УДК 535.42 : 681.786

ДИФРАКЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ НА ПРОТЯЖЁННОЙ АСИММЕТРИЧНОЙ ЩЕЛИ С АБСОЛЮТНО ПОГЛОЩАЮЩИМИ ВНУТРЕННИМИ ГРАНЯМИ

© **Ю. В. Чугуй**[1, 2, 3]

[1]*Конструкторско-технологический институт научного приборостроения СО РАН,*
630058, г. Новосибирск, ул. Русская, 41
[2]*Новосибирский государственный университет,*
630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 2
[3]*Новосибирский государственный технический университет,*
630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20
E-mail: chugui@tdisie.nsc.ru

На основе модели эквивалентных диафрагм рассчитаны в дальней зоне дифракционные картины Фраунгофера (спектры) протяжённых (по глубине) асимметричных отверстий щелевого типа с абсолютно поглощающими внутренними гранями и с различными входными (D) и выходными (D_1) апертурами. Изучено в аналитическом виде поведение спектра протяжённого объекта в случае отличий апертур $2|\Delta| = |D_1 - D|$, заметно меньших размера зоны Френеля $\delta_d = \sqrt{\lambda d}$ (λ — длина волны света, d — глубина отверстия). Показано, что в диапазоне углов $|\theta| \ll \theta_{\text{кр}} = \sqrt{\lambda/d}$ наблюдаемая дифракционная картина протяжённого объекта эквивалентна дифракции света на плоской щели ($d = 0$) с эффективной шириной $D_{\text{эфф}} = D + \Delta - \theta_d/(\sqrt{2}\pi)$.

На основе конструктивной аппроксимации интегральной функции Френеля изучены в аналитическом виде особенности дифракции света на объёмных отверстиях, апертуры которых заметно отличаются друг от друга: $2|\Delta| \gg \delta_d$. Расчётами показано, что в случаях расширяющихся ($D_1 > D$) и суживающихся ($D_1 < D$) апертур поведение минимумов наблюдаемых дифракционных картин в диапазонах углов $|\theta| < |\theta_\Delta| = |\Delta|/d$ мало отличается от эквидистантного для плоской щели ($d = 0$) с ширинами D и D_1 соответственно.

Полученные результаты могут быть использованы при разработке оптико-электронных систем размерного контроля пластин с отверстиями.

Ключевые слова: дифракция Френеля и Фраунгофера, фурье-оптика, спектры протяжённых объектов, объёмное отверстие, оптический размерный контроль.

DOI: 10.15372/AUT20220107

Введение. Потребность в создании теории формирования дифракционных картин Фраунгофера и изображений возникает при разработке когерентно-оптических систем для бесконтактного контроля объёмных тел в виде протяжённых (по глубине) пластин постоянной толщины с плоскими внутренними гранями и с чёткой теневой проекцией. Такая теория должна адекватно описывать наблюдаемые физические явления на объектах и открывать возможность восстанавливать с высокой точностью геометрические характеристики протяжённых объектов путём обработки измерительной информации. Так как существующая скалярная теория Кирхгофа — Френеля справедлива лишь для одномерных и двумерных (плоских) объектов [1, 2], а строгие [1–5] и приближённые [6, 7] теории для расчёта дифракционных явлений на таких объектах чрезвычайно сложны для применений их на практике, то интерес представляет предложенная в [8, 9] конструктивная теория дифракционных явлений на объёмных телах, основанная на модели эквивалентных диафрагм. В отличие от известных теорий она сравнительно простая (в математическом отношении), физически наглядная и в то же время достаточно точная. Теория позволяет при расчётах полей применять приближение Кирхгофа — Френеля [1, 2] и хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Существенно, что дифракционные явления на таких протяжённых объектах в значительной степени зависят как от их конфигурации, так и от отражающих свойств их внутренних поверхностей. В [8, 10] исследованы особенности формирования дифракционных полей в дальней зоне (спектров) и изображений пластин асимметричного типа с абсолютно поглощающими внутренними гранями, не перпендикулярными внешним граням объекта. Внутренние грани полностью поглощают падающее на них световое излучение. Случаи формирования дифракционных картин и изображений металлических пластин с абсолютно отражающими внутренними гранями симметричного и несимметричного типов исследованы в [11, 12].

Цель представленной работы заключалась в детальном исследовании в аналитическом виде дифракционных явлений на таких типичных объектах постоянной толщины, как протяжённые асимметричные отверстия (в виде щелей) с абсолютно поглощающими внутренними гранями и различными размерами входной и выходной апертур. В расчётах использована предложенная в [8, 9] модель эквивалентных диафрагм (транспарантов) для протяжённых объектов и конструктивная аппроксимация интегральной функции Френеля в классе элементарных функций, что позволяет исследовать дифракционные явления в аналитическом виде.

Оптико-физическая модель протяжённого асимметричного отверстия абсолютно поглощающего типа. Такой объект представляет собой протяжённое отверстие щелевого типа глубиной d с различными апертурами передней D и задней D_1 граней, перпендикулярных оптической оси Z. Будем считать, что центр передней (входной) апертуры совпадает с оптической осью Z, а центр задней (выходной) в общем случае смещён относительно неё на расстояние b (случай нецентрированного протяжённого отверстия) (рис. 1, *а*). В этом случае внутренние грани объекта, будучи плоскими, полностью поглощают падающие на них дифрагированные волны, и таким образом мы имеем дело с абсолютно поглощающим телом.

Ограничимся далее одномерными по X и протяжёнными по Z отверстиями (объёмными щелями размерностью $X \times Z$). Так как строгий расчёт дифракционных явлений на таком протяжённом объекте представляется исключительно сложной задачей, то для её приближённого решения была предложена его оптико-физическая модель в виде эквивалентных диафрагм (эквивалентных транспарантов (ЭТ)) [8, 9]. Модель основана на предположении, что основной вклад в поле в дальней зоне дают граничные точки объекта в плоскостях P и P_1 (рис. 1, *а*). При этом считается, что влияние внутренней грани на поле в дальней зоне пренебрежимо мало. Проведённые экспериментальные исследования подтвердили справедливость предложенной модели [11, 13–15]. Применительно к рассматриваемому объёмному отверстию модель ЭТ содержит два транспаранта T_1 и T_2 в виде щелей с размерами D и D_1, расстояние между которыми равно d, а их центры смещены относительно друг друга на величину b. Такая объёмная структура открывает возможность применения для расчёта полей скалярной теории Кирхгофа — Френеля [1, 2]. Амплитудные коэффициенты пропускания этих транспарантов описываются граничными функциями $f_{\text{п}}^{(\text{гр})}(x)$ и $g_{\text{п}}^{(\text{гр})}(x_1)$, характеризующими оптические свойства отверстия с абсолютно поглощающими внутренними гранями:

$$f_{\text{п}}^{(\text{гр})}(x) = \mathrm{Rect}\,(x/D), \tag{1}$$

$$g_{\text{п}}^{(\text{гр})}(x_1) = \mathrm{Rect}\,[(x_1 - b)/D_1]. \tag{2}$$

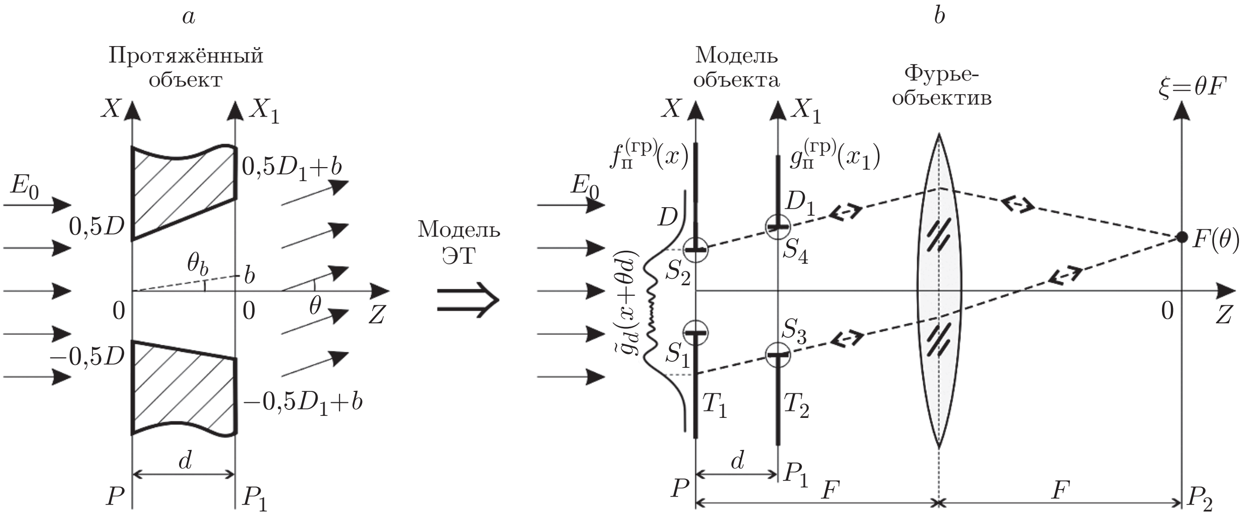

Рис. 1. Дифракция света на объёмном асимметричном отверстии с абсолютно поглощающими внутренними гранями: сечение исходного нецентрированного ($b \neq 0$) объекта с входной D и выходной D_1 апертурами (a) и его модель ЭТ в виде эквивалентных транспарантов, установленная на входе анализатора спектров Фурье (b)

