

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

УДК 53.088.7

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТЕЙ ГРАДИЕНТОМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ТРЁХКОМПОНЕНТНЫХ ФЕРРОЗОНДОВЫХ ДАТЧИКОВ

© Д. Г. Миловзоров, В. Х. Ясовеев

*Уфимский государственный авиационный технический университет,
450008, г. Уфа, ул. К. Маркса, 12
E-mail: dgmilovzorov@yandex.ru*

Рассматриваются вопросы компоновки магнитометрических градиентометрических систем с использованием трёхкомпонентных феррозондовых и трёхкомпонентных акселерометрических преобразователей. Данные преобразователи широко используются и в измерительных системах пространственной ориентации. Предложены базовые математические модели трёхкомпонентных магнитометров, входящих в структуру градиентометра, подходящие для идеального случая расположения трёхкомпонентного преобразователя в корпусе прибора. Показана схема реального расположения феррозондов в корпусе градиентометра и обозначены углы отклонения осей их чувствительности от осей базиса прибора. Представлены уточнённые математические модели трёхкомпонентных феррозондовых преобразователей с учётом углов отклонения осей их чувствительности. Предложена методика калибровки трёхкомпонентного магнитометра при механических поворотах феррозондов на поверочных устройствах, установках (поворотных столах), которые позволяют задавать и контролировать с высокой точностью требуемые углы пространственной ориентации корпуса прибора. Произведена оценка погрешностей трёхкомпонентного феррозондового преобразователя методом вычислительного эксперимента — моделированием на ЭВМ.

Ключевые слова: магнитометрическая градиентометрическая система, трёхкомпонентный феррозондовый преобразователь, трёхкомпонентный акселерометрический преобразователь, математические модели, трёхкомпонентный магнитометр.

DOI: 10.15372/AUT20220109

Введение. При изучении магнитных полей на практике возникают задачи определения пространственного распределения градиента результирующего вектора индукции или напряжённости поля. К таким задачам относятся исследования магнитных полей и локальных неоднородностей, проведение неразрушающего контроля и дефектоскопии, поиск и обнаружение ферромагнитных предметов (оружия, боеприпасов) и иных ферромагнитных тел в приповерхностной зоне грунтов [1–4]. Данные объекты обладают собственным магнитным полем и локально искажают однородное поле Земли. При этом вектор индукции (напряжённости) магнитного поля в зоне чувствительного элемента изменяет как свой модуль, так и направление. Такое изменение является признаком наличия ферромагнитного объекта в исследуемом пространстве. По отношению к искомому объекту такие измерительные системы являются пассивными, т. е. не оказывают на объект какого-либо воздействия.

Для решения подобных задач применяют различные первичные преобразователи, среди которых можно выделить: СКВИД-магнитометры [5], протонные магнитометры, магнитометры на основе магниторезистивного эффекта, феррозондовые магнитометры и др.

Особое положение при создании градиентометрической аппаратуры занимают высокочувствительные феррозондовые датчики, которым отдают предпочтение разработчики в области магнитных измерений [6–9].

Феррозондовый датчик представляет собой измерительный преобразователь магнитомодуляционного типа, предназначенный для измерения параметров слабых магнитных полей — магнитной индукции или напряжённости.

Однако независимо от типа применяемых датчиков классическая традиционная схема градиентометра представляет собой два идентичных элемента, разнесённых в пространстве на определённое расстояние, называемое базой градиентометра L . Разностный сигнал датчиков пропорционален градиенту напряжённости магнитного поля вдоль корпуса градиентометра. Суть задачи градиентометрии сводится к определению как величины, так и знака приращения напряжённости исследуемого поля на определённой базе.

В последнее время проявляется тенденция к проведению магнитометрических измерений с применением беспилотных летательных аппаратов, в частности квадрокоптеров [10–13]. Такой подход к проведению магнитной разведки местности позволяет проводить измерения в труднодоступных и непроходимых местах, а также над водой. Применение летательных аппаратов для измерений ещё и снижает временные и материальные затраты по сравнению с работой оператора.

При разработке и создании градиентометрических систем необходимо уделять особое внимание обеспечению нечувствительности измерительных преобразователей к внешнему невозмущённому постоянному геомагнитному полю при изменении пространственного положения корпуса прибора. Нечувствительность может быть обеспечена при выполнении таких условий, как полная идентичность параметров самих феррозондовых преобразователей и их измерительных каналов; расположение осей чувствительности феррозондов строго вдоль осей прямоугольной системы координат. Причем последнее условие является наиболее определяющим. В действительности выполнить все представленные условия оказывается практически невозможно, что приводит к появлению дополнительных погрешностей измерений. Поэтому для обеспечения нечувствительности измерительных преобразователей к внешнему невозмущённому постоянному геомагнитному полю предлагается производить предварительное определение калибровочных коэффициентов феррозондовых преобразователей и последующую алгоритмическую коррекцию результатов измерений, основанную на математических моделях трёхкомпонентных феррозондовых преобразователей.

Целью данной работы является создание математических моделей, а также методов определения калибровочных коэффициентов трёхкомпонентных феррозондовых преобразователей, позволяющих при изменении пространственного положения корпуса прибора минимизировать чувствительность измерительных преобразователей к внешнему невозмущённому постоянному геомагнитному полю и снизить результирующую погрешность измерения градиента магнитного поля.

Конструктивное исполнение градиентометров с феррозондовыми датчиками. Возможны различные варианты построения и конструктивного исполнения градиентометров с феррозондовыми датчиками. Выбор того или иного варианта определяется конкретной задачей градиентометрии и предварительными данными о степени локальных искажений силовых линий исследуемого поля.

При решении сложных задач градиентометрии целесообразно применять пары трёхкомпонентного феррозондового преобразователя (ТФП) (рис. 1).

Такая компоновка градиентометра позволяет регистрировать приращения напряжённости исследуемого поля в трёх проекциях $\Delta T_{i(i=x,y,z)}$, что обеспечивает контроль вариаций полного вектора как по величине, так и по направлению.

