

УДК 621.396

РАЗНОСТНО-ДАЛЬНОМЕРНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ РАДИОМАЯКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

© С. В. Соколов¹, В. А. Погорелов², А. А. Манин¹, К. Т. Ломтатидзе¹

¹Московский технический университет связи и информатики,
344002, г. Ростов-на-Дону, ул. Серафимовича, 62

²Донской государственный технический университет,
344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1
E-mail: vadim.pogorelov.rnd@gmail.com

Рассмотрено решение задачи определения координат радиомаяка (в том числе подвижного) в реальном масштабе времени по разностно-дальномерным измерениям, принимаемым группировкой малогабаритных беспилотных летательных аппаратов (МБЛА). Для формирования данного решения последовательно были получены: уравнения, описывающие динамику изменения навигационных параметров группировки МБЛА и наблюдателей этих параметров на основе измерений глобальной навигационной спутниковой системы, уравнения движения подвижного радиомаяка и наблюдателя его навигационных параметров, а на завершающем этапе — алгоритмы фильтрации параметров движения МБЛА по спутниковым измерениям и радиомаяка по измерениям, принятым на МБЛА. Численное моделирование полученных алгоритмов фильтрации показало возможность высокоточного определения координат подвижного радиомаяка с использованием предложенного подхода.

Ключевые слова: подвижный радиомаяк, разностно-дальномерные измерения, измерения ГНСС, малогабаритные беспилотные летательные аппараты, навигационные параметры, нелинейная фильтрация.

DOI: 10.15372/AUT20220110

Введение. Беспилотные летательные аппараты (БЛА) находят широкое применение в самых разных областях человеческой деятельности: при поисково-спасательных операциях, контроле за лесными хозяйствами, экстренной медицинской помощи, патрулировании нефтяных и газовых трубопроводов и др. [1–5]. При этом одной из важных задач, возлагаемых на БЛА, является определение координат подвижных источников радиоизлучения — радиомаяков [4–6]. Как правило, для этого на БЛА размещают комплекс средств наблюдения, в состав которого входят навигационная система, аппаратура связи и высокопроизводительные бортовые вычислительные комплексы [2, 7].

В настоящее время из всех существующих типов БЛА наиболее широкое применение получили малые беспилотные летательные аппараты (МБЛА), вес которых не превышает 50 кг [1–4]. Небольшой вес и малая стоимость МБЛА, с одной стороны, делают их доступными для широкого применения, но, с другой, — не позволяют использовать для определения координат МБЛА высокоточные системы инерциальной навигации (например, на базе волновых гироскопов и кварцевых акселерометров [8–11]). В то же время при использовании на борту МБЛА малогабаритных приёмников сигналов глобальной навигационной спутниковой системы (ГНСС) даёт возможность установить положение МБЛА по кодовым измерениям в стандартном режиме с точностью до 2,5–5 м, а в режиме Real-Time Kinematic (RTK) — с сантиметровой точностью [1, 2, 12]. Следует отметить, что частота съёма информации в современных приёмниках ГНСС уже достигает 100 Гц и это

сопоставимо с частотой выдачи информации инерциальных навигационных систем [8, 9]. При этом для наиболее широко применяемых МБЛА, патрулирующих на высотах от 100 до 5000 м, такие показатели, как HDOP, VDOP, PDOP, GDOP, TDOP, меньше единицы, а отношение сигнал/шум существенно превышает 40 Дб.

Таким образом, современные приёмники сигналов ГНСС вполне позволяют определять с требуемой точностью координаты МБЛА и использовать их в качестве разностно-дальномерных пеленгаторов для нахождения координат радиомаяков, в том числе подвижных [13–17].

Однако существующие радиотехнические методы позиционирования, предполагающие измерение различных характеристик сигналов (уровня принимаемого сигнала, времени прихода сигналов или их разности и т. д.) и использование разных вариаций метода наименьших квадратов, не позволяют получить оценки координат радиомаяков в реальном масштабе времени на борту маневрирующих МБЛА [3–7]. Данная проблема существенно усугубляется при наличии шумов измерений высокой интенсивности как естественного, так и искусственного происхождения.

Цель работы — создание метода определения в реальном времени координат радиомаяка (в том числе подвижного) на борту маневрирующих МБЛА в условиях действия помех искусственного и естественного происхождения на основе совместного использования измерений ГНСС и радиомаяка.

Постановка задачи. Будем полагать, что поиск источника радиоизлучения (радиомаяка) осуществляется группировкой МБЛА (не менее трёх). На борту каждого МБЛА есть аппаратура, обеспечивающая приём доплеровских и дальномерных измерений от радиомаяка, а также аппаратура связи, обеспечивающая передачу измерений между МБЛА. Координаты МБЛА определяются по измерениям ГНСС, координаты радиомаяка — по его же синхронизированным измерениям, принимаемым на МБЛА. Предполагается, что все МБЛА синхронизированы. Полученные измерения передаются на единый вычислитель (например, установленный на одном из МБЛА) и обрабатываются единым алгоритмом оценки.

Решение задачи рассмотрим в следующей последовательности: на первом этапе построим уравнения, описывающие динамику изменения навигационных параметров группировки маневрирующих МБЛА и их наблюдателей на основе измерений ГНСС, на втором рассмотрим вывод уравнений движения подвижного радиомаяка и уравнений наблюдателя его навигационных параметров, на третьем — синтез алгоритмов фильтрации параметров движения МБЛА по спутниковым измерениям и радиомаяка по измерениям, принятым на МБЛА.