Вычисление поля в дальней зоне. Установим далее модель протяжённого объекта на входе анализатора спектров Фурье, выполненного на базе фурье-объектива с фокусным расстоянием F (рис. 1, b). В его задней фокальной плоскости P_2, как известно, наблюдается спектр Фурье $\mathrm{F}(\theta)$ (θ — угол наблюдения), соответствующий полю в дальней зоне (случай дифракции Фраунгофера). Для нахождения дифракционного поля $\mathrm{F}(\theta)$ в плоскости P_2 обратимся к приведённой в [8, 9] общей формуле для расчёта спектров протяжённых абсолютно поглощающих объектов постоянной толщины, которая с учётом формул (1) и (2) принимает следующий вид:

$$\mathrm{F}(\theta) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f_{\text{п}}^{(\text{гр})}(x)\tilde{g}_d(x+\theta d)\mathbf{e}^{-jk\theta x}\,dx = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{Rect}\Big(\frac{x}{D}\Big)\widetilde{\mathrm{Rect}}_d\Big(\frac{x-b+\theta d}{D_1}\Big)\mathbf{e}^{-jk\theta x}\,dx =$$

$$= \mathbf{e}^{jk\theta^2 d/2}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \tilde{f}_d(x_1) g_{\text{п}}^{(\text{гр})}(x_1)\mathbf{e}^{-jk\theta x_1}\,dx_1, \qquad (3)$$

где

$$\tilde{g}_d(x) = \frac{1}{\sqrt{j\lambda d}}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} g_{\text{п}}^{(\text{гр})}(x_1)\mathbf{e}^{jk(x_1-x)^2/2d}\,dx_1, \quad \tilde{f}_d(x_1) = \frac{1}{\sqrt{j\lambda d}}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f_{\text{п}}^{(\text{гр})}(x)\mathbf{e}^{jk(x_1-x)^2/2d}\,dx$$

— френелевские образы функций $g_{\text{п}}^{(\text{гр})}(x)$ и $f_{\text{п}}^{(\text{гр})}(x_1)$ соответственно. Структуру подынтегрального выражения формулы (3) нетрудно понять, если обратиться к рис. 1, b, на котором показан процесс формирования поля $\mathrm{F}(\theta)$ в обратном ходе лучей.

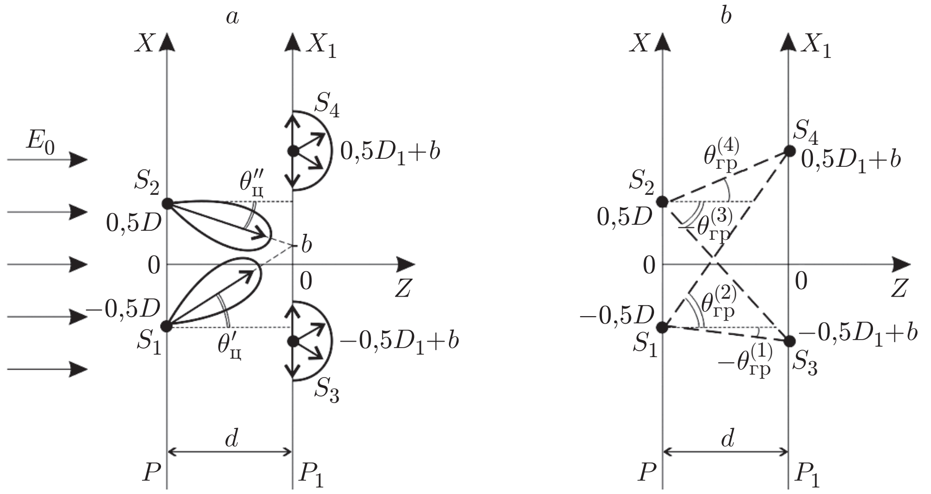

Рис. 2. Дифракции света на объёмном отверстии: дифракционная модель (a) и угловые параметры диаграмм излучения обобщённых источников (b)

При вычислении интеграла (3) воспользуемся методом взятия его по частям:

$$\mathrm{F}(\theta)=\frac{1}{jk\theta}\Big\{\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\Big(\mathrm{Rect}\,\frac{x}{D}\Big)'\widetilde{\mathrm{Rect}}_d\frac{x-b+\theta d}{D_1}\mathbf{e}^{-jk\theta x}\,dx+$$

$$+\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{Rect}\,\frac{x}{D}\Big[\widetilde{\mathrm{Rect}}_d\frac{x-b+\theta d}{D_1}\Big]'\mathbf{e}^{-jk\theta x}\,dx\Big\}. \tag{3а}$$

Учтём далее, что производная от прямоугольной функции равна $[\mathrm{Rect}\,(x/D)]'=$ $=[Y(x+0{,}5D)-Y(x-0{,}5D)]'=\delta(x+0{,}5D)-\delta(x-0{,}5D)$, а производная её френелевского образа — $[\widetilde{\mathrm{Rect}}_d\,(x-b+\theta d)/D_1]'=(j\lambda d)^{-1/2}(\mathbf{e}^{jk(x-b+0{,}5D_1+\theta d)^2/2d}-\mathbf{e}^{jk(x-b-0{,}5D_1+\theta d)^2/2d})$. Положим $D_1>D$. В результате для спектра $\mathrm{F}(\theta)$ протяжённого абсолютно поглощающего асимметричного отверстия можно получить следующее выражение:

$$\mathrm{F}(\theta)=\frac{1}{jk\theta}\Big\{\widetilde{\mathrm{Rect}}_{\theta_{\text{кр}}}\Big[\frac{\theta-\theta'_{\text{ц}}}{\theta_{\text{гр}}^{(I)}}\Big]\mathbf{e}^{jk\theta D/2}-\widetilde{\mathrm{Rect}}_{\theta_{\text{кр}}}\Big[\frac{\theta-\theta''_{\text{ц}}}{\theta_{\text{гр}}^{(II)}}\Big]\mathbf{e}^{-jk\theta D/2}+$$

$$+\mathbf{e}^{jk\theta^2d/2}\Big[\widetilde{\mathrm{Rect}}_d\Big(\frac{-0{,}5D_1+b}{D}\Big)\mathbf{e}^{jk\theta D_1/2}-\widetilde{\mathrm{Rect}}_d\Big(\frac{0{,}5D_1+b}{D}\Big)\mathbf{e}^{-jk\theta D_1/2}\Big]\Big\}, \tag{3б}$$

где $\theta_{\text{гр}}^{(I)}=\theta_{\text{гр}}^{(1)}+\theta_{\text{гр}}^{(2)}$; $\theta_{\text{гр}}^{(II)}=\theta_{\text{гр}}^{(3)}+\theta_{\text{гр}}^{(4)}$; $\theta_{\text{гр}}^{(1)}=-\mathrm{arctg}\,[(\Delta-b)/d]$; $\theta_{\text{гр}}^{(2)}=\mathrm{arctg}\,[(\bar{D}+b)/d]$; $\theta_{\text{гр}}^{(3)}=$ $=-\mathrm{arctg}\,[(\bar{D}-b)/d]$; $\theta_{\text{гр}}^{(4)}=\mathrm{arctg}\,[(\Delta+b)/d]$; $\theta'_{\text{ц}}=\mathrm{arctg}\,[(0{,}5D+b)/d]$; $\theta''_{\text{ц}}=-\mathrm{arctg}\,[(0{,}5D-$ $-b)/d]$; $\bar{D}=0{,}5(D+D_1)$ — средний размер апертуры, а $\Delta=0{,}5(D_1-D)$ — их отличие; $\theta_{\text{кр}}=\sqrt{\lambda/d}$ — критический угол дифракции, при котором в полной мере проявляются объёмные эффекты (рис. 2). Отметим, что формула (3б) справедлива и при $D>D_1 (c<0)$.