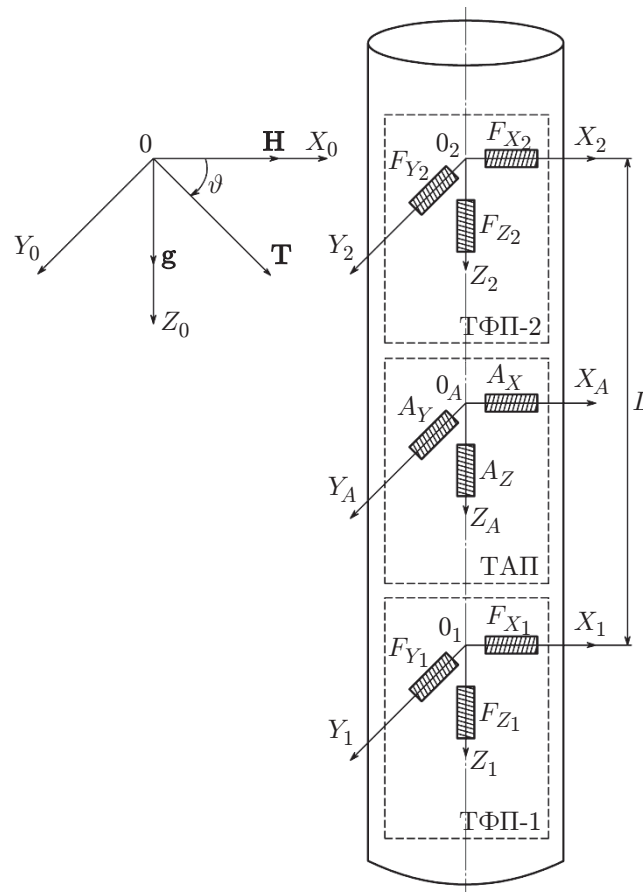


Рис. 1. Схема компоновки градиентометра с трёхкомпонентными феррозондовыми датчиками: ТФП-1, ТФП-2 — трёхкомпонентные феррозондовые преобразователи, ТАП — трёхкомпонентный акселерометрический преобразователь

Возможность изменения базы градиентометра позволяет расширить его функциональные данные и оптимизировать работу в зависимости от параметров предполагаемого объекта исследования.

Правильный выбор базы L магнитометрического градиентометра даёт возможность обеспечить поиск и локализацию объектов в условиях существующих на практике электромагнитных помех, приводящих к изменению магнитного поля. Длина базы L должна быть согласована с предполагаемыми геометрическими размерами объекта исследования. Целесообразной, как показывает практика, является длина базы, превышающая в 1,5–2 раза радиус объекта поиска.

Феррозонды F_{X_1} и F_{X_2} , F_{Y_1} и F_{Y_2} , F_{Z_1} и F_{Z_2} должны быть ориентированы в корпусе градиентометра параллельно друг другу.

Базовые математические модели трёхкомпонентных феррозондовых градиентометрических устройств. При разработке и создании измерительных систем, включающих в себя трёхкомпонентные векторно-измерительные преобразователи, важнейшими являются вопросы математического описания их функционирования, обеспечивающего вычисление определяемых информационных параметров при программно-алгоритмической обработке результатов измерений, а также теоретический анализ погрешностей.

Задача математического моделирования трёхкомпонентных феррозондовых градиен-

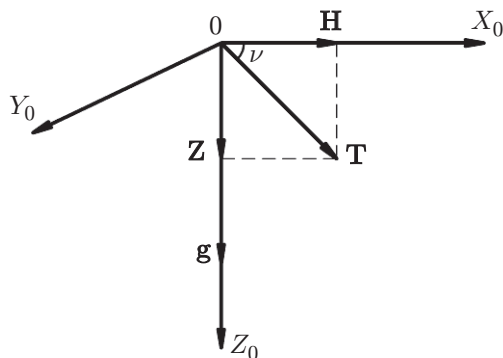


Рис. 2. Основной базис $R_0(0X_0Y_0Z_0)$

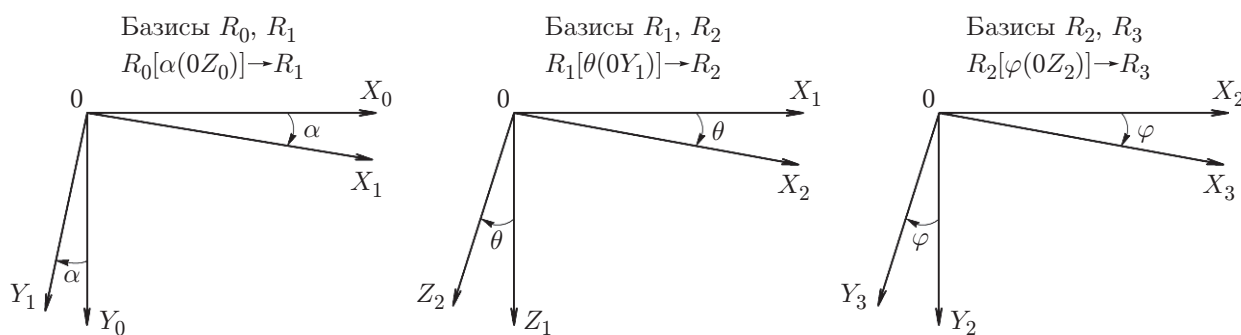


Рис. 3. Преобразование базиса R_0 в базис R_3

тометрических устройств сводится к пространственному преобразованию координат ориентации твёрдых тел, в соответствии с которым задают последовательно три плоских поворота по отношению к осям основного базиса $R_0(0X_0Y_0Z_0)$, связанного с полными векторами напряжённости магнитного поля \mathbf{T} и ускорением свободного падения \mathbf{g} (рис. 2).

Полный вектор напряжённости \mathbf{T} раскладывается на вертикальную \mathbf{Z} и горизонтальную \mathbf{H} составляющие, которые связаны между собой углом магнитного наклона ϑ .

Изначально основной базис R_0 ориентирован в пространстве так, что ось $0X_0$ направлена на север магнитного меридиана и совпадает с направлением вектора \mathbf{H} , а ось $0Z_0$ направлена по вектору \mathbf{g} .

При этом общее векторно-матричное уравнение, которое описывает преобразование основного базиса R_0 в базис R_3 (рис. 3) при соответствующих поворотах на азимутальный угол α вокруг оси $0Z$, отсчитываемый в горизонтальной плоскости, на зенитный угол θ вокруг оси $0Y$, отсчитываемый в вертикальной плоскости, и на визирный угол φ вокруг оси $0Z$, отсчитываемый в плоскости, перпендикулярной продольной оси корпуса, имеет вид [14–16]

$$\mathbf{T}_{R_3} = A_{\varphi(z)}A_{\theta(y)}A_{\alpha(z)}\mathbf{T}_{R_0}, \tag{1}$$

где \mathbf{T}_{R_0} и \mathbf{T}_{R_3} — проекции вектора напряжённости магнитного поля Земли \mathbf{T} в базисах R_0 и R_3 ; $A_{\varphi(z)}$, $A_{\theta(y)}$, $A_{\alpha(z)}$ — матрицы направляющих косинусов, соответствующие последовательным плоским поворотам базиса R_0 на углы Эйлера — Крылова φ , θ и α .