Синтез уравнений навигационных параметров МБЛА по спутниковым измерениям. Для последующего формирования уравнений, которые будут представлять динамику навигационных параметров маневрирующих МБЛА, предварительно рассмотрим модели сигналов кодовых и доплеровских измерений ГНСС в форме, ориентированной на возможность их использования в процедуре синтеза. При этом предполагаем, что частота съёма спутниковых сообщений (составляющая в настоящее время уже 100 Гц для приёмников Javad, Trimble и др.) позволяет считать спутниковые навигационные измерения непрерывными. В стандартном режиме стохастическая модель информационного сигнала Z_R кодовых измерений (псевдодальности) [12] может быть представлена следующим образом:

$$Z_R = \sqrt{(\xi_c - \xi)^2 + (\eta_c - \eta)^2 + (\zeta_c - \zeta)^2} + W_R, \quad (1)$$

где ξ_c, η_c, ζ_c — известные координаты спутника в геоцентрической системе координат

(ГСК); ξ, η, ζ — искомые координаты объекта в ГСК; W_R — помеха измерения псевдодальности.

В свою очередь, в стандартном режиме информационная модель сигнала доплеровских измерений (псевдоскорости) [12] Z_V в общем случае описывается как

$$Z_V = [(\xi_c - \xi)(V_{\xi c} - V_\xi) + (\eta_c - \eta)(V_{\eta c} - V_\eta) + (\zeta_c - \zeta)(V_{\zeta c} - V_\zeta)] \times \\ \times \left(\sqrt{(\xi_c - \xi)^2 + (\eta_c - \eta)^2 + (\zeta_c - \zeta)^2} \right)^{-1} + W_V,$$

где $V_{\xi c}, V_{\eta c}, V_{\zeta c}$ — проекции вектора линейной скорости спутника на оси ГСК; V_ξ, V_η, V_ζ — проекции вектора линейной скорости МБЛА на оси ГСК; W_V — ошибки доплеровских измерений.

Учитывая множество непрогнозируемых факторов (состояние атмосферы, рельеф местности, инструментальные погрешности ГНСС и пр.), равномошно влияющих на характер помех кодовых и доплеровских измерений, а также особенности формирования последних, будем полагать далее помехи доплеровских W_V и кодовых измерений W_R центрированными белыми гауссовскими шумами (БГШ) с известными интенсивностями D_V и D_R соответственно.

При приёме сообщений от нескольких спутников ($j = 1, 2, 3, \dots$) сигнал доплеровских измерений от j -го спутника $Z_V^{(j)}$ запишем следующим образом:

$$Z_V^{(j)} = [(\xi_{cj} - \xi)(V_{\xi cj} - V_\xi) + (\eta_{cj} - \eta)(V_{\eta cj} - V_\eta) + (\zeta_{cj} - \zeta)(V_{\zeta cj} - V_\zeta)] \times \\ \times \left(\sqrt{(\xi_{cj} - \xi)^2 + (\eta_{cj} - \eta)^2 + (\zeta_{cj} - \zeta)^2} \right)^{-1} + W_V^j, \quad (2)$$

где все обозначения соответствуют вышеприведённым, индекс j определяет принадлежность навигационного параметра j -му спутнику.

Относительно вектора скорости объекта $|V_\xi V_\eta V_\zeta|^\top = |\dot{\xi} \dot{\eta} \dot{\zeta}|^\top$ уравнение (2) можно переписать в виде

$$[(\xi_{cj} - \xi)V_{\xi cj} + (\eta_{cj} - \eta)V_{\eta cj} + (\zeta_{cj} - \zeta)V_{\zeta cj}] - \\ - \sqrt{(\xi_{cj} - \xi)^2 + (\eta_{cj} - \eta)^2 + (\zeta_{cj} - \zeta)^2} (Z_V^{(j)} - W_V^j) = \\ = (\xi_{cj} - \xi)V_\xi + (\eta_{cj} - \eta)V_\eta + (\zeta_{cj} - \zeta)V_\zeta$$

или

$$Q_j(\xi, \eta, \zeta) + Q_{0j}(\xi, \eta, \zeta)W_V^{(j)} = \begin{vmatrix} \xi_{cj} - \xi & \eta_{cj} - \eta & \zeta_{cj} - \zeta \\ \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\zeta} \end{vmatrix}, \quad (3)$$

где

$$Q_j(\xi, \eta, \zeta) = (\xi_{cj} - \xi)V_{\xi cj} + (\eta_{cj} - \eta)V_{\eta cj} + (\zeta_{cj} - \zeta)V_{\zeta cj} - \\ - Z_V^{(j)} \sqrt{(\xi_{cj} - \xi)^2 + (\eta_{cj} - \eta)^2 + (\zeta_{cj} - \zeta)^2}; \\ Q_{0j}(\xi, \eta, \zeta) = \sqrt{(\xi_{cj} - \xi)^2 + (\eta_{cj} - \eta)^2 + (\zeta_{cj} - \zeta)^2}.$$

Очевидно, что для определения всех компонентов вектора скорости МБЛА приведённого уравнения, полученного по доплеровским измерениям одного спутника, недостаточно.

Для возможности нахождения вектора скорости МБЛА запишем систему уравнений, аналогичных (3), но построенных уже по доплеровским измерениям трёх спутников:

$$\begin{vmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} Q_{01} & 0 & 0 \\ 0 & Q_{02} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{03} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} W_V^{(1)} \\ W_V^{(2)} \\ W_V^{(3)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \xi_{c1} - \xi & \eta_{c1} - \eta & \zeta_{c1} - \zeta \\ \xi_{c2} - \xi & \eta_{c2} - \eta & \zeta_{c2} - \zeta \\ \xi_{c3} - \xi & \eta_{c3} - \eta & \zeta_{c3} - \zeta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\zeta} \end{vmatrix}.$$