Приведённая на рисунке дифракционная модель формирования распределения $\mathrm{F}(\theta)$ оказывается полезной при анализе полей. Согласно модели спектр $\mathrm{F}(\theta)$ можно рассматривать как результат интерференции полей от четырёх обобщённых источников (см. рис. 1, b

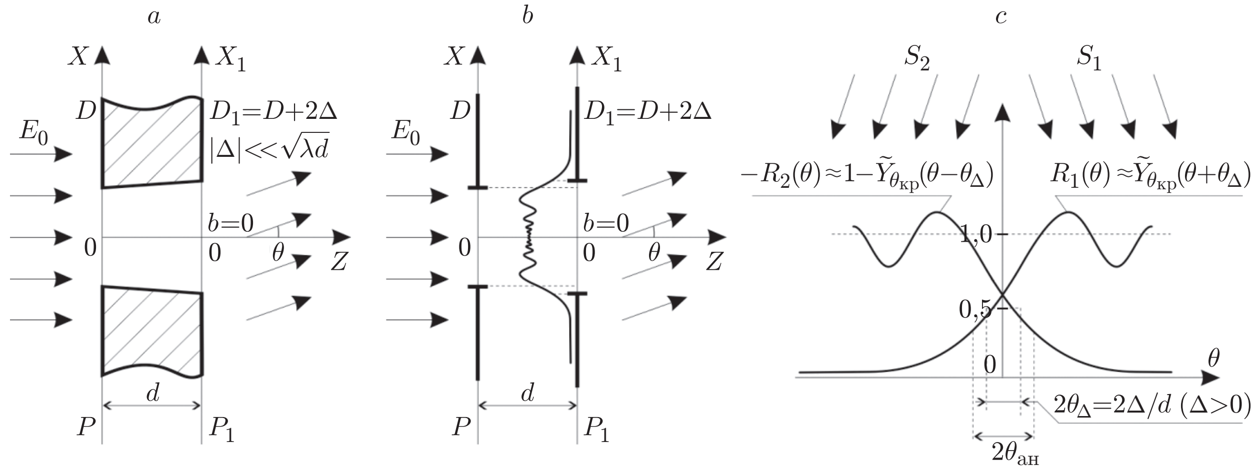

Рис. 3. Особенности дифракции света на протяжённом отверстии с близкими апертурами D и D_1 (их отличие — $|2\Delta| = |D_1 - D| \ll \sqrt{\lambda d}$): сечение центрированного объекта (a), его модель ЭДП (b) и поведение диаграмм излучения $R_1(\theta)$ и $R_2(\theta)$ в окрестности анализируемых углов $\theta_{\text{ан}} \ll \theta_{\text{кр}}$ при $|\theta_\Delta| = |\Delta|/d \ll \theta_{\text{кр}}$ (c)

и 2, a): двух неизотропных S_1 и S_2 с диаграммами излучения френелевского типа, расположенных соответственно в точках с координатами $x = \mp 0{,}5D$ и двух изотропных S_3 и S_4 с координатами $x_1 = \mp 0{,}5D_1 + b$. Согласно выражению (3б) диаграммы излучения источников S_1 и S_2 имеют вид $\tilde{R}_1(\theta) = \widetilde{\mathrm{Rect}}_{\theta_{\text{кр}}}[(\theta - \theta'_{\text{ц}})/\theta^{(I)}_{\text{гр}}]$ и $\tilde{R}_2(\theta) = -\widetilde{\mathrm{Rect}}_{\theta_{\text{кр}}}[(\theta - \theta''_{\text{ц}})/\theta^{(II)}_{\text{гр}}]$. Что касается диаграмм излучения изотропных источников S_3 и S_4, то их амплитуды определяются значениями амплитуд френелевского образа $\widetilde{\mathrm{Rect}}_d(x_1/D)$ прямоугольной функции $\mathrm{Rect}\,(x/D)$ в точках локализации границ задней щели с координатами x_1, равными $-0{,}5D_1 + b$ и $0{,}5D_1 + b$ (см. рис. 2), и их можно описать следующим образом: $R_3 = \widetilde{\mathrm{Rect}}_d[(-0{,}5D' + b)/D]$ и $R_4 = -\widetilde{\mathrm{Rect}}_d[(0{,}5D' + b)/D]$. С учётом вышеизложенного выражение (3б) для поля в дальней зоне $\mathrm{F}(\theta)$ можно представить в более компактном виде:

$$\mathrm{F}(\theta) = (jk\theta)^{-1}\{R_1(\theta)\mathbf{e}^{jk\theta D/2} + R_2(\theta)\mathbf{e}^{-jk\theta D/2} + \mathbf{e}^{-jk\theta^2 d/2}[R_3\mathbf{e}^{jk\theta D_1/2} + R_4\mathbf{e}^{-jk\theta D_1/2}]\}. \quad (3\text{в})$$

Случай протяжённого отверстия с близкими размерами передней и задней апертур. Исследуем важный для практики случай, когда размеры передней и задней апертур отверстия отличаются друг от друга на величину $2\Delta = D_1 - D$, много меньшую размера зоны Френеля $\delta_d = \sqrt{\lambda d}$, т. е. $2|\Delta| \ll \delta_d$ (в общем случае Δ может быть знакопеременным параметром). При этом угол $|\theta_\Delta|$ (при $|\Delta| \ll d$) равен $|\Delta|/d \ll \sqrt{\lambda/d} = \theta_{\text{кр}}$ (рис. 3). Выберем параметры D и d так, чтобы на размере D помещалось много зон Френеля $M_D = D/\sqrt{\lambda d} \gg 1$. Ограничимся случаем *анализа* спектра в области малых углов $2\theta_{\text{ан}}$, заметно меньших критического угла дифракции, т. е. $\theta_{\text{ан}} \ll \theta_{\text{кр}} = \sqrt{\lambda/d}$ ($N = \theta_{\text{кр}}/\theta_{\text{ан}} \gg 1$).

Обратимся к выражению (3в). Для простоты рассмотрим центрированное отверстие ($b = 0$). При вышеуказанных условиях формулы для диаграмм излучения $R_1(\theta)$ и $R_2(\theta)$ первичных источников заметно упрощаются:

$$R_1(\theta) = \widetilde{\mathrm{Rect}}_{\theta_{\text{кр}}}[(\theta - \theta'_{\text{ц}})/\theta^{(I)}_{\text{гр}}] \approx \tilde{Y}_{\theta_{\text{кр}}}(\theta + \theta_\Delta) - \tilde{Y}_{\theta_{\text{кр}}}(\theta - \theta^{(2)}_{\text{гр}}) \approx \tilde{Y}_{\theta_{\text{кр}}}(\theta + \theta_\Delta),$$

$$-R_2(\theta) = \widetilde{\mathrm{Rect}}_{\theta_{\text{кр}}}[(\theta - \theta''_{\text{ц}})/\theta^{(II)}_{\text{гр}}] \approx \tilde{Y}_{\theta_{\text{кр}}}(\theta + \theta^{(3)}_{\text{гр}}) - \tilde{Y}_{\theta_{\text{кр}}}(\theta - \theta_\Delta) \approx 1 - \tilde{Y}_{\theta_{\text{кр}}}(\theta - \theta_\Delta).$$

Проведём аналогичную операцию для амплитуд вторичных источников с учётом того, что $\widetilde{\mathrm{Rect}}_d(x_1/D) = \tilde{Y}_d(x_1 + 0{,}5D) - \tilde{Y}_d(x_1 - 0{,}5D)$. Так как $D \gg \sqrt{\lambda d}$ $(M_D \gg 1)$, нетрудно получить $R_3 = \widetilde{\mathrm{Rect}}_d[(x_1 = -0{,}5D - \Delta)/D] = \tilde{Y}_d(-\Delta) - \tilde{Y}_d(-D - \Delta) \approx \tilde{Y}_d(-\Delta)$. Учтём далее, что в силу чётности функции $\widetilde{\mathrm{Rect}}_d(x_1)$ имеем $\tilde{R}_4 = -\tilde{R}_3 = -\tilde{Y}_d(-\Delta)$.