Получим систему трансцендентных уравнений связи:

$$\left. \begin{aligned} T_{X_3} \cos \theta \cdot \cos \varphi - T_{Y_3} \cos \theta \cdot \sin \varphi + T_{Z_3} \sin \theta &= \cos \alpha \cdot \cos \vartheta T; \\ T_{X_3} \sin \varphi + T_{Y_3} \cos \varphi &= -\sin \alpha \cdot \cos \vartheta T; \\ -T_{X_3} \sin \theta \cdot \cos \varphi + T_{Y_3} \sin \theta \cdot \sin \varphi + T_{Z_3} \cos \theta &= \sin \vartheta T \end{aligned} \right\}. \tag{2}$$

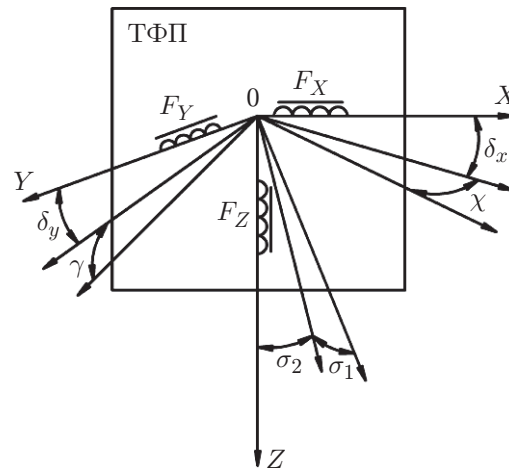


Рис. 4. Схема расположения феррозондов $F_{i(i=X,Y,Z)}$ в корпусе магнитометра

Решением системы уравнений (2) являются следующие базовые математические модели для двух трёхкомпонентных феррозондовых преобразователей:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \arctg \frac{-(T_{X_1} \sin \varphi + T_{Y_1} \cos \varphi)}{\cos \theta (T_{X_1} \cos \varphi - T_{Y_1} \sin \varphi) + T_{Z_1} \sin \theta}; \\ T_1 &= |\mathbf{T}| = \sqrt{T_{X_1}^2 + T_{Y_1}^2 + T_{Z_1}^2} \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_2 &= \arctg \frac{-(T_{X_2} \sin \varphi + T_{Y_2} \cos \varphi)}{\cos \theta (T_{X_2} \cos \varphi - T_{Y_2} \sin \varphi) + T_{Z_2} \sin \theta}; \\ T_2 &= |\mathbf{T}| = \sqrt{T_{X_2}^2 + T_{Y_2}^2 + T_{Z_2}^2} \end{aligned} \right\},$$

где T_{X_1} , T_{Y_1} , T_{Z_1} и T_{X_2} , T_{Y_2} , T_{Z_2} — измеряемые проекции вектора напряжённости магнитного поля Земли \mathbf{T} преобразователями ТФП-1 и ТФП-2 в базисе R_3 ; T_1 и T_2 — модули полных векторов напряжённости магнитного поля Земли, измеряемые первым и вторым преобразователями; углы φ и θ определяются по сигналам с акселерометрических датчиков A_X , A_Y и A_Z .

Следует принять во внимание, что данная базовая статическая математическая модель ТФП адекватна лишь в идеальном случае, когда оси чувствительности феррозондов $F_{i(i=X,Y,Z)}$ полностью совпадают с ортонормированным базисом $R_3(0, X_3, Y_3, Z_3)$. На практике же, особенно в условиях технологического разброса параметров промышленного производства, добиться данного идеального случая чрезвычайно сложно, а иногда и просто невозможно.

Разработка уточнённых математических моделей с учётом углов отклонений ТФП. На рис. 4 показана схема реального расположения феррозондов $F_{i(i=X,Y,Z)}$ и обозначены углы отклонения осей их чувствительности от осей базиса прибора $R(0, X, Y, Z)$ [14].

Математическая модель для сигналов с феррозондовых датчиков представляет собой систему трёх уравнений:

$$\left. \begin{aligned} t_X &= Ax + By + Cz; \\ t_Y &= Dx + Ey + Fz; \\ t_Z &= Kx + Ly + Mz \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

где $t_{i(i=X,Y,Z)} = T_{i(i=X,Y,Z)}/|\mathbf{T}|$ — приведённые значения измеряемых проекций вектора напряжённости геомагнитного поля \mathbf{T} ;

$$\left. \begin{aligned} A &= \cos \delta_X \cdot \cos \theta (\cos \chi \cdot \cos \varphi - \sin \chi \cdot \sin \varphi) - \sin \delta_X \cdot \sin \theta; \\ B &= \cos \delta_X (\cos \chi \cdot \sin \varphi + \sin \chi \cdot \cos \varphi); \\ C &= \cos \delta_X \cdot \sin \theta (\sin \chi \cdot \sin \varphi - \cos \chi \cdot \cos \varphi) - \sin \delta_X \cdot \cos \theta; \\ D &= -\cos \delta_Y \cdot \cos \theta (\sin \gamma \cdot \cos \varphi + \cos \gamma \cdot \sin \varphi) + \sin \delta_Y \cdot \sin \theta; \\ E &= \cos \delta_Y (\cos \gamma \cdot \cos \varphi - \sin \gamma \cdot \sin \varphi); \\ F &= \cos \delta_Y \cdot \sin \theta (\sin \gamma \cdot \cos \varphi + \cos \gamma \cdot \sin \varphi) + \sin \delta_Y \cdot \cos \theta; \\ K &= \cos \theta (\cos \sigma_1 \cdot \sin \sigma_2 \cdot \cos \varphi + \sin \sigma_1 \cdot \sin \varphi) + \cos \sigma_1 \cdot \cos \sigma_2 \cdot \sin \theta; \\ L &= \cos \sigma_1 \cdot \sin \sigma_2 \cdot \sin \varphi - \sin \sigma_1 \cdot \cos \varphi; \\ M &= -\sin \theta (\cos \sigma_1 \cdot \sin \sigma_2 \cdot \cos \varphi + \sin \sigma_1 \cdot \sin \varphi) + \cos \sigma_1 \cdot \cos \sigma_2 \cdot \cos \theta \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \cos \vartheta \cdot \cos \alpha; \\ y &= -\cos \vartheta \cdot \sin \alpha; \\ z &= \sin \vartheta \end{aligned} \right\}.$$

Данная математическая модель выглядит довольно громоздко и требует для определения искомым проекций вектора напряжённости магнитного поля, измеренных с высокой точностью трёхкомпонентным акселерометрическим преобразователем, значений двух других углов пространственной ориентации — θ и φ .

Рассмотрим иной подход к получению уточнённой математической модели ТФП. Для этого систему трёх уравнений (2) можно представить следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} t_X &= ax + by + cz; \\ t_Y &= dx + ey + fz; \\ t_Z &= kx + ly + mz \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

где

$$\left. \begin{aligned} x &= \cos \vartheta (\cos \alpha \cdot \cos \theta \cdot \cos \varphi - \sin \varphi \cdot \sin \alpha) - \sin \vartheta \cdot \cos \varphi \cdot \sin \theta; \\ y &= -\cos \vartheta (\cos \alpha \cdot \cos \theta \cdot \sin \varphi + \cos \varphi \cdot \sin \alpha) + \sin \vartheta \cdot \sin \varphi \cdot \sin \theta; \\ z &= \cos \vartheta \cdot \cos \alpha \cdot \sin \theta + \sin \vartheta \cdot \cos \theta \end{aligned} \right\}. \quad (7)$$