Обозначив далее для сокращения записи

$$Q(\xi, \eta, \zeta) = \begin{vmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{vmatrix}, \quad Q_0(\xi, \eta, \zeta) = \begin{vmatrix} Q_{01} & 0 & 0 \\ 0 & Q_{02} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{03} \end{vmatrix}, \quad W_V^* = \begin{vmatrix} W_V^{(1)} \\ W_V^{(2)} \\ W_V^{(3)} \end{vmatrix},$$

представим полученную систему уравнений в следующем виде:

$$\Phi(\xi, \eta, \zeta) \begin{vmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\zeta} \end{vmatrix} = Q(\xi, \eta, \zeta) + Q_0(\xi, \eta, \zeta)W_V^*.$$

Данная система легко допускает разрешение относительно вектора скорости МБЛА, формирующее базовое уравнение навигационных параметров МБЛА:

$$\begin{vmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\zeta} \end{vmatrix} = \Phi^{-1}(\xi, \eta, \zeta)Q(\xi, \eta, \zeta) + \Phi^{-1}(\xi, \eta, \zeta)Q_0(\xi, \eta, \zeta)W_V^*, \quad (4)$$

где $\Phi^{-1}(\xi, \eta, \zeta)$ — матрица, обратная матрице $\Phi(\xi, \eta, \zeta)$, имеющая при обозначениях

$$(\xi_{c_i} - \xi) = \xi_i, \quad (\eta_{c_i} - \eta) = \eta_i, \quad (\zeta_{c_i} - \zeta) = \zeta_i, \quad i = 1, 2, 3,$$

следующий вид:

$$\Phi^{-1}(\xi, \eta, \zeta) = \{\xi_1(\eta_2\zeta_3 - \eta_3\zeta_2) - \eta_1(\xi_2\zeta_3 - \xi_3\zeta_2) + \zeta_1(\xi_2\eta_3 - \xi_3\eta_2)\}^{-1} \times \\ \times \begin{vmatrix} \eta_2\zeta_3 - \eta_3\zeta_2 & -\eta_1\zeta_3 + \eta_3\zeta_1 & \eta_1\zeta_2 - \eta_2\zeta_1 \\ \xi_3\zeta_2 - \xi_2\zeta_3 & -\xi_3\zeta_1 + \xi_1\zeta_3 & \xi_2\zeta_1 - \xi_1\zeta_2 \\ \xi_2\eta_3 - \xi_3\eta_2 & -\xi_1\eta_3 + \xi_3\eta_1 & \xi_1\eta_2 - \xi_2\eta_1 \end{vmatrix}.$$

Важно отметить, что в отличие от традиционных статических методов формирования навигационных параметров объекта по измеренным псевдодалностям решение системы (4), описывающей динамику изменения навигационных переменных ξ, η, ζ , позволяет получить их оценку по измерениям псевдоскорости. При этом дополнительное использование кодовых измерений даже одного спутника (1) в качестве наблюдателя вектора состояния $|\xi \ \eta \ \zeta|^T$ даёт возможность применить для его оценки аппарат современной теории нелинейной фильтрации, существенно расширяющий возможности повышения точности оценивания навигационных параметров объекта по сравнению с традиционным МНК (использование кодовых измерений остальных двух спутников только расширяет возможности наблюдателя и увеличивает точность оценки).

При наличии N МБЛА уравнения векторов их навигационных параметров записываются аналогично (4):

$$\begin{vmatrix} \dot{\xi}_i \\ \dot{\eta}_i \\ \dot{\zeta}_i \end{vmatrix} = \Phi^{-1}(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)Q(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) + \Phi^{-1}(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)Q_0(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)W_{Vi}^*, \quad i = 1, \dots, N, \quad (5)$$

а уравнения их наблюдения — аналогично (1):

$$Z_{R1i} = \sqrt{(\xi_{c1} - \xi_i)^2 + (\eta_{c1} - \eta_i)^2 + (\zeta_{c1} - \zeta_i)^2} + W_{R1i},$$

$$Z_{R2i} = \sqrt{(\xi_{c2} - \xi_i)^2 + (\eta_{c2} - \eta_i)^2 + (\zeta_{c2} - \zeta_i)^2} + W_{R2i},$$

$$Z_{R3i} = \sqrt{(\xi_{c3} - \xi_i)^2 + (\eta_{c3} - \eta_i)^2 + (\zeta_{c3} - \zeta_i)^2} + W_{R3i},$$

где учтена возможность использования в общем случае кодовых измерений всех трёх спутников.

Для удобства дальнейшего использования уравнений наблюдения запишем их в векторной форме:

$$Z_{Ri} = H(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) + W_{Ri}, \quad (6)$$

где

$$Z_{Ri} = |Z_{R1i}Z_{R2i}Z_{R3i}|^T; \quad W_{Ri} = |W_{R1i}W_{R2i}W_{R3i}|^T;$$

$$H(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) = \begin{vmatrix} \sqrt{(\xi_{c1} - \xi_i)^2 + (\eta_{c1} - \eta_i)^2 + (\zeta_{c1} - \zeta_i)^2} \\ \sqrt{(\xi_{c2} - \xi_i)^2 + (\eta_{c2} - \eta_i)^2 + (\zeta_{c2} - \zeta_i)^2} \\ \sqrt{(\xi_{c3} - \xi_i)^2 + (\eta_{c3} - \eta_i)^2 + (\zeta_{c3} - \zeta_i)^2} \end{vmatrix}.$$

Синтез уравнений (5), (6) позволяет в полной мере применить методы стохастической фильтрации для решения задачи высокоточного оценивания параметров движения БПЛА.

Уравнения движения радиомаяка, взаимодействующего с МБЛА. В постановке задачи было отмечено, что на борту каждого МБЛА есть аппаратура, обеспечивающая приём доплеровских и дальномерных синхронизированных измерений от подвижного радиомаяка, которые далее передаются на единый вычислитель (например, установленный на одном из МБЛА) и обрабатываются единым алгоритмом оценки.