Разложим далее интегральные функции Френеля углового вида $\tilde{Y}_{\theta_{\text{кр}}}(\theta + \theta_\Delta)$ и $\tilde{Y}_{\theta_{\text{кр}}}(\theta - \theta_\Delta)$ в окрестности малых углов $\theta \ll \theta_{\text{кр}}$ (рис. 3, c): $\tilde{Y}_{\theta_{\text{кр}}}(\theta \pm \theta_\Delta) = 0{,}5 + \mathbf{e}^{-j\pi/4}(\theta \pm \pm\, \theta_\Delta)/\theta_{\text{кр}}$, $\tilde{Y}_d(\Delta) = 0{,}5 + \mathbf{e}^{-j\pi/4}\theta_\Delta/\theta_{\text{кр}}$. Если подставить полученные приближения для указанных функций в формулу (3в), то для спектра $\mathrm{F}(\theta)$ нетрудно получить

$$\mathrm{F}(\theta) = (jk\theta)^{-1}\{[0{,}5 + \mathbf{e}^{-j\pi/4}(\theta + \theta_\Delta)/\theta_{\text{кр}}]\mathbf{e}^{jk\theta D/2} - [0{,}5 - \mathbf{e}^{-j\pi/4}(\theta - \theta_\Delta)/\theta_{\text{кр}}]\mathbf{e}^{-jk\theta D/2} +$$

$$+ [0{,}5 - \mathbf{e}^{-j\pi/4}\theta_\Delta/\theta_{\text{кр}}][\mathbf{e}^{jk(0{,}5D+\Delta)\theta} - \mathbf{e}^{-jk(0{,}5D+\Delta)\theta)}]\}. \tag{4}$$

Примем во внимание, что фаза в экспоненте $\mathbf{e}^{jk\Delta\theta}$ не превышает 2π в силу условий $|\theta_\Delta| \ll \theta_{\text{кр}}$ ($|\Delta| \ll \sqrt{\lambda d}$), а угол наблюдения $\theta_{\text{ан}} \ll \theta_{\text{кр}}$ $(N \gg 1)$. Это позволяет разложить функцию $\mathbf{e}^{jk\theta\Delta} \approx 1 + jk\Delta\theta$. После приведения в выражении (4) подобных членов с учётом, что $\mathbf{e}^{jk\theta^2 d/2} \approx 1$, выражение для спектра указанного объекта принимает достаточно простой вид:

$$\mathrm{F}(\theta) = \frac{2\sin(k\theta D/2)}{k\theta} - \frac{\mathbf{e}^{j\pi/4}\sqrt{\lambda d}\,\cos(k\theta D/2)}{\pi} + \Delta\cos(k\theta D/2). \tag{4а}$$

Видно, что спектр объёмного отверстия со слабо отличающимися размерами входной и выходной апертур при сделанных допущениях ($N \gg 1$, $\theta_\Delta = |\Delta|/d \ll \sqrt{\lambda/d}$) линейно зависит от параметра Δ. Наличие в выражении (4а) членов, дополнительных к основному (первому), приводит к изменению периода полос (минимумов) функции $\mathrm{F}(\theta)$ в сравнении с дифракционной картиной для плоской щели ($d = 0$).

Рассмотрим это более подробно. Как известно, для плоской щели ($d = 0$) шириной D угловое положение минимумов θ_n определяется формулой $\theta_n = \lambda n/D$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$ и, таким образом, расстояние между минимумами равно $\Delta\theta_0 = \theta_{n+1} - \theta_n = \lambda/D$ [1, 2]. Вычислим далее положение минимумов для протяжённой асимметричной щели в рассматриваемом случае слабой объёмности $\theta_{\text{ап}} \ll \theta_{\text{кр}}$ $(N \gg 1)$ и малых величин $|\Delta| \ll \delta_d$. С этой целью обратимся к выражению (4а). Сначала найдём распределение интенсивности $I(\theta) = |\mathrm{F}(\theta)|^2$ в плоскости P_2 анализатора спектров Фурье (см. рис. 1, b):

$$I(\theta) = \frac{4\sin^2(k\theta D/2)}{(k\theta)^2} - \frac{\sqrt{2\lambda d}\,\sin(k\theta D)}{\pi k\theta} + \frac{2\Delta\sin(k\theta D)}{k\theta} + \frac{\lambda d\cos^2(k\theta D/2)}{\pi^2} -$$

$$- \frac{\sqrt{2\lambda d}\,\Delta\cos^2(k\theta D/2)}{\pi} + \Delta^2\cos^2(k\theta D/2). \tag{5}$$

Ограничимся при расчётах первыми пятью членами, которые заметно превышают последний член. Будем искать решение задачи нахождения положения $\tilde{\theta}_n$ минимумов в распределении (5) в следующем виде: $\tilde{\theta}_n = \theta_n + \Delta\theta_n$, где θ_n — основной член, а $\Delta\theta_n$ — малая добавка к нему. В качестве θ_n выберем угловые положения минимумов в спектре плоской щели с шириной D: $\theta_n = n\lambda/D$. При этом полагаем, что угловая добавка $\Delta\theta_n \ll \theta_n$, и

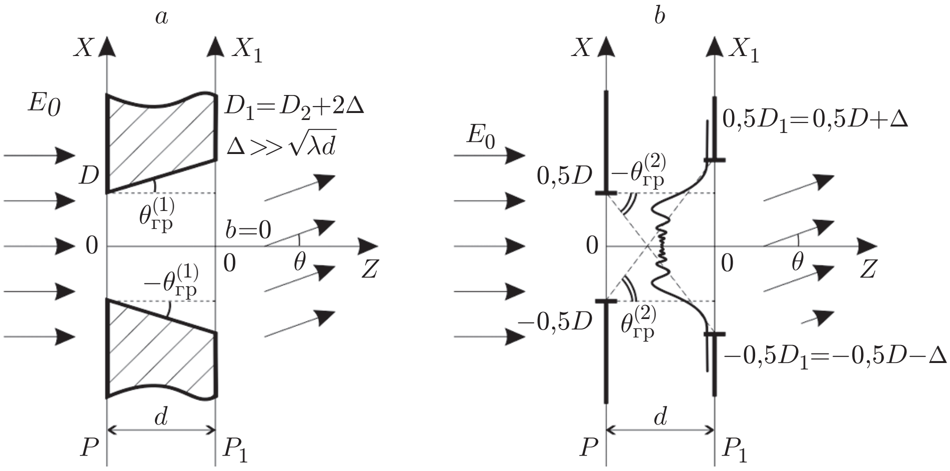

Рис. 4. Случай дифракции света на протяжённом асимметричном отверстии (центрированного типа) с заметно расширяющейся апертурой ($2\Delta = D_1 - D \gg \sqrt{\lambda d}$): исходный объект ($a$), его модель в виде эквивалентных транспарантов (b)

это справедливо при вышеуказанных условиях. При вычислении $\Delta\theta_n$ воспользуемся методом Ньютона: $\Delta\theta_n = -I(\theta_n)]/I'(\theta_n)$. В результате для угловой добавки можно получить следующее выражение:

$$\Delta\theta_n \approx \frac{\lambda n}{D^2}\Big(\frac{\sqrt{\lambda d}}{\sqrt{2}\pi} - \Delta\Big). \tag{6}$$

Отметим, что при равных размерах передней и задней апертур объёмной щели ($D = D_1$, т. е. при $\Delta = 0$), соответствующих симметричной щели, второй член в выражении (6) отсутствует, при этом добавка $\Delta\theta_n$ имеет вид $\lambda n/(\sqrt{2}\pi M_D D)$. Как и следовало ожидать, при увеличении параметра 2Δ, характеризующего отличие размеров передней и задней апертур отверстия, расстояние между минимумами в спектре изменяется линейным образом (при $|\Delta| \ll \sqrt{\lambda d}$), причём это изменение зависит от величины и знака Δ. Характерно, что при $\Delta = \sqrt{\lambda d}\,/(\sqrt{2}\pi)$ добавка $\Delta\theta_n$ равна нулю.