При такой форме записи параметры $\{A, \dots, M\}$ из (5), представляющие собой параметры для конкретного случая реализации ТФП будут иметь вид

$$a = \cos \delta_X \cdot \cos \chi; \quad b = \cos \delta_X \cdot \sin \chi; \quad c = -\sin \delta_X; \quad d = -\cos \delta_Y \cdot \sin \gamma; \quad (8)$$

$$e = \cos \delta_Y \cdot \cos \gamma; \quad f = \sin \delta_Y; \quad k = \cos \sigma_1 \cdot \sin \sigma_2; \quad l = -\sin \sigma_1; \quad m = \cos \sigma_1 \cdot \cos \sigma_2.$$

При сравнении параметров $\{A, \dots, M\}$ (5) необходимо отметить, что выражения (8) являются более простыми, а систему уравнений (6) можно представить в виде

$$\left\| \begin{array}{c} t_X \\ t_Y \\ t_Z \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{ccc} a & b & c \\ d & e & f \\ k & l & m \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{c} x \\ y \\ z \end{array} \right\|. \quad (9)$$

Решение системы (6) позволяет представить следующие зависимости:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{(fl - em)t_X - (cl - bm)t_Y + (ce - bf)t_Z}{(ce - bf)k - (cd - af)l + (bd - ae)m}; \\ y &= -\frac{(fk - dm)t_X - (ck - am)t_Y + (cd - af)t_Z}{(ce - bf)k - (cd - af)l + (bd - ae)m}; \\ z &= \frac{(ek - dl)t_X - (bk - al)t_Y + (bd - ae)t_Z}{(ce - bf)k - (cd - af)l + (bd - ae)m} \end{aligned} \right\}. \quad (10)$$

Для данного случая x, y, z (10) — искомые параметры; α_i и $|\mathbf{T}|_i$ для каждого трёхкомпонентного феррозондового датчика градиентометра $F_{i(i=1,2)}$ будут задаваться выражениями

$$\left. \begin{aligned} \alpha_i &= \arctg \frac{(a_x t_X - a_y t_Y + a_z t_Z) \cos \varphi + (-b_x t_X + b_y t_Y - b_z t_Z) \sin \varphi}{(b_x t_X - b_y t_Y + b_z t_Z) \cos \varphi + (a_x t_X - a_y t_Y + a_z t_Z) \sin \varphi + (c_x t_X - c_y t_Y + c_z t_Z) \sin \theta}; \\ |\mathbf{T}|_i &= \frac{\sqrt{(c_x t_X - c_y t_Y + c_z t_Z)^2 + (a_x t_X - a_y t_Y + a_z t_Z)^2 + (b_x t_X - b_y t_Y + b_z t_Z)^2}}{kb_z - la_z + mc_z} \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

где параметры ТФП-1 и ТФП-2 определяются по идентичным зависимостям:

$$\begin{aligned} a_x &= fk - dm, & a_y &= ck - am, & a_z &= cd - af; \\ b_x &= fl - em, & b_y &= cl - bm, & b_z &= ce - bf; \\ c_x &= ek - dl, & c_y &= bk - al, & c_z &= bd - ae. \end{aligned}$$

Представленные модели при вычислении модуля вектора напряжённости магнитного поля являются новыми и позволяют исключить из конструкции градиентометра датчик зенитного и визирного углов, тем самым уменьшить результирующую инструментальную погрешность градиентометра в целом и вычислить модули вектора магнитной индукции для каждого трёхкомпонентного феррозондового датчика градиентометра $F_{i(i=1,2)}$, по которым можно определить градиент модуля вектора напряжённости магнитного поля.

При использовании в составе градиентометра трёхкомпонентного акселерометрического преобразователя зенитного и визирного углов появляется возможность вычисления дополнительных контролируемых параметров для каждого трёхкомпонентного феррозондового датчика градиентометра — углов магнитного азимута, что, в свою очередь, расширяет функциональные возможности аппаратуры и позволяет анализировать градиент магнитного поля уже по двум параметрам.

Методы определения калибровочных коэффициентов. Возможно использование трёх методов определения калибровочных коэффициентов каждого ТФП градиентометра $F_{i(i=1,2)}$:

- метод калибровки в искусственно создаваемом опорном магнитном поле [17];
- метод итерационного варьирования [18];
- метод с использованием поверочной установки.

В первом случае феррозонд фиксируется неподвижно, а осуществляемый при этом процесс воздействия на ось его чувствительности в виде квантованной по уровню проекции напряжённости искусственно создаваемого магнитного поля вполне может быть автоматизирован и представлен совокупностью более упрощённых технологических операций.

Решение задачи базируется так или иначе на законе Био — Савара — Лапласа, а именно на законе распределения напряжённости магнитного поля по определённым в пространстве осям, создаваемого элементами и системами элементов контурных токов различной конфигурации.

В частности, для простейшего аксиально-симметричного контурного тока напряжённость поля определяется следующим выражением [19]:

$$H_Z(Z, 0) = \frac{IW}{2R} \left[1 + \left(\frac{Z - a}{R} \right)^2 \right]^{-3/2}.$$

Применительно к конкретным задачам магнитометрии наибольший интерес в рассматриваемой области представляют системы контурных токов в круговых или цилиндрических катушках типа: Гельмгольца, Максвелла, Баркера, Браунбека, Гаррета.

Сопоставительный анализ представленных контурных токовых систем позволяет сделать вывод о целесообразности выбора системы колец Гельмгольца для исследования статических характеристик феррозондов градиентометрических систем как наиболее простой и наиболее приемлемый способ решения поставленных задач и в наибольшей степени удовлетворяющий предъявленным требованиям.

Метод итерационного варьирования требует использования алгоритмов пошагового перебора значений параметров и приближения к оптимальному значению параметра варьирования. Данный метод подробно описан в [18].

При использовании третьего метода необходимо выполнить механические повороты феррозонда, осуществить с высокой точностью дискретные отсчёты данных углов поворота и обеспечить в идеале совмещение оси чувствительности феррозонда с плоскостью вращения.

Требуемые операции необходимо осуществлять на поверочных устройствах, установках (поворотных столах), позволяющих задавать и контролировать с высокой точностью (не ниже $\pm 0,1^\circ$) требуемые углы пространственной ориентации корпуса градиентометра.

Предлагаемая методика включает в себя несколько этапов, каждому из которых соответствует своя совокупность задаваемых углов α , θ , φ . Для калибровки градиентометра необходимо осуществить расчёт параметров, определяемых по предложенной далее методике, для каждого из ТФП-1 и ТФП-2 (см. рис. 1) отдельно.

В общем случае измеряемые сигналы (в кодах АЦП, соответствующих определённым значениям напряжения) с феррозондов задаются выражением

$$U_i = S_i + R_i t_i, \quad (12)$$

где $S_i = (M_i + N_i)/2$; $R_i = (M_i - N_i)/2$; $t_{i(i=X,Y,Z)}$ — измеряемые проекции полного вектора \mathbf{T} на оси чувствительности феррозондов; M_i и N_i — соответственно максимальные и минимальные значения сигналов с каждого феррозонда. Параметры S_i и R_i в (12) находятся экспериментально без дополнительного оборудования, при задании пространственных положений корпуса прибора с максимальным и минимальным уровнями сигнала для каждого феррозонда.