Принятые на i -м МБЛА доплеровские измерения радиомаяка позволяют записать для его вектора скорости аналогично уравнению вектора скорости МБЛА (3), построенному по доплеровским измерениям ГНСС, следующее уравнение:

$$S_{i1}(\xi_p, \eta_p, \zeta_p) \begin{vmatrix} V_{\xi_i} \\ V_{\eta_i} \\ V_{\zeta_i} \end{vmatrix} + S_{i2}(\xi_p, \eta_p, \zeta_p) + S_{i3}(\xi_p, \eta_p, \zeta_p)\vartheta_V^{(i)} = S_{i1}(\xi_p, \eta_p, \zeta_p) \begin{vmatrix} \dot{\xi}_p \\ \dot{\eta}_p \\ \dot{\zeta}_p \end{vmatrix},$$

где ξ_p, η_p, ζ_p — координаты радиомаяка в ГСК; $\vartheta_V^{(i)}$ — помеха доплеровских измерений радиомаяка $Z_{\vartheta}^{(i)}$ для i -го МБЛА, аппроксимируемая далее центрированным БГШ с известной интенсивностью $D_{\vartheta i}$;

$$S_{i1}(\xi_p, \eta_p, \zeta_p) = |\xi_i - \xi_p \ \eta_i - \eta_p \ \zeta_i - \zeta_p|;$$

$$S_{i2}(\xi_p, \eta_p, \zeta_p) = -Z_{\vartheta}^{(i)} \sqrt{(\xi_i - \xi_p)^2 + (\eta_i - \eta_p)^2 + (\zeta_i - \zeta_p)^2};$$

$$S_{i3}(\xi_p, \eta_p, \zeta_p) = \sqrt{(\xi_i - \xi_p)^2 + (\eta_i - \eta_p)^2 + (\zeta_i - \zeta_p)^2};$$

$|V_{\xi_i} \ V_{\eta_i} \ V_{\zeta_i}|^T = |\dot{\xi}_i \ \dot{\eta}_i \ \dot{\zeta}_i|^T$ — вектор скорости i -го МБЛА.

Выражая вектор скорости i -го МБЛА через его координаты с учётом (5), имеем

$$S_{i1}(\xi_p, \eta_p, \zeta_p)\Phi^{-1}(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)Q(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) + S_{i1}(\xi_p, \eta_p, \zeta_p)\Phi^{-1}(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)Q_0(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)W_{V_i}^* +$$

$$+ S_{i2}(\xi_p, \eta_p, \zeta_p) + S_{i3}(\xi_p, \eta_p, \zeta_p)\vartheta_V^{(i)} = S_{i1}(\xi_p, \eta_p, \zeta_p) \begin{vmatrix} \dot{\xi}_p \\ \dot{\eta}_p \\ \dot{\zeta}_p \end{vmatrix}. \quad (7)$$

Подобно вышерассмотренной ситуации с доплеровскими измерениями одного спутника очевидно, что для определения всех компонентов вектора скорости радиомаяка уравнения (7), полученного по доплеровским измерениям радиомаяка на одном МБЛА, недостаточно.

Для возможности полного определения вектора скорости радиомаяка запишем далее систему уравнений, аналогичных (7), но построенных уже по доплеровским измерениям радиомаяка на трёх МБЛА.

Вводя обозначения

$$S_{i1}(\xi_p, \eta_p, \zeta_p)\Phi^{-1}(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)Q(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) = G_{i1}(\xi_p, \eta_p, \zeta_p),$$

$$S_{i1}(\xi_p, \eta_p, \zeta_p)\Phi^{-1}(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)Q_0(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)W_{V_i}^* = G_{i0}(\xi_p, \eta_p, \zeta_p)W_{V_i}^*,$$

и опуская запись аргументов функций, имеем

$$\begin{vmatrix} G_{11} \\ G_{21} \\ G_{31} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} G_{10} & 0 & 0 \\ 0 & G_{20} & 0 \\ 0 & 0 & G_{30} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} W_{V_1}^* \\ W_{V_2}^* \\ W_{V_3}^* \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} S_{12} \\ S_{22} \\ S_{32} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} S_{13} & 0 & 0 \\ 0 & S_{23} & 0 \\ 0 & 0 & S_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \vartheta_V^{(1)} \\ \vartheta_V^{(2)} \\ \vartheta_V^{(3)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} S_{11} \\ S_{21} \\ S_{31} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{\xi}_p \\ \dot{\eta}_p \\ \dot{\zeta}_p \end{vmatrix}.$$

Если в силу близкого расположения МБЛА помехи доплеровских измерений как ГНСС, так и радиомаяка для всех МБЛА можно считать одинаковыми:

$$W_{V_1}^* = W_{V_2}^* = W_{V_3}^* = W_V^*, \quad \vartheta_V^{(1)} = \vartheta_V^{(2)} = \vartheta_V^{(3)} = \vartheta_V,$$

то полученная система существенно упрощается:

$$\begin{vmatrix} G_{11} \\ G_{21} \\ G_{31} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} G_{10} \\ G_{20} \\ G_{30} \end{vmatrix} W_V^* + \begin{vmatrix} S_{12} \\ S_{22} \\ S_{32} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} S_{13} \\ S_{23} \\ S_{33} \end{vmatrix} \vartheta_V = \begin{vmatrix} S_{11} \\ S_{21} \\ S_{31} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{\xi}_p \\ \dot{\eta}_p \\ \dot{\zeta}_p \end{vmatrix}.$$

