ОПТИЧЕСКИЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 535.015

ВЛИЯНИЕ НЕЛОКАЛЬНОСТИ ОТКЛИКА СРЕДЫ НА ПОЛЯРИЗАЦИЮ СОЛИТОНА

© **А. А. Заболотский**

Институт автоматики и электрометрии СО РАН,
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1
E-mail: zabolotskii@iae.nsk.su

Изучается влияние нелокальности на динамику поляризации импульса электрического поля в среде с кубичной нелинейностью. Для решения нелинейных уравнений применяется вариационный подход. Показано, что нелокальные и хиральные эффекты приводят к осцилляциям траектории и нелинейному вращению поляризации солитонных импульсов поля.

Ключевые слова: наноматериалы, хиральные структуры, солитоны.

DOI: 10.15372/AUT20190611

Введение. Развитие технологий тонкоплёночных оптических волноводов с активными ингредиентами красителя стимулировало создание интегрированных оптических систем. Для их практического использования необходимо разработать эффективные схемы модуляции и управления распространяющимся лазерным импульсом.

Хиральность микроструктурированного диэлектрика — одно из проявлений нелокальности отклика среды на действие поля. Нелокальность и, как следствие, хиральность, традиционно рассматриваемые на молекулярном уровне, могут проявляться и на больших масштабах, например десятки микрон в композитах [1] или в разрабатываемых на основе метаматериалов широкополосных круговых поляризаторах [2]. Эффекты, связанные с нелокальностью, могут наблюдаться в макроскопическом масштабе [3, 4] и давно известны в пьезоэлектрических и сегнетоэлектрических материалах, в частности «флексоэлектрическая» связь между градиентом механической деформации и электрической полярностью [5]. Подобные градиентные эффекты представляют интерес, потому что они указывают на возможный более интенсивный отклик в преобразователях на основе наноразмерных сегнетоэлектрических и других материалов. Нелокальность, относящаяся к диэлектрическим средам, формально ассоциируется с появлением более высоких порядков производных поля по независимой переменной в уравнениях, описывающих эволюцию импульсов полей [6].

Влияние хиральности на эволюцию поляризации частиц хорошо известно в разных областях физики, в том числе в квантовой теории поля. С хиральностью ассоциируется первоначально предсказанный Шрёдингером эффект Zitterbewegung, т. е. дрожание свободно движущейся релятивистской квантовой частицы, возникающее из-за интерференции между положительной и отрицательной энергией части спинорной волновой функции [7]. Классический аналог Zitterbewegung может наблюдаться в процессе суммирования частоты генерации световых волн в нелинейной среде при наличии временнóго (или пространственного) затухания [8, 9].

Учёт нелокальности при распространении солитонов в нелинейных средах проводился, например, в [10, 11]. Однако в работах, в которых изучались поляризационные эффекты при распространении солитонов, не принимались во внимание недиагональные градиентные члены, возникающие при разложении коэффициента восприимчивости среды.

Цель данной работы — изучение влияния нелокальности на изменения поляризации и траектории импульсов электрического поля в нелинейном оптическом волноводе с кубичной нелинейностью с учётом градиентных членов.

Вывод модели. Хиральная микроструктура диэлектрика может быть следствием нелокальности среды, если характерные масштабы изменения поля и неоднородности среды сравнимы. Нелокальность отклика среды может быть выражена как

$$D_i(\mathbf{r},t) = \int \varkappa_{ij}(\mathbf{r}-\mathbf{r}', t-t') E_j(\mathbf{r}',t')\, d\mathbf{r}'\, dt'. \tag{1}$$

Здесь $E_j(\mathbf{r},t)$, $j = x, y$, — поляризационные компоненты электрического поля $\mathbf{E}$. Диэлектрическая проницаемость $\varkappa_{ij}$ является функцией положения и времени и учитывает эффекты запаздывания. Считаем, что двухкомпонентное поле $\mathbf{E}$ распространяется в однородной одномерной анизотропной среде вдоль оси Z. Далее мы ограничимся пространственной дисперсией. Аналогичный подход может быть применён для учёта временно́й дисперсии при описании эволюции световых импульсов в анизотропной хиральной среде. Эффекты запаздывания определяются в модификации выражения для поляризации среды путём разложения по степеням производных электрического поля $\mathbf{E}$:

$$D_i(\mathbf{r},t) = \varkappa_{ij} E_j + i\varkappa_{ij,k} E_{j,k} + \varkappa_{ij,kl} E_{j,kl} + \ldots \equiv (\hat{\varkappa}\mathbf{E})_i. \tag{2}$$