Вернёмся теперь к угловому положению минимумов для рассматриваемого объёмного отверстия. Согласно (6) оно будет определяться выражением

$$\tilde{\theta}_n = \frac{\lambda n}{D}\Big(1 + \frac{\sqrt{\lambda d}}{\sqrt{2}\pi D} - \frac{\Delta}{D}\Big). \tag{7}$$

Так как $D \gg \sqrt{\lambda d}$, выражение (7) можно представить в упрощённом (более наглядном) виде:

$$\tilde{\theta}_n = \frac{\lambda n}{D - \sqrt{\lambda d}\,/(\sqrt{2}\pi) + \Delta} = \frac{\lambda n}{\tilde{D}}, \tag{7a}$$

где $\tilde{D} = D - \sqrt{\lambda d}\,/(\sqrt{2}\pi) + \Delta$ — эффективный размер объёмной щели, зависящий от размера зоны Френеля δ_d и от параметра Δ, характеризующего отличие входной и выходной апертур протяжённого объекта.

Случай протяжённого отверстия с заметно расширяющейся по глубине апертурой. Рассмотрим более подробно формирование спектра $\mathrm{F}(\theta)$ объёмного центрированного отверстия, у которого задняя апертура заметно больше передней апертуры, причём

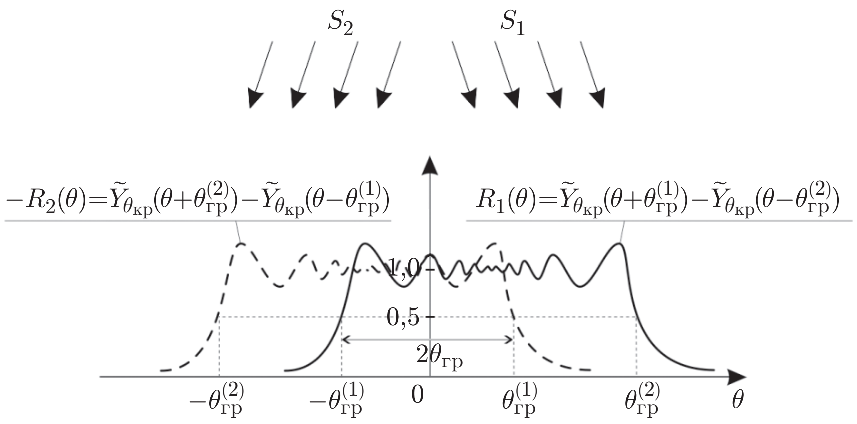

Рис. 5. Диаграммы излучения обобщённых точечных источников S_1 и S_2 для асимметричного отверстия, у которого выходная апертура D_1 заметно больше входной D ($2\Delta = D_1 - D \gg \sqrt{\lambda d}$). Здесь $\theta_{\text{гр}}^{(1)} = \theta_\Delta = \operatorname{arctg}(\Delta/d) \approx \Delta/d$ ($\Delta \ll d$), $\theta_{\text{гр}}^{(2)} = \operatorname{arctg}[0{,}5(D + D_1)]$

$2\Delta = D_1 - D \gg \sqrt{\lambda d}$ ($b = 0$) (рис. 4, *a, b*). Заметим, что при $b = 0$ граничные углы $\theta_{\text{гр}}^{(1)}$ и $\theta_{\text{гр}}^{(4)}$ равны по модулю.

На рис. 5 показаны диаграммы излучения обобщённых первичных источников S_1 и S_2. Видно, что в области углов $|\theta| < \theta_{\text{гр}}^{(1)} = \theta_\Delta = \operatorname{arctg}(\Delta/d)$ основной вклад в дифракционную картину дают края передней грани объекта (первичная дифракция), поскольку его задняя грань находится в области тени (см. рис. 4, *b*). При этом вклад вторичной дифракции согласно (3б) уменьшается по мере увеличения угла $\theta_{\text{гр}}^{(1)}$. При углах $\theta > \theta_{\text{гр}}^{(1)}$ основной вклад в поле дают источники S_1, S_3 и S_4, а при углах $\theta < -\theta_{\text{гр}}^{(1)}$ — источники S_2, S_3 и S_4 (см. рис. 2, *b*, 4 и 5). Это приводит к существенному уменьшению глубины модуляции картины.

Вышеописанное можно подтвердить, если обратиться к рис. 6, *a, b*, где приведены результаты расчётов спектра мощности для протяжённого асимметричного отверстия с параметрами: $D = 0{,}15$ мм; $D_1 = 0{,}18$ мм; $d = 0{,}2$ мм, $\lambda = 0{,}63$ мкм [8]. В этом случае $\Delta = 0{,}5(D_1 - D) = 15$ мкм, $\theta_{\text{гр}} = 0{,}075$, $\theta_{\text{кр}} = \sqrt{\lambda/d} = 0{,}056$. Как и следовало ожидать, положение минимумов дифракционной картины в области углов $|\theta| < \theta_{\text{гр}}^{(1)}$ мало отличается от эквидистантного, соответствующего плоской щели ($d = 0$) шириной D. Это подтверждается результатами расчётов в приближении Френеля поведения текущего периода спектра $T(n)/T_0$ в зависимости от номера n дифракционного порядка, где T_0 — период колебаний в спектре плоской щели шириной D (рис. 6, *c*). При углах $\theta > \theta_{\text{гр}}^{(1)}$ глубина модуляции распределения падает, при этом имеет место увеличение периода колебаний в спектре.

Конструктивная аппроксимация спектра протяжённого отверстия поглощающего типа. Перейдём к анализу в аналитическом виде дифракционных явлений на отверстии поглощающего типа с использованием конструктивной аппроксимации интегральной функции Френеля [8, 9]. С этой целью представим в аналитическом виде спектр объёмной щели *с заметно расширяющейся апертурой* ($D_1 = D + 2\Delta$) при условии, что $\Delta \gg \sqrt{\lambda d}$ ($\theta_\Delta = \Delta/d \gg \theta_{\text{кр}}$). При этом будем считать, что на размере D укладывается много зон Френеля: $M_D = D/\sqrt{\lambda d} \gg 1$. Для спектра протяжённого асимметричного отверстия обратимся к формуле (3б). Если далее пренебречь вкладом перекрёстных краёв щели, что справедливо при $M_D \gg 1$, то поле в дальней зоне для рассматриваемого объекта

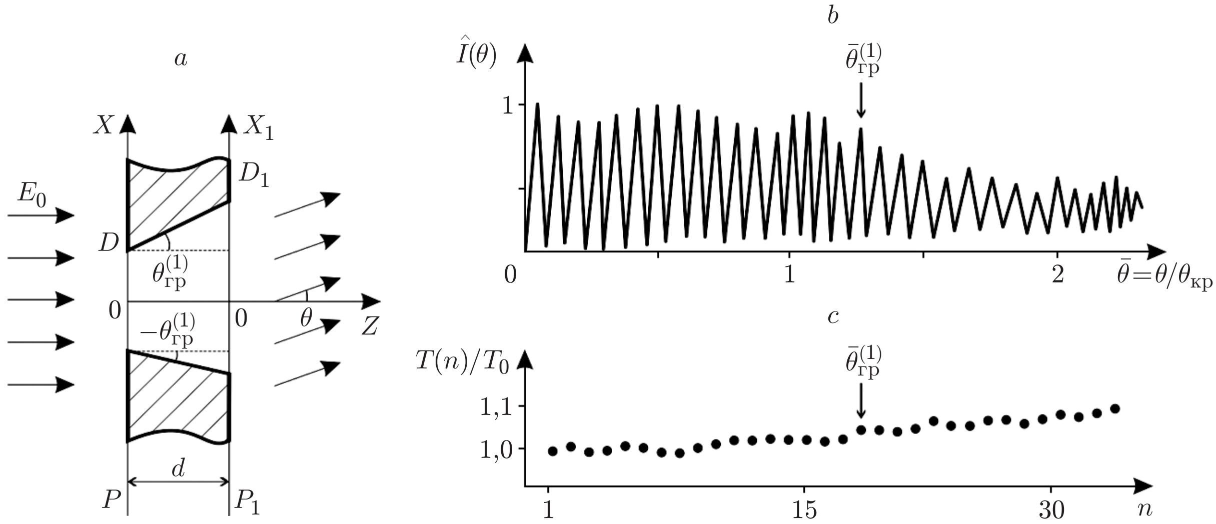

Рис. 6. Результаты расчёта спектра мощности для протяжённого асимметричного отверстия поглощающего типа с заметно расширяющейся входной апертурой ($2\Delta = D_1 - D \gg \sqrt{\lambda d}$): сечение объекта ($a$), спектр мощности $\hat{I}(\theta) = |\hat{\mathrm{F}}(\theta)|^2$ модели объекта (b) и графики текущего периода спектра $T(n)/T_0$ в зависимости от номера n дифракционного порядка (c) ($T_0 = \lambda/D$ — период колебаний в спектре плоской щели с шириной D, $\bar{\theta}_{гр}^{(1)} = \bar{\theta}_\Delta = \Delta/\sqrt{\lambda d}$ — нормированный граничный угол)