В общем случае для различных помех данная система уравнений для обеспечения возможности её дальнейшего представления в форме Ланжевена может быть записана следующим образом:

$$\begin{vmatrix} G_{11} \\ G_{21} \\ G_{31} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} S_{12} \\ S_{22} \\ S_{32} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} G_{10} & 0 & 0 & S_{13} & 0 & 0 \\ 0 & G_{20} & 0 & 0 & S_{23} & 0 \\ 0 & 0 & G_{30} & 0 & 0 & S_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} W_{V_1}^* \\ W_{V_2}^* \\ W_{V_3}^* \\ \vartheta_V^{(1)} \\ \vartheta_V^{(2)} \\ \vartheta_V^{(3)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} S_{11} \\ S_{21} \\ S_{31} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{\xi}_p \\ \dot{\eta}_p \\ \dot{\zeta}_p \end{vmatrix}.$$

Обозначив далее для сокращения записи

$$U_1(\xi_p, \eta_p, \zeta_p) = \begin{vmatrix} G_{11} \\ G_{21} \\ G_{31} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} S_{12} \\ S_{22} \\ S_{32} \end{vmatrix}, \quad U_2(\xi_p, \eta_p, \zeta_p) = \begin{vmatrix} G_{10} & 0 & 0 & S_{13} & 0 & 0 \\ 0 & G_{20} & 0 & 0 & S_{23} & 0 \\ 0 & 0 & G_{30} & 0 & 0 & S_{33} \end{vmatrix},$$

$$\Lambda_V = \begin{vmatrix} W_{V_1}^* \\ W_{V_2}^* \\ W_{V_3}^* \\ \vartheta_V^{(1)} \\ \vartheta_V^{(2)} \\ \vartheta_V^{(3)} \end{vmatrix}, \quad \Psi(\xi_p, \eta_p, \zeta_p) = \begin{vmatrix} S_{11} \\ S_{21} \\ S_{31} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \xi_1 - \xi_p & \eta_1 - \eta_p & \zeta_1 - \zeta_p \\ \xi_2 - \xi_p & \eta_2 - \eta_p & \zeta_2 - \zeta_p \\ \xi_3 - \xi_p & \eta_3 - \eta_p & \zeta_3 - \zeta_p \end{vmatrix},$$

запишем полученную систему уравнений в виде

$$\Psi(\xi_p, \eta_p, \zeta_p) \begin{vmatrix} \dot{\xi}_p \\ \dot{\eta}_p \\ \dot{\zeta}_p \end{vmatrix} = U_1(\xi_p, \eta_p, \zeta_p) + U_2(\xi_p, \eta_p, \zeta_p) \Lambda_V.$$

Данная система легко допускает представление вектора скорости радиомаяка:

$$\begin{vmatrix} \dot{\xi}_p \\ \dot{\eta}_p \\ \dot{\zeta}_p \end{vmatrix} = \Psi^{-1}(\xi_p, \eta_p, \zeta_p) U_1(\xi_p, \eta_p, \zeta_p) + \Psi^{-1}(\xi_p, \eta_p, \zeta_p) U_2(\xi_p, \eta_p, \zeta_p) \Lambda_V, \quad (8)$$

где обратная матрица $\Psi^{-1}(\xi_p, \eta_p, \zeta_p)$ имеет структуру, аналогичную матрице $\Phi^{-1}(\xi_p, \eta_p, \zeta_p)$.

Наблюдатель вектора координат радиомаяка (8) формируется на основе дальномерных измерений «радиомаяк — i -й МБЛА» Z_{ri} аналогично (6):

$$Z_{r1} = \sqrt{(\xi_1 - \xi_p)^2 + (\eta_1 - \eta_p)^2 + (\zeta_1 - \zeta_p)^2} + W_{r1},$$

$$Z_{r2} = \sqrt{(\xi_2 - \xi_p)^2 + (\eta_2 - \eta_p)^2 + (\zeta_2 - \zeta_p)^2} + W_{r2},$$

$$Z_{r3} = \sqrt{(\xi_3 - \xi_p)^2 + (\eta_3 - \eta_p)^2 + (\zeta_3 - \zeta_p)^2} + W_{r3},$$

где W_{ri} — помеха дальномерных измерений радиомаяка Z_{ri} для i -го МБЛА, аппроксимируемая далее центрированным БГШ с известной интенсивностью D_{ri} или в векторной форме:

$$Z_r = H_r(\xi_p, \eta_p, \zeta_p) + W_r. \quad (9)$$

Здесь $Z_r = |Z_{r1} Z_{r2} Z_{r3}|^\top$; $W_r = |W_{r1} W_{r2} W_{r3}|^\top$;

$$H_r(\xi_p, \eta_p, \zeta_p) = \begin{bmatrix} \sqrt{(\xi_1 - \xi_p)^2 + (\eta_1 - \eta_p)^2 + (\zeta_1 - \zeta_p)^2} \\ \sqrt{(\xi_2 - \xi_p)^2 + (\eta_2 - \eta_p)^2 + (\zeta_2 - \zeta_p)^2} \\ \sqrt{(\xi_3 - \xi_p)^2 + (\eta_3 - \eta_p)^2 + (\zeta_3 - \zeta_p)^2} \end{bmatrix}.$$

Уравнения (8), (9) позволяют, как и уравнения (5), (6), применить методы стохастической фильтрации для решения задачи оценивания параметров движения уже радиомаяка [18].

При этом во избежание большой размерности фильтра целесообразно ввести декомпозицию: оценки координат i -го МБЛА получать непосредственно на борту, используя уравнения координат i -го МБЛА (5) и их наблюдателя (6), а оценки координат радиомаяка формировать на основе уравнений его координат (8) и их наблюдателя (9) с заменой переменных ξ_i, η_i, ζ_i их оценками $\hat{\xi}_i, \hat{\eta}_i, \hat{\zeta}_i$, полученными на выходе фильтров координат i -х МБЛА.

Алгоритмы стохастического комплексированного оценивания навигационных параметров МБЛА и подвижного радиомаяка.