Здесь запятая в $E_{j,k}$ обозначает дифференцирование E_j по переменной $k = x, y, z$. В выражении для $\varkappa_{i,k}$ индекс после запятой отвечает производной по соответствующей проекции волнового вектора. Пренебрегая производными по поперечным координатам, второй и выше производными по продольной координате z от недиагональных элементов тензора $\hat{\varkappa}$, третьей и выше производными от диагональных его элементов, получаем

$$\hat{\varkappa} \approx \begin{pmatrix} \varkappa_{xx} + i\varkappa_{xx,z}\,\partial_z + \varkappa_{xx,zz}\,\partial_z^2 & \varkappa_{xy} + i\varkappa_{xy,z}\,\partial_z \\ \varkappa_{yx} + i\varkappa_{yx,z}\,\partial_z & \varkappa_{yy} + i\varkappa_{yy,z}\,\partial_z + \varkappa_{yy,zz}\,\partial_z^2 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Обобщая работу [12] для анизотропной среды, запишем нелинейное уравнение Шрёдингера, представляющее эволюцию поля вдоль оси Z волновода в приближении медленных огибающих в виде

$$\frac{2i}{\omega}\Big(v\,\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial Z} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial T}\Big) = [-\hat{\varkappa} + V(\mathbf{r}) - \chi \mathbf{E}^\dagger \mathbf{E}\,]\,\mathbf{E}, \tag{4}$$

где $\mathbf{E}^\dagger\mathbf{E} = |E_x|^2 + |E_y|^2$; $\mathbf{E} = (E_x, E_y)^T$ — медленная амплитуда поля; v — фазовая скорость в среде; ω — несущая частота; T — временна́я координата. Считаем, что кубичная нелинейная восприимчивость изотропна; χ — скаляр; V — потенциал, создаваемый дополнительными источниками, расположенными вблизи волновода с частотой, близкой ω, например квантовыми точками. Для изотропной среды $\hat{\varkappa}$ — единичная матрица, и для $V \equiv 0$ система уравнений (4) совпадает с уравнениями Манакова [13]. Уравнения, подобные (4), без учёта анизотропии ($\hat{\varkappa} \propto I\,\partial_z^2$, где I — единичная матрица) применяются для описания эволюции экситонных импульсов в длинных молекулярных цепочках. При этом линейная дисперсия второго порядка и кубичная нелинейность обусловлены диполь-дипольным взаимодействием соседних молекул. Эффекты, связанные с нелокальностью взаимодействия, учитывались лишь для изотропных сред [14]. В предлагаемой работе приводится обобщение на случай гиротропной нелокальной среды, которое описывается дифференциальными производными в недиагональных частях $\hat{\varkappa}$.

Длина волны в оптическом диапазоне для рассматриваемых сред много меньше характерных масштабов проявления анизотропии. Поэтому высшими производными можно пренебречь. В то же время, как будет показано далее, учёт первых производных в недиагональных частях тензора $\hat{\varkappa}$ приводит к новым эффектам. Для малых амплитуд полей основной вклад в диагональную составляющую $\hat{\varkappa}$ вносит дисперсия второго порядка. Достаточно ограничиться первыми производными во внедиагональных частях тензора $\hat{\varkappa}$, поскольку они, как правило, меньше диагональных. Применяя приближение медленной огибающей, пренебрегаем членами разложения по степеням производных с ∂_z^n, $n > 2$. В рамках этого приближения отличие коэффициентов перед второй производной по Z пренебрежимо мало: $\varkappa_{xx,zz} \sim \varkappa_{yy,zz}$. Дополнительно полагаем, что внедиагональные элементы матрицы $\tilde{\varkappa}$ равны $\varkappa_{xy} = \varkappa_{yx}$, $\varkappa_{xy,z} = \varkappa_{yx,z}$. Далее будет видно, что это условие отвечает эрмитовости гамильтониана системы. Перейдём к функциям $\mathbf{\Phi} = \{E_x\,\mathrm{e}^{iqz}, E_y\,\mathrm{e}^{iqz}\}/\sqrt{\chi_0}$, где $q = \varkappa_{xy}/\varkappa_{xy,z}$. Тогда тензор (3) принимает вид

$$\hat{\varkappa} = \sigma_0(a_+ + b_+\,\partial_z) + \sigma_z(a_- + b_-\,\partial_z) + \sigma_x d_+\,\partial_z + \sigma_0\varkappa_{xx,zz}\,\partial_z^2, \tag{5}$$