можно аппроксимировать следующим образом:

$$\mathrm{F}^{ап}(\theta) = \frac{1}{jk\theta}\Big\{\mathbf{e}^{jk\theta D/2}\Big[Y(\theta+\theta_\Delta) - \frac{0{,}5\mathbf{e}^{jk(\theta+\theta_\Delta)^2 d/2}}{\alpha\mathbf{e}^{-j\pi/4}(\theta+\theta_\Delta)/\theta_{кр} + \mathrm{sgn}\,(\theta+\theta_\Delta)}\Big] -$$

$$- \mathbf{e}^{-jk\theta D/2}\Big[1 - Y(\theta-\theta_\Delta) + \frac{0{,}5\mathbf{e}^{jk(\theta-\theta_\Delta)^2 d/2}}{\alpha\mathbf{e}^{-j\pi/4}(\theta-\theta_\Delta)/\theta_{кр} + \mathrm{sgn}\,(\theta-\theta_\Delta)}\Big] +$$

$$+ \mathbf{e}^{jk\theta^2 d/2}(\mathbf{e}^{jk\theta D_1/2} - \mathbf{e}^{-jk\theta D_1/2})\,\frac{\mathbf{e}^{jk\Delta^2/2d}}{2\alpha\mathbf{e}^{-j\pi/4}\Delta/\sqrt{\lambda d} + \mathrm{sgn}\,\Delta}\Big\}, \qquad (8)$$

где параметр $\alpha \to 2$ при $\theta \ll \theta_{кр}$ и $\alpha \to \pi$ при $\theta \gg \theta_{кр}$.

Ограничимся углами анализа спектра $|\theta_{ан}| \ll \theta_{кр}$ в области $\theta > 0$. С учётом того, что $Y(\theta+\theta_\Delta) = 1$, а $Y(\theta-\theta_\Delta) = 0$ выражение (8) при $\Delta \ll d$, как нетрудно показать, радикально упрощается:

$$\mathrm{F}^{ап}(\theta) = \frac{2\sin(k\theta D/2)}{k\theta} + \frac{\sqrt{\lambda d}}{2\pi^2\hat{\Delta}^2}\,\mathbf{e}^{jk(\Delta^2/2d+\pi/4)}\cos(k\theta D_1/2), \qquad (9)$$

где $\hat{\Delta} = \Delta/\sqrt{\lambda d}$. Полученное поле содержит основной член $2\sin(k\theta D/2)/k\theta$, соответствующий дифракции света на плоской щели ($d = 0$) шириной D, и дополнительный, обусловленный вторичной дифракцией света на задней апертуре. Этот член убывает при увеличении задней апертуры обратно пропорционально квадрату разности апертур D и

D_1. Он приводит к изменению периода наблюдаемых колебаний в сравнении со случаем дифракции света на плоской щели. Очевидно, что это изменение будет определяться вкладом дополнительного члена в наблюдаемое поле. Согласно выражению (9) отношение модулей амплитуд членов не превышает $\eta = \theta/(2\pi\hat{\Delta}^2\theta_{\text{кр}})$ и, например, при $\theta/\theta_{\text{кр}} = 1/3$ и $\hat{\Delta} = 3$ оно составляет 0,6 %.

Найдём угловые положения минимумов $\tilde{\theta}_n$ в спектре мощности $|\mathrm{F}^{\text{ап}}(\theta)|^2$ объёмного отверстия с заметно расширяющейся апертурой. Этот спектр согласно формуле (9) имеет вид

$$|\mathrm{F}^{\text{ап}}(\theta)|^2 \approx \frac{4\sin^2(k\theta D/2)}{(k\theta)^2} + \frac{2\sqrt{\lambda d}}{\pi^2 k\theta}\cos\Big[k\Big(\frac{\Delta^2}{2d} + \frac{\pi}{4}\Big)\Big]\cdot\sin\Big(\frac{k\theta D}{2}\Big)\cdot\cos\Big(\frac{k\theta D_1}{2}\Big) +$$

$$+ \frac{\lambda d\cos^2(k\theta D_1/2)}{4\pi^4\tilde{\Delta}^4}. \tag{10}$$

Как и ранее, будем искать решение задачи нахождения $\tilde{\theta}_n$ в распределении (10) в следующем виде: $\tilde{\theta}_n = \theta_n + \Delta\theta_n$, где θ_n — основной член, а $\Delta\theta_n$ — добавка к нему, причём $\Delta\theta_n \ll \theta_n$. Если теперь в качестве θ_n выбрать угловые положения минимумов в спектре плоской щели с шириной D ($\theta_n = n\lambda/D$), то, как показывают расчёты, угловые положения минимумов равны

$$\tilde{\theta}_n = \frac{n\lambda}{D}\Big(1 - \frac{1}{4\pi\tilde{\Delta}^2 M}\Big) \approx \frac{n\lambda}{D + \sqrt{\lambda d}/(4\pi\tilde{\Delta}^2)}. \tag{11}$$

Видно, что при увеличении апертуры D_1 влияние её на спектр мощности протяжённой щели резко падает. Так, при $\tilde{\Delta} = 0{,}5(D_1 - D)/\sqrt{\lambda d} = 3$, $M = D/\sqrt{\lambda d} = 10$ угловые положения минимумов $\tilde{\theta}_n$ в спектре мощности протяжённого отверстия с расширяющейся апертурой изменяются на 0,1 % в сравнении со случаем плоской щели шириной D.

Обратимся теперь к случаю дифракции света на протяжённом отверстии *с заметно суживающейся апертурой*. У такого объекта передняя апертура больше задней: $D_1 = D - 2\Delta$, причём выберем $2|\Delta| \gg \sqrt{\lambda d}$ (рис. 7, *a, b*).

Аналогично предыдущему случаю аппроксимируем поле в дальней зоне при дифракции света на таком объекте. Если не учитывать взаимодействие границ $3D$-объекта, что справедливо при $D \gg \sqrt{\lambda d}$, то для поля $\mathrm{F}^{\text{ап}}(\theta)$ можно получить следующее выражение ($\theta > 0$):

$$\mathrm{F}(\theta) \approx \mathrm{F}^{\text{ап}}(\theta) = \frac{1}{jk\theta}\Big\{\mathbf{e}^{jk\theta D/2}\Big[Y(\theta - \theta_\Delta) - \frac{0{,}5\mathbf{e}^{jk(\theta-\theta_\Delta)^2 d/2}}{\alpha\mathbf{e}^{-j\pi/4}(\theta - \theta_\Delta)/\theta_{\text{кр}} + \operatorname{sgn}(\theta - \theta_\Delta)}\Big] -$$

$$- \mathbf{e}^{-jk\theta D/2}\Big[1 - Y(\theta + \theta_\Delta) + \frac{0{,}5\mathbf{e}^{jk(\theta+\theta_\Delta)^2 d/2}}{\alpha\mathbf{e}^{-j\pi/4}(\theta + \theta_\Delta)/\theta_{\text{кр}} + \operatorname{sgn}(\theta + \theta_\Delta)}\Big] +$$

$$+ \mathbf{e}^{jk\theta^2 d/2}(\mathbf{e}^{jk\theta D_1/2} - \mathbf{e}^{-jk\theta D_1/2})\Big(1 - \frac{\mathbf{e}^{jk\Delta^2/2d}\theta_{\text{кр}}}{2\alpha\mathbf{e}^{-j\pi/4}\Delta}\Big)\Big\}. \tag{12}$$

На рис. 8 приведены диаграммы излучения обобщённых точечных источников S_1 и S_2 для протяжённого асимметричного отверстия указанного типа.