Решение задачи совместного оценивания параметров движения МБЛА и радиомаяка с использованием систем уравнений в канонической форме «объект — наблюдатель» (5), (6) и (8), (9) построим далее на основе расширенного фильтра Калмана как наиболее эффективного на сегодняшний день по критерию «точность — вычислительные затраты».

Так, вводя обозначение $Y_i = |\xi_i \eta_i \zeta_i|^\top$, для оценки навигационных параметров i -го МБЛА имеем следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \dot{Y}_i &= \Phi^{-1}(\hat{Y}_i)Q(\hat{Y}_i) + K(\hat{Y}_i)[Z_{Ri} - H(\hat{Y}_i)], \quad i = 1, \dots, 3; \quad K(\hat{Y}_i) = R(\hat{Y}_i) \frac{\partial H^\top(\hat{Y}_i)}{\partial \hat{Y}_i} D_{Ri}^{-1}; \\ \dot{R}(\hat{Y}_i) &= \frac{\partial \{\Phi^{-1}(\hat{Y}_i)Q(\hat{Y}_i)\}}{\partial \hat{Y}_i} R(\hat{Y}_i) + R(\hat{Y}_i) \frac{\partial \{\Phi^{-1}(\hat{Y}_i)Q(\hat{Y}_i)\}^\top}{\partial \hat{Y}_i} + \\ &+ \{\Phi^{-1}(\hat{Y}_i)Q_0(\hat{Y}_i)\} D_{Vi} \{\Phi^{-1}(\hat{Y}_i)Q_0(\hat{Y}_i)\}^\top - K(\hat{Y}_i) D_{Ri} K^\top(\hat{Y}_i); \end{aligned} \quad (10)$$

$$D_{Ri} = \begin{bmatrix} D_{R1i} & 0 & 0 \\ 0 & D_{R2i} & 0 \\ 0 & 0 & D_{R3i} \end{bmatrix}; \quad D_{Vi} = \begin{bmatrix} D_{Vi}^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & D_{Vi}^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & D_{Vi}^{(3)} \end{bmatrix},$$

где \hat{Y}_i — оценка вектора координат МБЛА; $Y_i = |\xi_i \eta_i \zeta_i|^\top$; $R(\hat{Y}_i)$ — апостериорная ковариационная матрица; $\hat{Y}_i(0) = M[Y_i(0)]$; $R_0(\hat{Y}_i) = M[(Y_i(0) - \hat{Y}_i(0))(Y_i(0) - \hat{Y}_i(0))^\top]$.

Полученные оценки (10) позволяют построить искомый алгоритм оценки параметров подвижного радиомаяка. Вводя для упрощения записи обозначение $X = |\xi_p \eta_p \zeta_p|^\top$, имеем:

$$\dot{X} = \Psi^{-1}(\hat{X})U_1(\hat{X}) + k(\hat{X})[Z_r - H_r(\hat{X})];$$

$$V_{\eta_2} = (110 + 10 \sin 0,02t) \sqrt{1 - \frac{\eta_2^2}{(6,374 \cdot 10^6 + 1500 \sin 0,01t)^2}} + \frac{15 \cos 0,01t}{6,374 \cdot 10^6 + 1500 \sin 0,01t} \eta_2,$$

$$V_{\zeta_2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(-\eta_2 \frac{10 + \sin 0,02t}{6,374 \cdot 10^5 + 150 \sin 0,01t} + 15 \cos 0,01t \sqrt{1 - \frac{\eta_2^2}{(6,374 \cdot 10^6 + 1500 \sin 0,01t)^2}} \right).$$

Координаты точки старта МБЛА-3: долгота $30,3^\circ$, широта $45,3^\circ$ и высота 3500 м (т. е. $\xi_{03} = 2253549$ м, $\eta_{03} = 4507098$ м, $\zeta_{03} = 3903261$ м). В течение всего времени движения изменение проекций скорости МБЛА-3 на оси ГСК определялось следующим образом:

$$V_{\xi_3} = -\eta_3 \frac{15 + 0,5 \sin 0,02t}{6,374 \cdot 10^5 + 150 \sin 0,01t} + 6,5 \sqrt{1 - \frac{\eta_3^2}{(6,374 \cdot 10^6 + 1500 \sin 0,01t)^2}} \cos 0,01t,$$

$$V_{\eta_3} = (110 + 10 \sin 0,02t) \sqrt{1 - \frac{\eta_3^2}{(6,374 \cdot 10^6 + 1500 \sin 0,01t)^2}} + \frac{15 \cos 0,01t}{6,374 \cdot 10^6 + 1500 \sin 0,01t} \eta_3,$$

$$V_{\zeta_3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(-\eta_3 \frac{20 + \sin 0,02t}{6,374 \cdot 10^5 + 150 \sin 0,01t} + 19 \cos 0,01t \sqrt{1 - \frac{\eta_3^2}{(6,374 \cdot 10^6 + 1500 \sin 0,01t)^2}} \right).$$

Истинные текущие координаты МБЛА- i ($\xi_i, \eta_i, \zeta_i, i = 1, 2, 3$) формировались путём интегрирования данных проекций скорости методом Рунге — Кутты 4-го порядка с шагом $\Delta t = 0,01$ с при вышеприведённых начальных условиях $\xi_{0i}, \eta_{0i}, \zeta_{0i}$.

