (разрешающая способность не менее 1570 лин./мм). Для ввода голограмм в компьютер использовался стереоскопический модифицированный микроскоп МБС-10 [18]. Модификация микроскопа состояла в установке фотокамеры в качестве окуляра и автоматизированного предметного столика для перемещения объекта. Для оцифровывания голограмм использовался микрообъектив с восьмикратным увеличением. При использовании такого объектива пространственное разрешение системы составило 1,5 мкм. Далее участок голограммы 3×3 мм оцифровывался в виде восьмиразрядного массива чисел. Размер оцифрованной голограммы составил 2048×2048 элементов разрешения. Поскольку голограмма записана в области Фраунгофера, для восстановления действительного и мнимого изображений использовалось преобразование Фурье. На рис. 2 показаны оцифрованная голограмма и результат её восстановления.

Для моделирования процедуры дискретизации с помощью конечной апертуры голограмма усреднялась плавающим окном размером 8×8 элементов разрешения, что соответствует 8 сдвигам с единичными шагами по x и 8 сдвигам на одну точку по y . При этом получено 64 голограммы с низким разрешением. Затем эти голограммы (размером 256×256 пикселей) объединяли в одну с разрешением 2048×2048 элементов разрешения.

На рис. 3 показано восстановленное изображение из голограммы, усреднённой плавающим окном (справа). Видно, что снижение пространственного разрешения голограммы после усреднения привело к потере значимых частей изображения. На рис. 3 (слева) показан нормированный амплитудный спектр апертурной функции (диапазон изменения амплитуды от 0 до 1).

На рис. 4 приведено восстановленное изображение после поэлементного деления амплитудного спектра голограммы (см. рис. 3, справа) на амплитудный спектр апертурной функции (см. рис. 3, слева). Для устранения граничных эффектов при восстановлении изображения цифровая голограмма перед сглаживанием дополнялась полями с шириной, равной размеру апертуры.

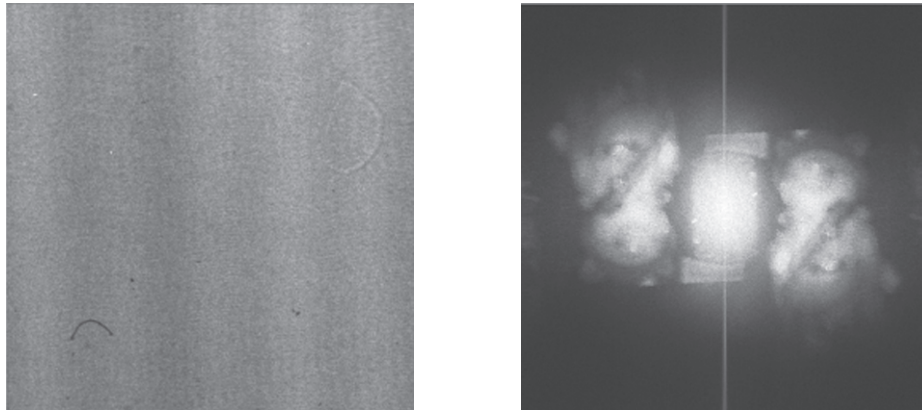


Рис. 2. Оцифрованная голограмма (2048×2048 элементов разрешения) и восстановленные из неё действительное (слева) и мнимое (справа) изображения

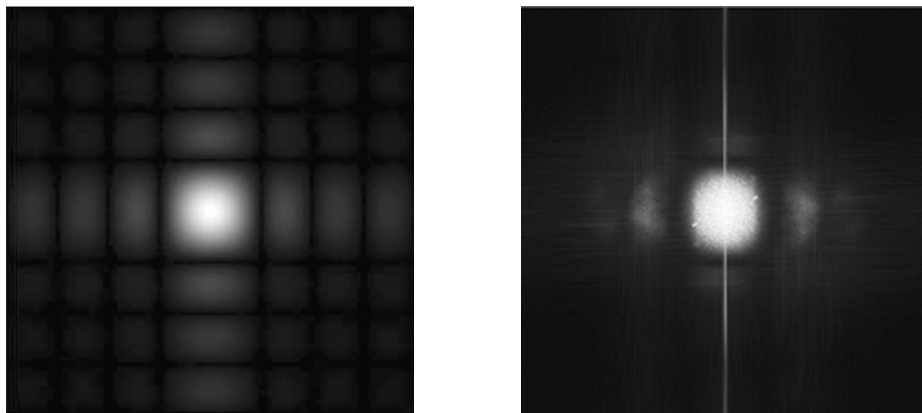


Рис. 3. Спектр апертурной функции (фурье-образ прямоугольной апертуры 8×8 точек (слева)) и восстановленное из сглаженной голограммы изображение (справа)

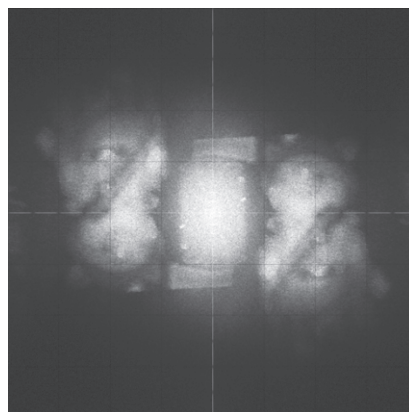


Рис. 4. Восстановленное изображение после поэлементного деления спектра сглаженной голограммы на спектр апертурной функции

Можно заметить, что восстановленное изображение на рис. 4 совпадает с изображением, которое восстановлено из исходной голограммы с высоким разрешением (см. рис. 2, справа).