где σ_γ, $\gamma = x, y, z$, — матрицы Паули и σ_0 — единичная матрица;

$$\tilde{\varkappa}_{xx} = \varkappa_{xx} + q\varkappa_{xx,z} - q^2; \qquad \tilde{\varkappa}_{yy} = \varkappa_{yy} + q\varkappa_{yy,z} - q^2, \tag{6}$$

$$a_\pm = (\tilde{\varkappa}_{xx} \pm \tilde{\varkappa}_{yy})/2; \qquad d_\pm = i(\varkappa_{xy,z} \pm \varkappa_{yx,z})/2, \tag{7}$$

$$b_\pm = i(\varkappa_{xy,z} \pm \varkappa_{yx,z})/2. \tag{8}$$

Первый элемент в правой части (5) $\sigma_0 a_+ \mathbf{\Phi}$ даёт вклад в уравнение (4), который исключается фазовым сдвигом $\mathbf{\Phi} \to \mathbf{\Phi}\,\mathrm{e}^{ia_+T}$. В итоге получаем систему уравнений

$$\frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial t} = i[\sigma_0 c\,\partial_z + \sigma_z(a_- + b_-\,\partial_z) + \sigma_x d_+\,\partial_z + \sigma_0\,\partial_z^2 - V(\mathbf{r}) + g\mathbf{\Phi}^\dagger\mathbf{\Phi}\,]\,\mathbf{\Phi}. \tag{9}$$

Здесь $\partial_t = 2[v/\sqrt{\varkappa_{xx,zz}}\,\partial_Z + \partial_{\omega T}]$, $z = \sqrt{\varkappa_{xx,zz}}\,Z$, $g = \sqrt{\chi/\chi_0}$.

При отсутствии потенциала ($V \equiv 0$) для формы тензора диэлектрической проницаемости

$$\hat{\varkappa}_{DM} = \sigma_z(-H_{DM} + 2ih_{DM}\,\partial_z) + \sigma_x(-G_{DM} + 2ig_{DM}\,\partial_z) + \sigma_0(C_0 + \partial_z^2), \tag{10}$$

где C_0, g_{DM}, G_{DM}, h_{DM}, $H_{DM} \in \mathbb{R}$, $H_{DM}g_{DM} = G_{DM}h_{DM}$, система уравнений (4) совпадает с полностью интегрируемой системой уравнений Дирака — Манакова [15] и допускает точные солитонные решения. Однако для произвольного $\hat{\varkappa}$ (5) система (4) не интегрируема точными методами и сложна для аналитического решения. В общем неинтегрируемом случае возможен подход, основанный на вариационной аппроксимации решения в виде импульса с адиабатически изменяющимися параметрами. Для нелинейного уравнения Шрёдингера этот подход позволяет описывать динамику отдельного солитоноподобного импульса с хорошей точностью в волоконных световодах и в теории конденсата Бозе — Эйнштейна [14, 16]. Подход базируется на использовании усреднённого по пространственной координате лагранжиана. Важными элементами этого метода являются формы импульса и вариационные параметры. Выберем анзац в виде, близком точному солитонному решению, полученному в работе [15]. Представим анзац солитона в виде

$$\left\{\begin{array}{c}\Phi_1\\ \Phi_2\end{array}\right\} = \eta_0\left\{\begin{array}{c}\sin(\theta(t))\,\mathrm{sech}\,(\eta z + f(t))\,\mathrm{e}^{i(k(t)z + q_0 z + \psi(t) + \phi(t))}\\ \cos(\theta(t))\,\mathrm{sech}\,(\eta z + f(t))\,\mathrm{e}^{i(k(t)z - q_0 z - \psi(t) + \phi(t))}\end{array}\right\}. \tag{11}$$

Здесь θ, ϕ, ψ, k, f — вариационные переменные, зависящие от параметра t. Константы η, η_0, q_0 действительны.