Координаты точки старта радиомаяка: долгота 31° , широта $47,3^\circ$ и высота 3200 м (т. е. $\xi_{p0} = 2253549$ м, $\eta_{p0} = 4507098$ м, $\zeta_{p0} = 3903261$ м). В течение всего времени движения изменение проекций скорости радиомаяка на оси ГСК определялось следующим образом:

$$V_{\xi_p} = -\eta_p \frac{12 + 0,5 \sin 0,02t}{6,374 \cdot 10^5 + 150 \sin 0,02t} + 8,5 \sqrt{1 - \frac{\eta_p^2}{(6,374 \cdot 10^6 + 1500 \sin 0,02t)^2}} \cos 0,02t,$$

$$V_{\eta_p} = (115 + 10 \sin 0,02t) \sqrt{1 - \frac{\eta_p^2}{(6,374 \cdot 10^6 + 1500 \sin 0,02t)^2}} + \frac{15 \cos 0,01t}{6,374 \cdot 10^6 + 1500 \sin 0,02t} \eta_p,$$

$$V_{\zeta_p} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(-\eta_p \frac{25 + \sin 0,02t}{6,374 \cdot 10^5 + 150 \sin 0,02t} + 17 \cos 0,02t \sqrt{1 - \frac{\eta_p^2}{(6,374 \cdot 10^6 + 1500 \sin 0,02t)^2}} \right).$$

Для определения кодовых и доплеровских измерений спутников предварительно моделировались линейные движения их центров масс интегрированием методом Рунге — Кутты 4-го порядка соответствующих уравнений движения (скоростей $V_{\xi_c}, V_{\eta_c}, V_{\zeta_c}$ и координат ξ_c, η_c, ζ_c спутника в ГСК), приведённых в [19].

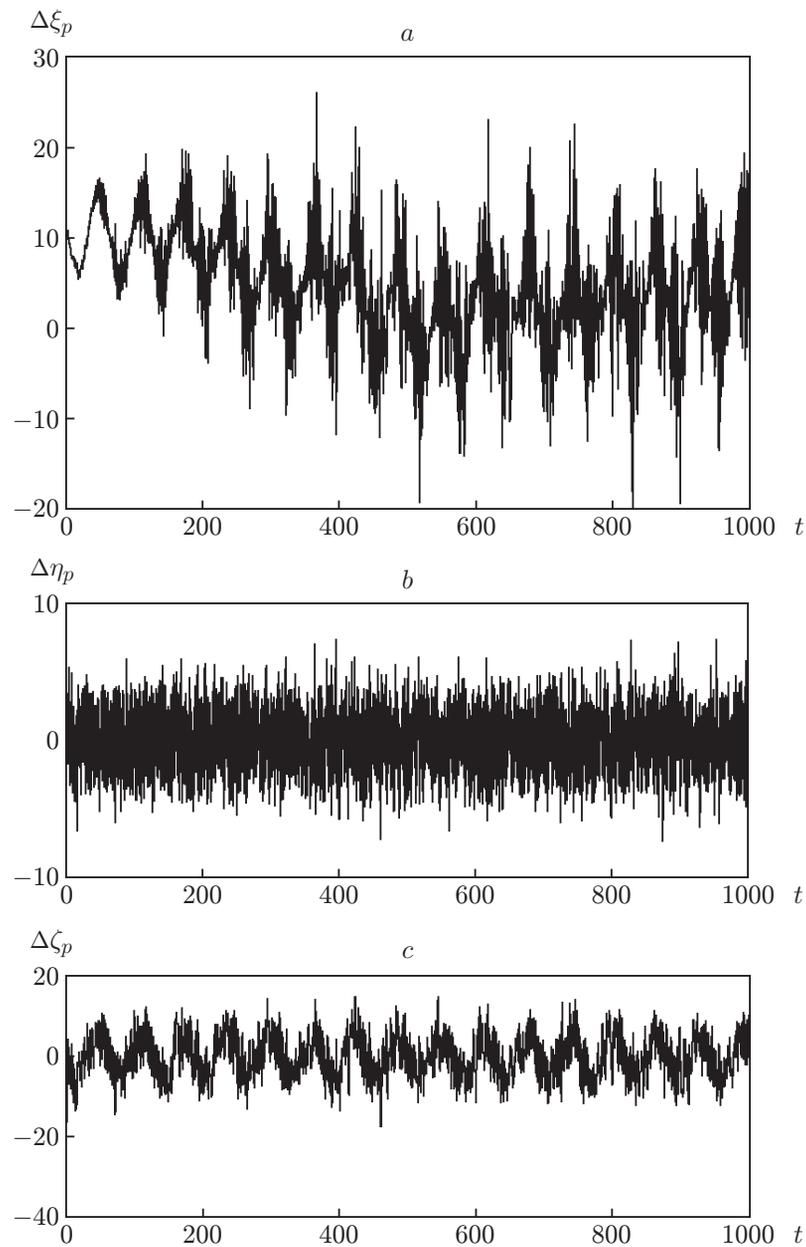


Рис. 1. Ошибки оценки координат: ξ_p (a), η_p (b), ζ_p (c)

Начальные условия движения спутников следующие:

$$\xi_{c1} = 21,85 \cdot 10^6 \text{ м}, \quad \eta_{c1} = 4,9 \cdot 10^6 \text{ м}, \quad \zeta_{c1} = 4,3 \cdot 10^6 \text{ м},$$

$$V_{\xi c1} = 1,4 \cdot 10^3 \text{ м/с}, \quad V_{\eta c1} = 3,9 \cdot 10^3 \text{ м/с}, \quad V_{\zeta c1} = -1,8 \cdot 10^3 \text{ м/с},$$

$$\xi_{c2} = 11,8 \cdot 10^6 \text{ м}, \quad \eta_{c2} = 2,9 \cdot 10^6 \text{ м}, \quad \zeta_{c2} = 2,3 \cdot 10^6 \text{ м},$$

$$V_{\xi c2} = 1,1 \cdot 10^3 \text{ м/с}, \quad V_{\eta c2} = 5,3 \cdot 10^3 \text{ м/с}, \quad V_{\zeta c2} = 3,8 \cdot 10^3 \text{ м/с},$$

$$\xi_{c3} = 18,5 \cdot 10^6 \text{ м}, \quad \eta_{c3} = 4 \cdot 10^6 \text{ м}, \quad \zeta_{c3} = 3,8 \cdot 10^6 \text{ м},$$

$$V_{\xi c3} = 1,7 \cdot 10^3 \text{ м/с}, \quad V_{\eta c3} = 4,3 \cdot 10^3 \text{ м/с}, \quad V_{\zeta c3} = 3,4 \cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

В качестве модели помех использовался аддитивный гауссовский некоррелированный вектор-шум с нулевым матожиданием и интенсивностью для спутников: кодовые измерения — $(30 \text{ м})^2 \text{ с}$, доплеровские измерения — $(0,2 \text{ м/с})^2 \text{ с}$; для маяка: кодовые измерения — $(5 \text{ м})^2 \text{ с}$, доплеровские измерения — $(0,1 \text{ м/с})^2 \text{ с}$.