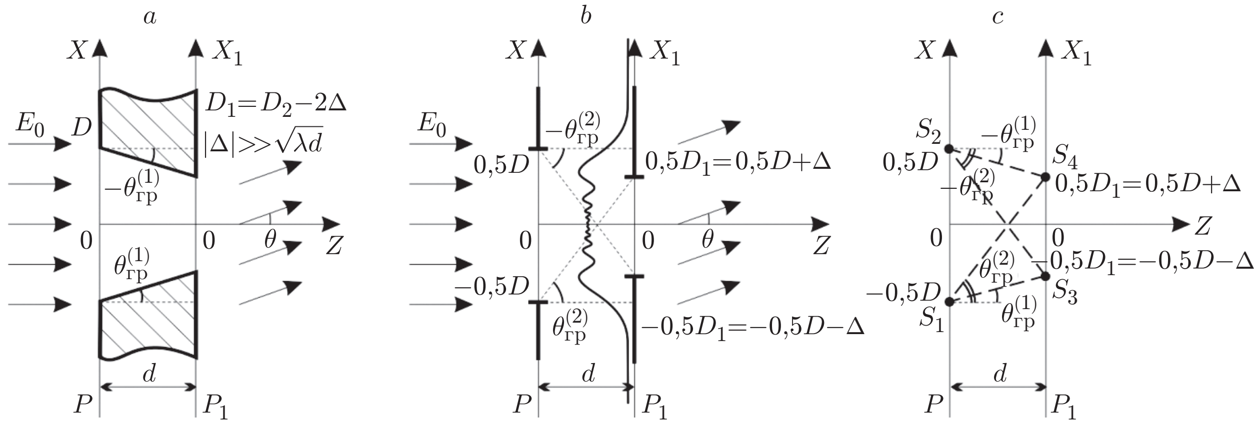

Рис. 7. Дифракция света на асимметричном протяжённом отверстии абсолютно поглощающего типа с заметно суживающейся апертурой ($D - D_1 \gg \sqrt{\lambda d}$): сечение объекта ($a$), модель ЭТ объёмного отверстия (b) и угловые параметры диаграмм излучения обобщённых точечных источников (c)

Так как в рассматриваемом случае угол $|\theta|_\Delta \gg \theta_{\text{кр}}$, а функция $1 - Y(\theta + \theta_\Delta) = 0$, то при углах наблюдения $2\theta_{\text{ан}} \ll \theta_{\text{кр}}$ член $Y(\theta - \theta_\Delta)$ равен нулю. В результате после приведения подобных членов для поля $\mathrm{F}^{\text{ап}}(\theta)$ при $\Delta \ll d$ получаем

$$\mathrm{F}^{\text{ап}}(\theta) = \frac{2\sin(k\theta D_1/2)}{k\theta} + \frac{\sqrt{\lambda d}}{2\pi^2 \hat{\Delta}^2}\,\mathbf{e}^{j(k\Delta^2/2d + \pi/4)} \cos(k\theta D_1/2). \tag{13}$$

Как и следовало ожидать, дифракционная картина протяжённого отверстия, у которого выходная апертура заметно меньше входной, определяется дифракцией света на меньшей апертуре, т. е. на щели шириной D_1, что отражается в поведении первого члена в формуле (13). Что касается второго члена в этом выражении, то он обусловлен вторичной дифракцией на задней апертуре и затухает обратно пропорционально квадрату разности входной и выходной апертур Δ.

Как показывают расчёты, угловые положения минимумов для спектра мощности объ-

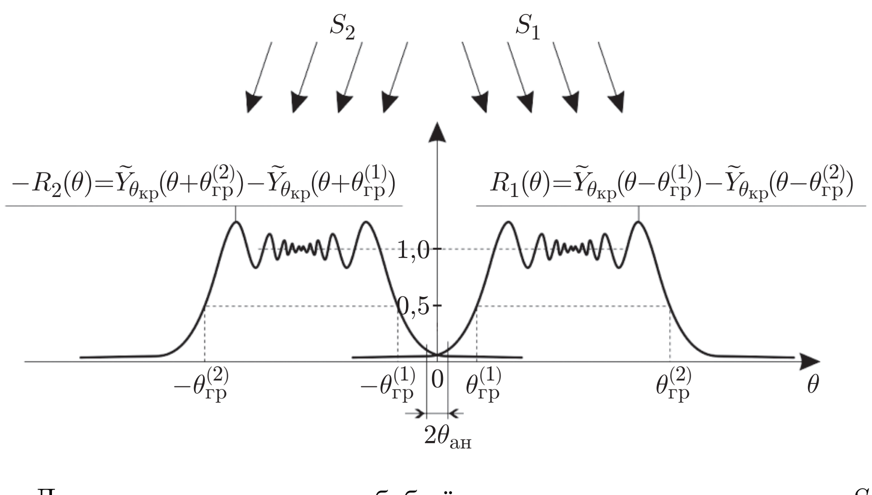

Рис. 8. Диаграммы излучения обобщённых точечных источников S_1 и S_2 для протяжённого асимметричного отверстия абсолютно поглощающего типа с выходной апертурой D_1, меньшей входной D

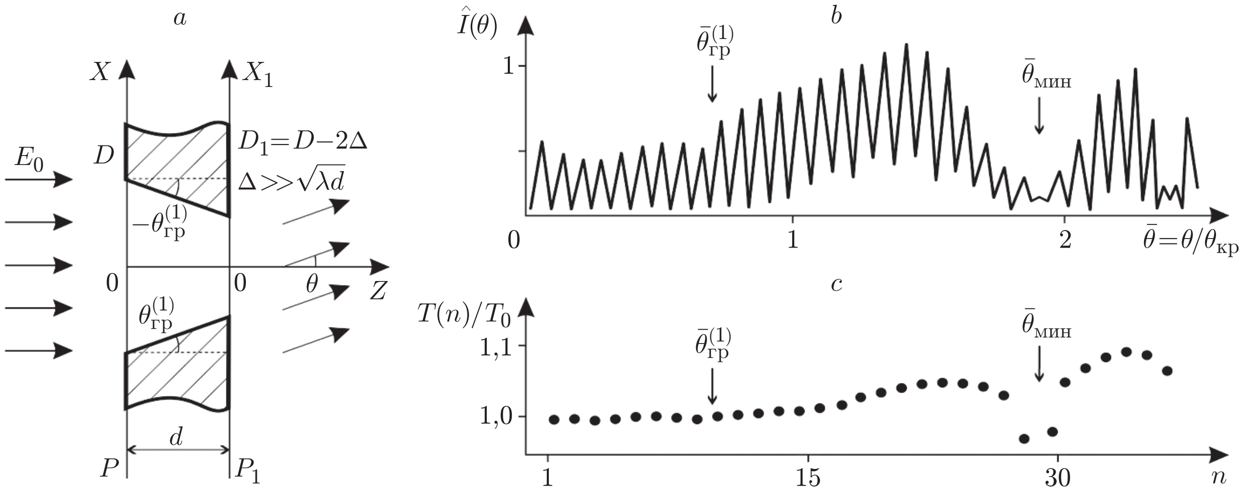

Рис. 9. Результаты расчёта спектра мощности для объёмного асимметричного отверстия абсолютно поглощающего типа с заметно суживающейся апертурой ($2\Delta = D - D_1 \gg \sqrt{\lambda d}$): сечение объекта ($a$); спектр его мощности ($b$); график текущего периода спектра $T(n)/T_0$ в зависимости от номера n дифракционного порядка ($T_0 = \lambda/D_1$ — период колебаний в спектре плоской щели шириной D_1, $\bar{\theta}_{гр}^{(1)} = \bar{\theta}_\Delta = \Delta/\sqrt{\lambda d}$ — нормированный граничный угол, $\bar{\theta}_{\min}$ — глобальный минимум)(c)

ёмного отверстия с заметно суживающейся апертурой изменяются по закону, аналогичному для протяжённого отверстия с заметно расширяющейся апертурой (11):

$$\tilde{\theta}_n = \frac{n\lambda}{D_1}\Big(1 - \frac{1}{4\pi\tilde{\Delta}^2 M_{D_1}}\Big), \tag{14}$$

где $M_{D_1} = D_1/\sqrt{\lambda d}$. Отличие состоит в том, что в этой формуле в качестве основного геометрического параметра объёмного отверстия выступает меньшая апертура, а именно параметр D_1, причём $D - D_1 = 2\Delta \gg \sqrt{\lambda d}$.