Гамильтониан системы имеет вид

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}\int dz[H_M + a(|\Phi_1|^2 - |\Phi_2|^2) + V(z)(|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2) +$$

$$+ ib\,[(\Phi_1^*\partial_z\Phi_1 - \Phi_1\partial_z\Phi_1^*) - (\Phi_2^*\partial_z\Phi_2 - \Phi_2\partial_z\Phi_2^*)] +$$

$$+ ic\,[(\Phi_1^*\partial_z\Phi_1 - \Phi_1\partial_z\Phi_1^*) + (\Phi_2^*\partial_z\Phi_2 - \Phi_2\partial_z\Phi_2^*)] + \qquad (12)$$

$$+ d\,[(\Phi_1\partial_z\Phi_2^* - \Phi_2^*\partial_z\Phi_1) + (\Phi_1^*\partial_z\Phi_2 - \Phi_2\partial_z\Phi_1^*)] +$$

$$+ ih\,[(\Phi_1\partial_z\Phi_2^* - \Phi_2^*\partial_z\Phi_1) - (\Phi_1^*\partial_z\Phi_2 - \Phi_2\partial_z\Phi_1^*)]],$$

где $a = a_-$; $b = -ib_-/\sqrt{\varkappa_{xx,zz}}$; $c = -ib_+/\sqrt{\varkappa_{xx,zz}}$; $h = id_+/\sqrt{\varkappa_{xx,zz}}$; $H_M = |\partial_z\Phi_1|^2 + |\partial_z\Phi_2|^2 + g(|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2)^2$ — плотность гамильтониана системы уравнений Манакова [13]. Знак перед нелинейностью отвечает фокусирующей среде $g > 0$. Существование и распространение солитонов или близких по форме импульсов в таких оптических и других средах хорошо известно и изучается длительное время. В то же время исследование роли дисперсионных внедиагональных членов тензора анизотропии началось сравнительно недавно (см. ссылки в [15]).

Уравнения Лагранжа. Лагранжиан имеет вид

$$L(t) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\Big\{\frac{i}{2}\sum_{\sigma=1,2}[\mathbf{\Phi}_\sigma^*(\mathbf{\Phi}_\sigma)_t - \mathbf{\Phi}_\sigma(\mathbf{\Phi}_\sigma^*)_t] - \mathcal{H}\Big\}dz.$$

После усреднения лагранжиан приводится к виду

$$L = Q\{\zeta(t)k'(t) + \cos(2\theta(t))\psi'(t) - 2\phi'(t)\} - H_c - \langle H_M\rangle, \qquad (13)$$

$$H_c = Q\{bq_0 - \cos(2\theta(t))(a - bk(t) - cq_0) + ck(t) + k(t)G\sin(2\theta(t))\cos(\Theta(t))\}. \qquad (14)$$

В системе уравнений (13), (14) введены следующие обозначения: $Q = 2\eta_0^2/\eta$, $f(t)/\eta = \zeta(t)$, $\Theta(t) = q_0\zeta(t) - 2\psi(t)$ и $G = 2h\,\mathrm{e}^{-q_0^2/(4\eta^2)}$. Условие минимума энергии даёт систему лагранжевых уравнений, которая описывает динамику параметров солитона:

$$\partial_t\theta(t) = -G\sin(\Theta(t)), \qquad (15)$$

$$\partial_t\psi(t) = -2q_0G\cot(2\theta(t))\cos(\Theta(t)) - a + 2q_0k(t) + cq_0, \qquad (16)$$

$$\partial_t\zeta(t) = c - b\cos(2\theta(t)) - G\sin(2\theta(t))\cos(\Theta(t)), \qquad (17)$$

$$\partial_t k(t) = 2q_0G\sin(2\theta(t))\sin(\Theta(t)). \qquad (18)$$

Учитываем, что в изотропном случае уравнение (4) сводится к уравнениям Манакова, для которых значения параметров фиксированы. В частности, амплитуда солитона η_0 связана с его длительностью η равенством $\eta = \eta_0\sqrt{g}$. Фаза $\phi(t)$ не входит в уравнения (15)–(18) и определяется в рамках уравнений Лагранжа с гамильтонианом H_M. Эти уравнения дают

$$\partial_t\phi(t) = -\frac{1}{4\eta}\,[q_0k(t)\cos\left(q_0f(t)/\eta - 2\psi(t)\right) + \eta^2 + (k(t)+q_0)^2]. \tag{19}$$

Траектория импульса определяется выражением

$$\langle z\rangle = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} z(|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2)\,dz = -Q\zeta(t). \tag{20}$$

Из уравнений (15)–(18) следует, что вращение поляризации солитона возможно лишь для $b \neq 0$ и (или) $h \neq 0$, т. е. для нетривиальных недиагональных градиентных компонент тензора $\hat{\varkappa}$. Решение системы уравнений (15)–(18) существенно упрощается после перехода к вектору Стокса: $\mathbf{S} = \{S_x, S_y, S_z\}$, $S_x = \sin(2\theta(t))\cdot\sin(\Theta(t))$, $S_y = -\sin(2\theta(t))\cdot\cos(\Theta(t))$, $S_z = -\cos(2\theta(t))$.