Во время проведения процедуры калибровки используется сертифицированное техническое обеспечение, применяемое в метрологических лабораториях и имеющее нормируемые метрологические характеристики: сохраняются сигналы с каждого феррозонда U_i , соответствующие строго заданным углам (α , φ и θ) пространственной ориентации корпуса прибора.

Для осуществления калибровки трёхкомпонентного феррозондового магнитометра в соответствии с предлагаемой методикой следует задать шесть определённых пространственных положений корпуса прибора.

В первом положении корпус градиентометра устанавливают в вертикальное положение, зенитный угол которого $\theta_1 = 0^\circ$, а математические модели измеряемых параметров (7) примут вид

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \cos \beta_1 \cdot \cos \vartheta; \\ y_1 &= -\sin \beta_1 \cdot \cos \vartheta; \\ z_1 &= \sin \vartheta \end{aligned} \right\},$$

где $\beta_1 = (\alpha_1 + \varphi_1)$ — произвольные значения.

Тогда вычисляемые проекции $t_{i(i=X,Y,Z)}$ по системе уравнений (6) будут находиться из выражений:

$$\left. \begin{aligned} t_{X_1} &= (\cos \delta_X \cdot \cos \chi) \cos \beta_1 \cdot \cos \vartheta - (\cos \delta_X \cdot \sin \chi) \sin \beta_1 \cdot \cos \vartheta - \sin \delta_X \cdot \sin \vartheta; \\ t_{Y_1} &= (-\cos \delta_Y \cdot \sin \gamma) \cos \beta_1 \cdot \cos \vartheta - (\cos \delta_Y \cdot \cos \gamma) \sin \beta_1 \cdot \cos \vartheta + \sin \delta_Y \cdot \sin \vartheta; \\ t_{Z_1} &= (\sin \sigma_1) \cos \beta_1 \cdot \cos \vartheta + (\cos \sigma_1 \cdot \sin \sigma_2) \sin \beta_1 \cdot \cos \vartheta + (\cos \sigma_1 \cdot \cos \sigma_2) \sin \vartheta \end{aligned} \right\}.$$

Второе положение корпуса градиентометра соответствует его вертикальному положению, а значения задаваемых углов $\theta_2 = 0^\circ$ и $\beta_2 = \beta_1 + 180^\circ$. При этом математические модели измеряемых параметров (7) будут иметь вид

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= -\cos \beta_1 \cdot \cos \vartheta; \\ y_2 &= \sin \beta_1 \cdot \cos \vartheta; \\ z_2 &= \sin \vartheta \end{aligned} \right\},$$

а измеряемые проекции определяются из выражений:

$$\left. \begin{aligned} t_{X_2} &= (\cos \delta_X \cdot \cos \chi) (-\cos \beta_2 \cdot \cos \vartheta) + (\cos \delta_X \cdot \sin \chi) \sin \beta_2 \cdot \cos \vartheta - \sin \delta_X \cdot \sin \vartheta; \\ t_{Y_2} &= (\cos \delta_Y \cdot \sin \gamma) \cos \beta_2 \cdot \cos \vartheta + (\cos \delta_Y \cdot \cos \gamma) \sin \beta_2 \cdot \cos \vartheta + \sin \delta_Y \cdot \sin \vartheta; \\ t_{Z_2} &= \sin \sigma_1 (-\cos \beta_2 \cdot \cos \vartheta) - (\cos \sigma_1 \cdot \sin \sigma_2) \sin \beta_2 \cdot \cos \vartheta + (\cos \sigma_1 \cdot \cos \sigma_2) \sin \vartheta \end{aligned} \right\}.$$

В третьем положении задают горизонтальное положение корпуса градиентометра, а значения углов пространственной ориентации $\theta_3 = 90^\circ$; $\alpha_3 = \varphi_3 = 0^\circ$. При этом математические модели измеряемых параметров (7) будут иметь вид

$$\left. \begin{aligned} x_3 &= -\sin \vartheta; \\ y_3 &= 0; \\ z_3 &= \cos \vartheta \end{aligned} \right\}.$$

Измеряемые проекции $t_{i(i=X,Y,Z)}$ по системе уравнений (6) определяются из выражений

$$\left. \begin{aligned} t_{X_3} &= (\cos \delta_X \cdot \cos \chi) (-\sin \vartheta) - \sin \delta_X \cdot \cos \vartheta, \\ t_{Y_3} &= (\cos \delta_Y \cdot \sin \gamma) \sin \vartheta + \sin \delta_Y \cdot \cos \vartheta, \\ t_{Z_3} &= \sin \sigma_1 (-\sin \vartheta) + (\cos \sigma_1 \cdot \cos \sigma_2) \cos \vartheta \end{aligned} \right\}.$$

В четвертом положении при прежнем значении угла азимута α , т. е. при $\alpha_4 = 0^\circ$ и $\theta_4 = 90^\circ$, в горизонтальном положении осуществляют поворот по визирному углу и выставляют $\varphi_4 = 90^\circ$, что соответствует математическим моделям измеряемых параметров

$$\left. \begin{aligned} x_4 &= 0; \\ y_4 &= \sin \vartheta; \\ z_4 &= \cos \vartheta \end{aligned} \right\}.$$

В этом случае измеряемые проекции $t_{i(i=X,Y,Z)}$ примут вид

$$\left. \begin{aligned} t_{X_4} &= (\cos \delta_X \cdot \sin \chi) \sin \vartheta - \sin \delta_X \cdot \cos \vartheta; \\ t_{Y_4} &= (\cos \delta_Y \cdot \cos \gamma) \sin \vartheta + \sin \delta_Y \cdot \cos \vartheta; \\ t_{Z_4} &= (-\cos \sigma_1 \cdot \sin \sigma_2) \sin \vartheta + (\cos \sigma_1 \cdot \cos \sigma_2) \cos \vartheta \end{aligned} \right\}.$$

В пятом и шестом положениях прибора выставляют последовательно соответственно $\varphi_5 = 180^\circ$ и $\varphi_6 = 270^\circ$, не меняя значений углов θ и α . Этим положениям корпуса соответствуют следующие выражения измеряемых параметров:

$$\left. \begin{aligned} x_5 &= \sin \vartheta; \\ y_5 &= 0; \\ z_5 &= \cos \vartheta \end{aligned} \right\}, \quad \left. \begin{aligned} x_6 &= 0; \\ y_6 &= -\sin \vartheta; \\ z_6 &= \cos \vartheta \end{aligned} \right\},$$

$$\left. \begin{aligned} t_{X_5} &= (\cos \delta_X \cdot \sin \chi) \sin \vartheta - \sin \delta_X \cdot \cos \vartheta; \\ t_{Y_5} &= -(\cos \delta_Y \cdot \sin \gamma) \sin \vartheta + \sin \delta_Y \cdot \cos \vartheta; \\ t_{Z_5} &= (\sin \sigma_1) \sin \vartheta + (\cos \sigma_1 \cdot \cos \sigma_2) \cos \vartheta \end{aligned} \right\},$$

$$\left. \begin{aligned} t_{X_6} &= -(\cos \delta_X \cdot \sin \chi) \sin \vartheta - \sin \delta_X \cdot \cos \vartheta; \\ t_{Y_6} &= -(\cos \delta_Y \cdot \cos \gamma) \sin \vartheta + \sin \delta_Y \cdot \cos \vartheta; \\ t_{Z_6} &= (\cos \sigma_1 \cdot \sin \sigma_2) \sin \vartheta + (\cos \sigma_1 \cdot \cos \sigma_2) \cos \vartheta \end{aligned} \right\}.$$