Этот пример показывает возможность восстановления изображений по предлагаемому алгоритму из серии голограмм, зарегистрированных с низкой частотой дискретизации методом синтезированной апертуры.

Заключение. В данной работе рассмотрен метод восстановления из голограмм изображений с помощью синтезированной апертуры. Метод основан на дополнении исходной голограммы результатами измерений, полученных при её пространственном сдвиге на величину меньше апертуры элемента матричного фотоприёмника. Для восстановления изображений необходимо получить голограмму способом, описанным в [17], затем разделить элементы восстановленного изображения на спектр апертурной функции. Показано, что при априорном знании апертурной функции даже в случае низкого разрешения исходных голограмм можно восстановить изображение с высоким разрешением. Приведены результаты моделирования алгоритма. В отличие от описанного в [10] метод не требует прямого решения системы алгебраических уравнений большой размерности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Leith E. N., Upatnieks J.** Reconstructed wavefronts and communication theory // *JOSA*. 1962. **52**. P. 1123–1130.
2. **Кольер Р., Беркхарт К., Лин Л.** Оптическая голография. М.: Мир, 1973. 686 с.
3. **Оптическая голография** /Под ред. Г. Колфилда: в 2 т. М.: Мир, 1982. 735 с.
4. **Миллер М.** Голография. Л.: Машиностроение, 1979. 140 с.
5. **Гужов В. И., Ильиных С. П., Хайбулин С. В.** Восстановление фазовой информации на основе методов пошагового фазового сдвига при малых углах между интерферирующими пучками // *Автометрия*. 2017. **53**, № 3. С. 101–106. DOI: 10.15372/AUT20170313.
6. **Paturzo M., Merola F., Grilli S. et al.** Super-resolution in digital holography by a two-dimensional dynamic phase grating // *Opt. Express*. 2008. **16**. P. 17107–17118.
7. **Claus D.** High resolution digital holographic synthetic aperture applied to deformation measurement and extended depth of field method // *Appl. Opt.* 2010. **49**, Iss. 16. P. 3187–3198.
8. **Tippie A. E., Kumar A., Fienup J. R.** High-resolution synthetic-aperture digital holography with digital phase and pupil correction // *Opt. Express*. 2011. **19**, Iss. 13. P. 12027–12038.
9. **Блажевич С. В., Селютина Е. С.** Повышение разрешения цифрового изображения с использованием субпиксельного сканирования // *Науч. ведомости БелГУ. Сер. Математика. Физика*. 2014. № 5(176). Вып. 34. С. 186–190.
10. **Гужов В. И., Ильиных С. П., Марченко И. О.** Метод повышения пространственного разрешения в цифровой голографической микроскопии // *Автометрия*. 2018. **54**, № 3. С. 104–110. DOI: 10.15372/AUT20180313.
11. **Владимиров В. С.** Обобщённые функции в математической физике. М.: Наука, 1979. 320 с.
12. **Гельфанд И. М., Шилов Г. Е.** Обобщённые функции и действия над ними. М.: Гос. изд-во физ-мат. лит-ры, 1959. 470 с.
13. **Гельфанд И. М., Шилов Г. Е.** Пространство основных и обобщённых функций. М.: Гос. изд-во физ-мат. лит-ры, 1958. 307 с.
14. **Васьков С. Т., Ефимов В. М., Резник А. Л.** Быстрая цифровая реконструкция сигналов и изображений по критерию минимума энергии // *Автометрия*. 2003. **39**, № 4. С. 13–20.

15. **Гужов В. И., Марченко И. О., Трубилина Е. Е., Трубилин А. А.** Дискретизация сигналов с помощью конечного набора апертур // Омский науч. вестн. 2021. № 1. С. 55–58. DOI: 10.25206/1813-8225-2021-175-55-58.
16. **Гужов В. И., Марченко И. О., Трубилина Е. Е.** Повышение пространственного разрешения сигналов в оптических системах // Компьютерная оптика. 2022. **46**, № 1. С. 65–70. DOI: 10.18287/2412-6179-СО-924.
17. **Гужов В. И.** Компьютерная голография. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2018. 270 с.
18. **Микроскоп** стереоскопический МБС-10. Руководство по эксплуатации АЦЗ.850.005 РЭ. URL: http://www.mbs10.ru/pdf/MBS-10_manual.pdf (дата обращения: 11.03.2022).

Поступила в редакцию 04.05.2022

После доработки 24.05.2022

Принята к публикации 31.05.2022