На рис. 9 представлены результаты расчёта спектра мощности для объёмного асимметричного отверстия с суживающейся апертурой с параметрами: $D_1 = 0{,}15$ мм, $D = 0{,}165$ мм, $d = 0{,}2$ мм, $\lambda = 0{,}63$ мкм [8, 9]. В этом случае граничный угол $\theta_{гр}^{(1)}$ имеет вид $\theta_\Delta \approx \Delta/d = 0{,}0375$. Процессы преобразования волновых фронтов при дифракции света на протяжённом объекте с суживающейся апертурой можно понять глубже, если обратиться к рис. 7–9. Можно видеть, что в области углов $|\theta| < \theta_{гр}^{(1)} = \theta_\Delta = 0{,}5(D - D_1)/d$ в формировании спектра участвует в основном задняя грань (источники S_3 и S_4), при этом дифракционное поле всё в большей степени соответствует спектру плоской щели шириной D_1 с достаточно эквидистантно расположенными минимумами (рис. 9, *b*, *c*). При углах $|\theta| > \theta_{гр}^{(1)}$ в формирование спектра постепенно включается один из краевых источников передней грани: либо источник S_1 при $\theta > 0$, либо источник S_2 при $\theta < 0$ (см. рис. 7, *c* и 8). Таким образом, имеет место интерференция волн от трёх источников света S_1, S_2 и S_3, что приводит к увеличению суммарной амплитуды колебаний в этой области частот, а также к некоторому увеличению периода интерференционных полос (см. рис. 9, *c*). Характерно, что в спектре $\hat{I}(\theta)$ имеет место глобальный минимум $\theta_{\min}$. Его положение можно найти, если обратиться к аппроксимированному спектру протяжённого отверстия согласно выражению (12). Видно, что при углах $\theta > \theta_{гр} = \theta_\Delta \gg \theta_{кр}$ большой вклад в поле начинают давать первый и второй члены (источник S_1), суммарная амплитуда которых равна $1 - \mathbf{e}^{j[k(\theta-\theta_\Delta)^2 d/2+\pi/4]}/[(2\pi(\theta-\theta_\Delta)]$. Очевидно, когда фаза в экспоненте равна 2π, имеет место минимум в распределении (12): $k(\theta_{\min}-\theta_\Delta)^2 d/2+\pi/4 = 2\pi$, откуда следует, что $\bar{\theta}_{\min} = \theta_{\min}/\theta_{\text{кр}} = \bar{\theta}_\Delta + \sqrt{7}/2$. Так как при указанных параметрах $\bar{\theta}_\Delta = \Delta/\sqrt{\lambda d} = 0{,}67$, то $\bar{\theta}_{\min} \approx 2{,}0$, что согласуется с расчётными данными (см. рис. 9).

Заключение. На основе модели эквивалентных транспарантов рассчитаны в дальней зоне дифракционные картины (спектры) протяжённых отверстий (в виде щелей) с абсолютно поглощающими внутренними гранями несимметричного типа: с различными входной (D) и выходной (D_1) апертурами.

Изучено в аналитическом виде поведение спектра объёмного отверстия в случае отличий $2|\Delta| = D_1 - D$ входной и выходной апертур, заметно меньших размера зоны Френеля $\delta_d = \sqrt{\lambda d}$ $(2|\Delta| \ll \delta_d)$. Показано, что при угле наблюдения $\theta_{\text{ан}}$, много меньшем критического угла дифракции $\theta_{\text{кр}} = \sqrt{\lambda/d}$, имеет место изменение периода полос в спектре протяжённого отверстия, что эквивалентно дифракции света на плоской щели ($d = 0$) с эффективным размером $D_{\text{эфф}} = D + \Delta - \delta_d/(\sqrt{2}\pi)$.

На основе конструктивной аппроксимации интегральной функции Френеля детально изучены в аналитическом виде особенности дифракции света на протяжённых отверстиях абсолютно поглощающего типа с заметно расширяющейся по глубине апертурой, причём отличие размеров задней и передней апертур $2|\Delta| \gg \delta_d$. Расчётами показано, что в диапазоне углов $|\theta| \leqslant \theta_{\text{гр}}^{(1)} = \operatorname{arctg}(\Delta/d)$ положение минимумов в наблюдаемой дифракционной картине мало отличается от эквидистантного, соответствующего плоской щели шириной D.

Аналогичная ситуация имеет место при дифракции света на объёмном отверстии с заметно суживающейся апертурой по глубине $D_1 - D = \Delta \gg \delta_d$. Дифракционная картина в этом случае в области углов $|\theta| \leqslant \theta_{\text{гр}}^{(1)} = \operatorname{arctg}(|\Delta|/d)$ определяется дифракцией света на выходной апертуре с размером D_1.

Полученные результаты могут быть использованы при разработке оптико-электронных систем размерного контроля пластин с отверстиями.

Благодарность. Автор выражает благодарность Е. С. Арсениной за техническую помощь.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (государственная регистрация № АААА-А17-117121270018-3).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Борн М., Вольф Э.** Основы оптики. М.: Мир, 1970. 720 с.
2. **Гудмен Дж.** Введение в Фурье-оптику. М.: Мир, 1970. 364 с.
3. **Ваганов Р. Б., Каценленбаум Б. З.** Основы теории дифракции. М.: Наука, 1982. 272 с.
4. **Потехин А. И.** Некоторые задачи дифракции электромагнитных волн. М.: Советское радио, 1948. 134 с.
5. **Уфимцев П. Я.** Метод краевых волн в физической теории дифракции. М.: Советское радио, 1962. 244 с.
6. **Боровиков В. А., Кинбер Б. Е.** Геометрическая теория дифракции. М.: Связь, 1978. 248 с.
7. **Хёнл Х., Мауэ М., Вестпфаль К.** Теория дифракции. М.: Мир, 1964. 428 с.
8. **Кривенков Б. Е., Чугуй Ю. В.** Дифракция Фраунгофера на телах постоянной толщины // Автометрия. 1987. № 3. С. 79–92.

9. **Chugui Yu. V., Krivenkov B. E.** Fraungofer diffraction by volumetric bodies of constant thickness // JOSA. 1989. **6**, N 5. P. 617–626.
10. **Чугуй Ю. В.** Особенности формирования и оконтуривания изображений объёмных тел в когерентном свете // Автометрия. 1991. № 4. С. 103–112.
11. **Кривенков Б. Е., Чугуй Ю. В.** Дифракция Фраунгофера на отражающих объёмных телах постоянной толщины // Автометрия. 1991. № 4. С. 113–118.
12. **Чугуй Ю. В.** Формирование в когерентном свете изображений асимметричного абсолютно отражающего края $3D$-объекта // Автометрия. 2021. **57**, № 3. С. 102–116. DOI: 10.15372/AUT20210312.
13. **Чугуй Ю. В.** Определение геометрических параметров протяжённых объектов постоянной толщины по их дифракционным картинам // Автометрия. 1991. № 6. С. 76–92.
14. **Чугуй Ю. В.** Дифракционные явления на трёхмерных телах постоянной толщины и определение их геометрических параметров / $3D$ лазерные информационные технологии. Отв. ред. П. Е. Твердохлеб. Новосибирск: Изд-во «Офсет», 2003. С. 428–479.
15. **Чугуй Ю. В.** Фурье-оптика $3D$-объектов применительно к размерному контролю // Оптико-информационные измерительные и лазерные технологии и системы: Сб. тр. КТИ НП СО РАН. Новосибирск: Изд-во «Гео», 2012. С. 15–42.

Поступила в редакцию 02.12.2021
После доработки 20.12.2021
Принята к публикации 21.12.2021