После проведения аналитических преобразований полученных выражений на основе совокупности измеренных сигналов с феррозондов $U_{ij(i=X,Y,Z;j=1,\dots,6)}$ появляется возможность определить искомые параметры ТФП. Так, в первую очередь рассчитывается значение угла магнитного наклона:

$$\vartheta = \operatorname{arctg} \frac{(U_{Z_1} - U_{Z_2})}{2(U_{Z_3} + U_{Z_5}) - (U_{Z_1} + U_{Z_2})}.$$

Далее последовательно определяют остальные угловые параметры:

$$\begin{aligned} \chi &= \operatorname{arctg} \frac{(U_{X_4} - U_{X_6})}{(U_{X_5} - U_{X_3})}, & \sigma_2 &= \operatorname{arctg} \frac{2(U_{Z_6} - U_{Z_4})}{(U_{Z_1} - U_{Z_2})}, \\ \gamma &= \operatorname{arctg} \frac{(U_{Y_3} - U_{Y_5})}{(U_{Y_4} - U_{Y_6})}, & \sigma_1 &= \operatorname{arctg} \frac{2(U_{Z_5} - U_{Z_3})}{(U_{Z_1} - U_{Z_2})}, \end{aligned}$$

$$\delta_X = \operatorname{arctg} \left[\frac{(S_X - U_{X_1}/2) \cos \chi}{(U_{X_5} - U_{X_3})/2} \right], \quad \delta_Y = \operatorname{arctg} \left[\frac{(U_{Y_1}/2 - S_Y) \cos \gamma}{(U_{Y_4} - U_{Y_6})/2} \right].$$

Таким образом, на этапе проведения калибровочных операций градиентометрической аппаратуры на специализированных поверочных установках, задавая вертикальное положение корпусу градиентометра ($\theta = 0^\circ$) и горизонтальное положение ($\theta = 90^\circ$), а также выставляя последовательно значения визирного угла φ , равные $0; 90; 180^\circ$ и 270° , и измеряя при этом информационные сигналы с феррозондов ТФП, можно определить все искомые параметры $\vartheta, \chi, \gamma, \delta_X, \delta_Y, \sigma_1, \sigma_2$, относящиеся к разряду постоянных параметров, т. е. констант, характеризующих конкретное конструктивное исполнение ТФП.

Оценка погрешностей трёхкомпонентного феррозондового преобразователя. Для оценки погрешностей измерений по математическим моделям (11) целесообразно воспользоваться методом вычислительного эксперимента — моделированием на ЭВМ.

Для этого необходимо предварительно задать углы пространственной ориентации α , θ и φ , угол магнитного наклона ϑ , задать угловые параметры $\delta_{i(i=X,Y)}$, χ , γ , $\sigma_{j(j=1,2)}$, затем вычислить теоретические значения сигналов с феррозондов $t_{i(i=X,Y,Z)}$ по (6) и, переходя к математическим моделям (11), решить обратную задачу: определить искомые для каждого из двух ТФП параметры α и $|\mathbf{T}|$ с оценкой значений погрешности $\Delta\alpha$ и значений модуля $|\mathbf{T}|$.

Моделирование на ЭВМ производилось при значении угла магнитного наклона $\vartheta = 72^\circ$ и значениях малых угловых параметров ТФП, представленных в табл. 1. Поскольку градиентометр используется преимущественно в вертикальном положении, то и угол наклона θ выбирался небольшим.

Был произведён расчёт модуля вектора индукции магнитного поля $|\mathbf{T}|$ и погрешности определения азимута α , а также построены семейства характеристик распределения погрешностей $\Delta\alpha$ и значений модуля $|\mathbf{T}|$ по диапазонам углов α , θ , φ , соответствующих отклонениям малых угловых параметров $\delta_{i(i=X,Y)}$, χ , γ , $\sigma_{j(j=1,2)}$ от заданных на ε (в процентах), которые принимались за действительные значения.

Результаты моделирования представлены на рис. 5–7.

Принимая во внимание полученные результаты моделирования, следует отметить, что для повышения точности магнитометрических градиентометрических систем требуется уделять особое внимание проведению процедуры калибровки самих трёхкомпонентных магнитометров. Для подтверждения теоретических исследований для простоты была произведена калибровка и экспериментальные исследования одного магнитометра в соответствии с предлагаемой методикой. Калибровка магнитометра производилась в два этапа. На первом этапе экспериментально установлены параметры M_i и N_i для определения измеряемых проекций из (12). Далее с использованием поверочной установки были заданы остальные параметры ТФП (табл. 2).

Полевые испытания ТФП проводились с использованием полученных параметров. Производился ряд замеров в условиях неискажённого геомагнитного поля, а также характеризующихся следующими диапазонами значений углов пространственной ориентации: $\alpha = [0-360]^\circ$, $\theta = \pm 20^\circ$, $\varphi = [0-360]^\circ$. В результате получены графические зависимости, отражающие значения рассчитанного модуля $|\mathbf{T}|$ по диапазону из k точек (рис. 8) для двух случаев: кривая $|T_1|$ соответствует нулевым значениям угловых параметров $\delta_{i(i=X,Y)}$, χ , γ , $\sigma_{j(j=1,2)}$ и кривая $|T_2|$ — определённым на этапе калибровки значениям угловых параметров $\delta_{i(i=X,Y)}$, χ , γ , $\sigma_{j(j=1,2)}$ (см. табл. 2).

Из полученных графических зависимостей видно, что при использовании предлагаемых методик калибровки ТФП и математических моделей (11) происходит снижение максимальных вариаций измеряемого модуля напряжённости магнитного поля Земли $|\mathbf{T}|$ относительно единицы в условиях неискажённого геомагнитного поля более чем в 10 раз, что подтверждает эффективность их практического применения.