Рассмотрим случай $a = c = 0$. Уравнения (15)–(17) представим в виде

$$\partial_t S_x(t) = 2q_0S_z(0)S_y - 2q_0^2S_zS_y, \tag{21}$$

$$\partial_t S_y(t) = -2GS_z - 2q_0S_z(0)S_x + 2q_0^2S_zS_x, \tag{22}$$

$$\partial_t S_z(t) = 2GS_y. \tag{23}$$

Система (21)–(23) с учётом интеграла $S_z^2 + S_x^2 + S_z^2 = S_z(0)^2$ приводится к уравнению

$$\partial_t^2 S_z = -2q_0^2S_z^3 - 4G^2S_z, \tag{24}$$

которое имеет известное решение

$$S_z(t) = \frac{\sqrt{1-4G^2t_0^2}}{2\lambda^2t_0}\,\mathrm{cn}\Big(\frac{t}{t_0}, k\Big), \qquad k^2 = \frac{1}{2}\,(1-4G^2t_0^2). \tag{25}$$

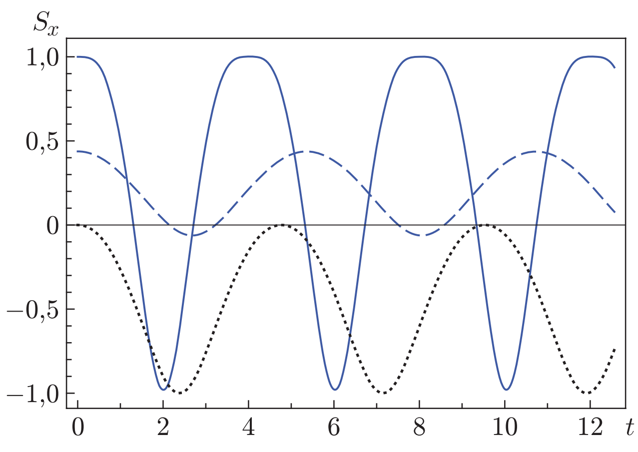

Рис. 1. Динамика поляризации для $G = 1$ и $q_0 = 0{,}25$ (пунктирная кривая), $q_0 = 0{,}5$ (штриховая кривая), $q_0 = 0{,}99$ (сплошная кривая)

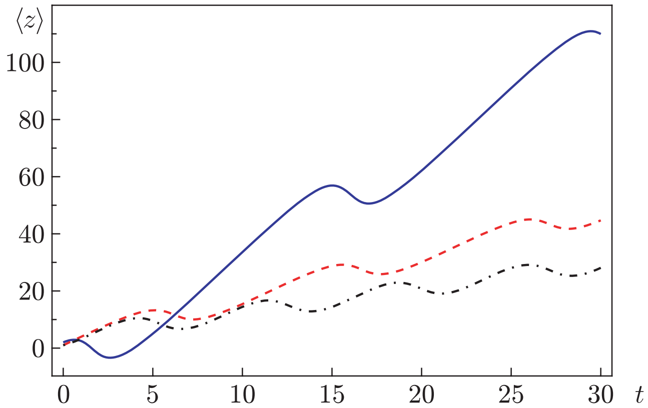

Рис. 2. Траектории центра масс солитона. Единицы безразмерные. Сплошная, пунктирная и штрихпунктирная кривые отвечают $A = 0{,}9,\ 0{,}7,\ 0{,}5$ соответственно. $C_0 = 1$, $C_1 = 20$

Здесь t_0 — произвольный параметр. Поляризация $S_x(t) = q_0 S_z(t)/G(S_z(0) - q_0 S_z(t)/2) - q_0 S_z(0)/G(S_z(0) - q_0 S_z(0)/2)$.

Динамика поляризации поля показана на рис. 1 для параметров $G = 1$, $t_0 = 0{,}5$. Значения параметров определяются начальными условиями. На рис. 2 показана динамика $\langle z \rangle$ от времени t для разных параметров среды, найденная решением уравнения (17). Влияние недиагонального градиентного члена проявляется в осцилляции траектории импульса.