Графики ошибок оценок координат радиомаяка, полученных с использованием алгоритмов (10), (11), приведены на рисунке. Анализ данных графиков позволяет сделать вывод о том, что ошибки оценок координат подвижного маяка имели явно выраженный установившийся характер и не превысили по координате ξ_p — 25 м, по координате η_p — 9 м, а по координате ζ_p — 15 м. Таким образом, результаты имитационного моделирования свидетельствуют о принципиальной возможности высокоточного позиционирования подвижного источника радиоизлучения с помощью группировки маневрирующих МБЛА, позиционируемых, в свою очередь, за счёт использования кодовых и доплеровских измерений ГНСС.

Заключение. Преимуществами предложенного метода по сравнению с существующими являются, во-первых, возможность определения координат маяка в трёхмерном пространстве, а не на плоскости [1], во-вторых, возможность оценивания координат подвижного маяка в реальном масштабе времени в процессе движения МБЛА без каких-либо допущений о характере помех измерений и условий приёма радиосигнала (в отличие от [5–7]) и, в-третьих, метод не требует комплексирования с бортовыми инерциальными и наземными радионавигационными системами.

Отмеченные преимущества позволяют эффективно использовать его в современных и перспективных системах подвижного позиционирования на основе МБЛА при определении координат подвижных радиомаяков в реальном времени в условиях действия помех.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кошкин Р. П. Беспилотные авиационные системы. М.: Стратегические приоритеты, 2016. 676 с.
2. Красильщиков М. Н., Себряков Г. Г. Современные информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных маневренных летательных аппаратов / Под. ред. М. Н. Красильщикова, Г. Г. Себрякова. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 556 с.
3. Sebbane B. Y. Smart Autonomous Aircraft: Flight Control and Planning for UAV. London: CRC Press, 2015. 413 p.
4. Austin R. Introduction to Unmanned Aircraft Systems (UAS). Unmanned Air Systems: UAV Design, Development and Deployment. Wiltshire: John Wiley & Sons, 2010. 365 p.
5. Аль-Одхари А. Х., Фокин Г. А. Позиционирование источников радиоизлучения в условиях высокогорья с использованием беспилотных летательных аппаратов // Тр. учеб. заведений связи. 2018. 4, № 2. С. 5–17.
6. Аль-Одхари А. Х. Позиционирование источника радиоизлучения разностно-дальномерным методом с использованием беспилотных летательных аппаратов // Телекоммуникации. 2018. № 3. С. 29–39.
7. Дардари Д., Фаллети Э., Луизе М. Методы спутникового и наземного позиционирования. Перспективы развития технологий обработки сигналов: Пер. с англ. М.: Техносфера, 2012. 528 с.

8. **Salychev O. S.** Verified Approaches to Inertial Navigation. Moscow: BMSTU Press Publ., 2017. 368 p.
9. **Розенберг И. Н., Соколов С. В., Уманский В. И., Погорелов В. А.** Теоретические основы тесной интеграции инерциально-спутниковых навигационных систем. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2018. 312 с.
10. **Соколов С. В., Погорелов В. А.** Стохастическая оценка, управление и идентификация в высокоточных навигационных системах. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2016. 264 с.
11. **Соколов С. В., Погорелов В. А.** Основы синтеза многоструктурных бесплатформенных навигационных систем. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 190 с.
12. **Кинкулькин И. Е.** Глобальные навигационные спутниковые системы. Алгоритмы функционирования аппаратуры потребления: Монография. М.: Радиотехника, 2018. 328 с.
13. **Амелин К. С., Миллер А. Б.** Алгоритм уточнения местонахождения лёгкого БПЛА на основе калмановской фильтрации измерений пеленгационного типа // Информационные процессы. 2013. **13**, № 4. С. 338–352.
14. **Зайцев Д. В.** Многопозиционные радиолокационные системы. Методы и алгоритмы обработки информации в условиях помех. М.: Радиотехника, 2007. 96 с.
15. **Sokolov S. V., Pogorelov V. A., Shatalov A. B.** General solution of the problem of nonlinear filtration of the orientation parameters of the antenna complex by inertial measurements // Russian Aeronaut. 2021. **64**, N 1. P. 132–141.
16. **Sokolov S. V., Pogorelov V. A.** Measurements in information technologies nonlinear dynamic estimation of the orientation angles of a moving object from distributed satellite measurements // Meas. Techn. 2019. **62**, N 3. P. 30–36.
17. **Kim D. H., Lee K., Park M. Y., Lim J.** UAV-based localization scheme for battlefield environments // Proc. of the IEEE Military Communications Conference (MILCOM). San Diego, USA, 18-20 Nov., 2013. P. 562–567.
18. **Синицын И. Н.** Фильтры Калмана и Пугачёва. М.: Логос, 2006. 640 с.
19. **Перов А. И., Харисов В. Н.** ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.

Поступила в редакцию 27.09.2021

После доработки 17.12.2021

Принята к публикации 17.12.2021