Таблица 1

Значения малых угловых параметров ТФП					
δ_x , град	χ , град	δ_y , град	γ , град	σ_1 , град	σ_2 , град
7,5	2,5	-4,5	-2,5	3,5	-3,5

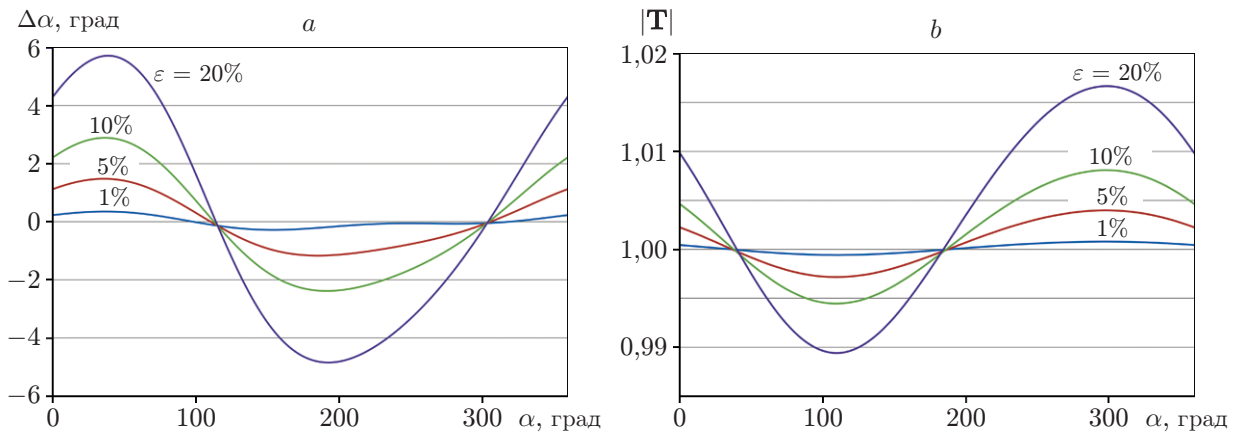


Рис. 5. Распределение по диапазону α при $\theta = 5^\circ$, $\varphi = 30^\circ$: погрешности $\Delta\alpha$ (a) и значений модуля $|\mathbf{T}|$ (b)

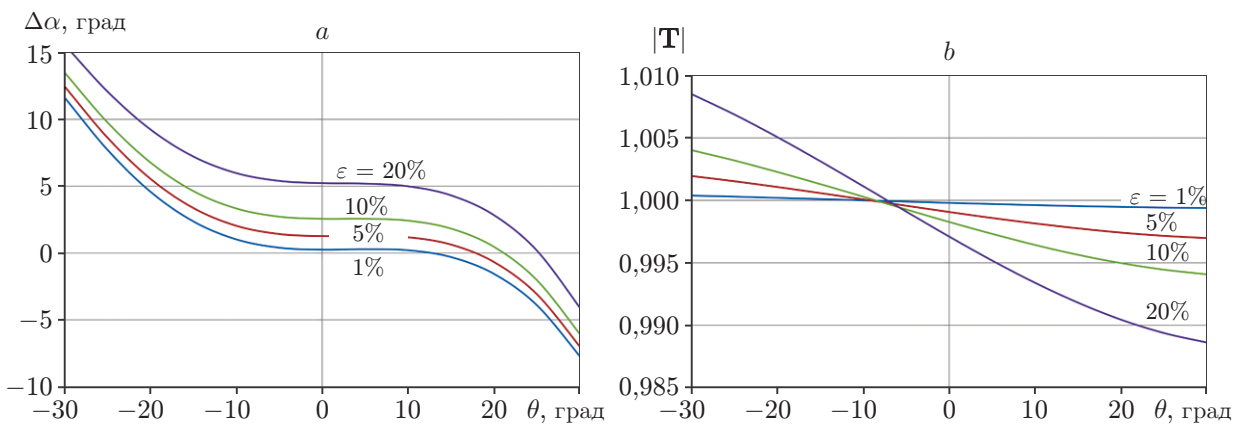


Рис. 6. Распределение по диапазону θ при $\alpha = 60^\circ$, $\varphi = 30^\circ$: погрешности $\Delta\alpha$ (a) и значений модуля $|\mathbf{T}|$ (b)

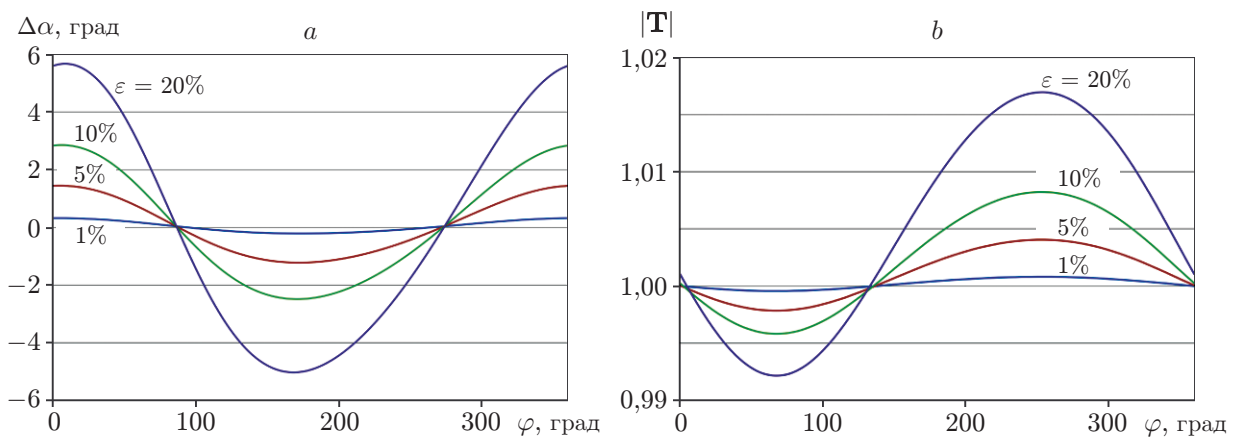
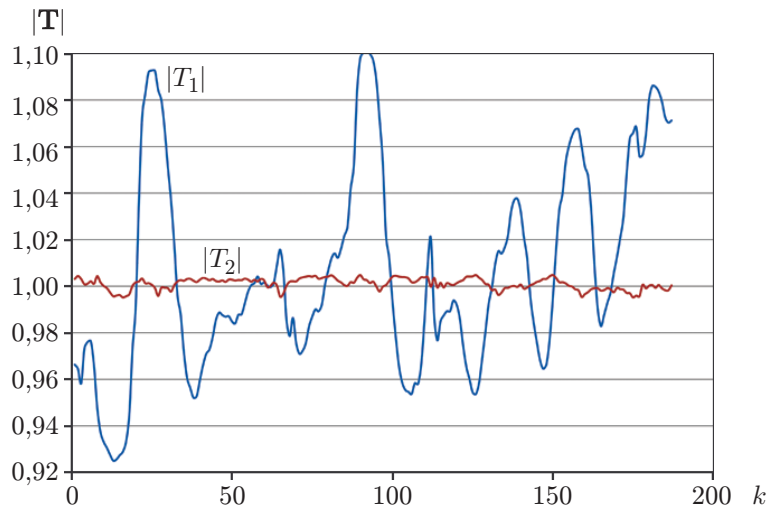


Рис. 7. Распределение по диапазону φ при $\alpha = 60^\circ$, $\theta = 5^\circ$: погрешности $\Delta\alpha$ (a) и значений модуля $|\mathbf{T}|$ (b)

Таблица 2

Значения параметров ТФП

M_x	N_x	M_y	N_y	M_z	N_z	δ_x , град	χ , град	δ_y , град	γ , град	σ_1 , град	σ_2 , град
62180	11961	61543	18462	61233	16400	-9,58	-8,09	5,59	-1,92	3,13	-6,91

Рис. 8. Значения модуля напряжённости магнитного поля Земли $|T|$

Заключение. Рассмотренные в данной работе уточнённые математические модели позволяют производить расчёт измеряемых параметров градиентометры — модуля вектора напряжённости магнитного поля и угла магнитного азимута, используя определённые калибровки численных значений параметров для каждого трёхкомпонентного феррозондового преобразователя на предлагаемых этапах. Для оценки инструментальных погрешностей магнитометров проведён вычислительный эксперимент на ЭВМ и при этом моделировались ситуации, когда экспериментально определённые значения параметров каждого трёхкомпонентного феррозондового преобразователя $\delta_{i(i=X,Y)}$, χ , γ , $\sigma_{j(j=1,2)}$ находились с недостаточно высокой точностью, а относительные погрешности их определения составили: 1, 5, 10 и 20 %.