Заключение. В работе показано, что влияние градиентных членов диэлектрической проницаемости в анизотропной среде приводит к негармоническому вращению поляризации солитонного импульса и к дрожанию его траектории. Параметры солитонов фиксируются начальными условиями, которые определяют разнообразие их поведения. Потенциал V может создаваться расположенными на нанорасстояниях от волновода квантовыми точками с резонансным оптическим переходом. Предполагается, что вызванная взаимодействием поля с этими наночастицами анизотропия может дать дополнительный инструмент управления поляризацией распространяющегося импульса. Влияние потенциала V в уравнении (4) может быть найдено в рамках предложенного вариационного метода. Подобным образом могут быть учтены эффекты, связанные с кривизной волновода, которые дают аналогичные градиентные члены в эволюционных уравнениях, описывающих динамику экситонов в спиральных молекулах [17].

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 18-02-00379) и Министерства науки и высшего образования РФ (государственная регистрация № АААА-А17-117062110026-3).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Robbie K., Brett M. J., Lakhtakia A.** Chiral sculptured thin films // Nature. 1996. **384**. P. 616. DOI: 10.1038/384616a0.
2. **Gansel J. K., Thiel M., Rill M. S. et al.** Gold helix photonic metamaterial as broadband circular polarizer // Science. 2009. **325**, N 5947. P. 1513–1515. DOI: 10.1126/science.1177031.
3. **Fu Y., Xu Y., Chen H.** Applications of gradient index metamaterials in waveguides // Sci. Rep. 2015. **5**. 18223. DOI: 10.1038/srep18223.

4. **Kozlov A. V., Mozhaev V. G., Begar (Zyryanova) A. V.** Waveguide effect under “antiguiding” conditions in graded anisotropic media // Journ. Phys. Condens. Matter. 2010. **22**, N 7. 075401. DOI: 10.1088/0953-8984/22/7/075401.
5. **Ma W., Cross L. E.** Flexoelectricity of barium titanate // Appl. Phys. Lett. 2006. **88**, Iss. 23. 232902. DOI: 10.1063/1.2211309.
6. **Lu D., Hu W., Guo Q.** The relation between optical beam propagation in free space and in strongly nonlocal nonlinear media // Europhys. Lett. 2009. **86**, N 4. 44004. DOI: 10.1209/0295-5075/86/44004.
7. **Greiner W.** Relativistic Quantum Mechanics. Berlin: Springer, 1990. 448 p. DOI: 10.1007/978-3-662-04275-5.
8. **Boyd R. W.** Nonlinear Optics. N. Y.: Academic, 2003. 450 p.
9. **Longhi S.** Zitterbewegung of optical pulses in nonlinear frequency conversion // Journ. Phys. B: Atomic, Molecular and Opt. Phys. 2010. **43**, N 20. 205402. DOI: 10.1088/0953-4075/43/20/205402.
10. **Kivshar Y. S., Agrawal G. P.** Optical Solitons: From Fibers to Photonic Crystals. San Diego: Academic Press, 2003. 500 p.
11. **Tsitsas N. L., Lakhtakia A., Frantzeskakis D. J.** Vector solitons in nonlinear isotropic chiral metamaterials // Journ. Phys. A: Math. Theor. 2011. **44**, N 43. 435203. DOI: 10.1088/1751-8113/44/43/435203.
12. **Берхоер А. Л., Захаров В. Е.** Самовозбуждение волн с различной поляризацией в нелинейной среде // ЖЭТФ. 1970. **58**, вып. 3. С. 903–911. URL: http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/r/index/r/58/3/p903?a=list (дата обращения: 22.03.2019).
13. **Манаков С. В.** К теории двумерной стационарной самофокусировки электромагнитных волн // ЖЭТФ. 1974. **65**, вып 2. С. 505–516. URL: http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/r/index/r/65/2/p505?a=list (дата обращения: 22.03.2019).
14. **Zabolotskii A. A.** Zitterbewegung in a Kerr medium // Phys. Rev. A. 2019. **99**, N 2. 023839. DOI: 10.1103/PhysRevA.99.023839.
15. **Progress** in Optics /Ed. E. Wolf. Vol. 43. Elsevier B. V., 2002. 634 p. Ch. 2: Variational methods in nonlinear fiber optics and related fields /B. A. Malomed. P. 71–193. DOI: 10.1016/S0079-6638(02)80026-9.
16. **Заболотский А. А.** Управление диссипативными солитонами в волноводной ловушке // Автометрия. 2015. **51**, № 2. С. 61–70.
17. **Заболотский А. А.** Особенности диполь-дипольного взаимодействия в спиральном молекулярном агрегате // Автометрия. 2018. **54**, № 4. С. 117–125.

Поступила в редакцию 22.03.2019
После доработки 28.05.2019
Принята к публикации 28.05.2019