Анализ полученных результатов компьютерного моделирования показывает, что неточное определение калибровочных констант каждого ТФП градиентометра приводит к появлению инструментальных погрешностей нахождения модуля вектора индукции магнитного поля $|T|$ и азимута α при различных пространственных положениях корпуса прибора даже при использовании уточнённых математических моделей. Наиболее значительное отклонение наблюдается при определении угла азимута, погрешность достигает величины порядка 6 градусов. Если учесть, что в градиентометре имеются два ТФП, то можно предположить, что при выявлении разницы некоторых значений углов азимута двумя преобразователями, по которой судят о величине градиента магнитного поля, погрешность может значительно возрасти. Поэтому, для снижения инструментальных погрешностей феррозондового градиентометра необходимо на этапе калибровки определить коэффициенты, характеризующие углы отклонения феррозондовых преобразователей от ортогональных осей корпуса прибора, с минимальной погрешностью. Так, чтобы погрешность определения азимута $\Delta\alpha$ не была выше $\pm 0,5^\circ$ во всём диапазоне измерения (см. рис. 5), необходимо установить угловые параметры $\delta_{i(i=X,Y)}$, χ , γ , $\sigma_{j(j=1,2)}$ магнито-

метра с погрешностью, не превышающей 1 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Астраханцев Ю. Г., Старовойтов В. П., Белоглазова Н. А. Трёхкомпонентный магнитометр-градиентометр пешеходный (МПП-01) // Уральск. геофизич. вестн. 2017. **30**, № 2. С. 9–15.
2. Любимов В. В. Магнитометры и градиентометры для научных исследований // Приборы. 2012. **149**, № 11. С. 8–12.
3. Janošek M., Vyhnaneka J., Platila A. Compact magnetic gradiometer and its astatization // Procedia Eng. 2015. N 120. P. 1249–1252. DOI: 10.1016/j.proeng.2015.08.841.
4. Hiergeist R., Ketzler R., Harcken H. et al A novel test ground for theequipment qualification of magnetic gradient sensors used for unexploded bomb detection // Journ. Appl. Geophys. 2015. **112**. P. 242–248.
5. Foley C. P., Tilbrook D. L., Leslie K. E. et al. Geophysical exploration using magnetic gradiometry based on HTS SQUIDS // IEEE Trans. Appl. Superconductivity. 2001. **1**, N 11. P. 1375–1378. DOI: 10.1109/77.919607.
6. Elrefai A. L., Sasada I., Harada Sh. Gradiometer and magnetometer integration using a pair of fundamental mode orthogonal fluxgate sensor heads // IEEE Trans. Magnetics. 2015. **51**, Iss. 11. DOI: 10.1109/TMAG.2015.2453345.
7. Gavazzi B., Le Maire P., Munschy M., Dechamp A. Fluxgate vector magnetometers: A multisensor device for ground // UAV, and airborne magnetic surveys. Lead. Edge. 2016. **35**. P. 796–797.
8. Luoma S., Zhou X. Construction of a fluxgate magnetic gradiometer for integration with an unmanned aircraft system // Remote Sens. 2020. **12**, Iss. 16. DOI: 10.3390/rs12162551.
9. Milovzorov D. G., Galiev A. L., Ahmetov S. R. Multielement triaxial fluxgate gradiometer with variable base // Proc. of the Intern. Conference on Electrotechnical Complexes and Systems (ICOECS). Ufa, Russia, 2019. P. 258–261. DOI: 10.1109/ICOECS50468.2020.9278501.
10. Yao L., Mei-Ping W., Ping W. et al. Full magnetic gradient tensor from triaxial aeromagnetic gradient measurements: Calculation and application // Appl. Geophys. 2015. **12**. P. 283–291.
11. Cunningham M., Samson C., Wood A., Cook I. Aeromagnetic surveying with rotary-wing unmanned aircraft system: A case study from a zinc deposit in Nash Creek, New Brunswick, Canada // Pure Appl. Geophys. 2018. **175**, N 9. P. 3145–3158.
12. Sui Y., Miao H., Zhou Z. et al. Correction and compensation of an airborne fluxgate magnetic tensor gradiometer // Explor. Geophys. 2019. **49**. P. 726–734.
13. Doll W. E., Sheehan J. R., Gamey J. T. et al. Results of an Airborne Vertical Magnetic Gradient Demonstration, New Mexico // Journ. Environ. Eng. Geophys. 2008. **13**. P. 277–290.
14. Миловзоров Д. Г., Ясовеев В. Х. Математическое моделирование градиентометрических преобразователей с феррозондовыми датчиками // Автометрия. 2017. **53**, № 4. P. 95–103. DOI: 10.15372/AUT20170411.
15. Редькина Т. А., Миловзоров Д. Г., Садрутдинов Р. Р. О погрешностях градиентометров с биеlementными феррозондовыми датчиками // Вестн. Ижевск. гос. техн. ун-та. 2014. № 3. С. 132–135.
16. Milovzorov G. V., Milovzorov D. G., Yasoveev V. Kh., Redkina T. A. Gradiometric systems based on three-component variable-baseline magnetometer // Ital. Sci. Rev. 2014. P. 53–60.

17. **Milovzorov G. V., Milovzorov D. G., Milovzorov A. G.** Design of inductors with static and rotating magnetic field with microprocessor control // Proc. of Intern. Conference on Electrotechnical Complexes and Systems. Ufa, Russia. 2019. P. 355–359.
18. **Миловзоров Д. Г.** Методика варьирования малых угловых параметров трехкомпонентных феррозондовых датчиков градиентометрических преобразователей // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. М.: Изд-во «Научтехлитиздат», 2020. № 12. С. 1–8.
19. **Baranova V. E., Baranov P. F., Muravyov S. V., Uchaikin S. V.** The production of a uniform magnetic field using a system of axial coils for calibrating magnetometers // Meas. Techn. 2015. **58**, N 5. P. 550–555. DOI: 10.1007/s11018-015-0752-9.

Поступила в редакцию 06.07.2021

После доработки 07.12.2021

Принята к публикации 07.12.2021
