

УДК 517.977.58

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЧЁТКОЙ ЛОГИКИ В ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ НЕПРЕРЫВНО-ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ МНОГООПЕРАЦИОННЫМИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

© В. Н. Митрошин, Г. Н. Рогачев, Б. К. Чостковский, Н. Г. Рогачев

*Самарский государственный технический университет,
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244
E-mail: grogachev@mail.ru*

Рассматривается численный метод синтеза программ работы цифровых регуляторов гибридных непрерывно-дискретных систем управления. Метод базируется на способе организации на цифровых регуляторах алгоритмов управления в виде систем правил и на процедуре нечёткой оптимизации для определения правил работы регуляторов. Непрерывную часть гибридных систем управления составляют многооперационные технологические цепочки, являющиеся нелинейными, многомерными и многосвязными объектами управления, дискретную часть — цифровые регуляторы. Разработанные цифровые регуляторы обеспечивают выполнение требований самого общего характера к управляемым процессам, в том числе нечётко формулируемых.

Ключевые слова: система управления, нечёткая оптимизация, многооперационные технологические процессы.

DOI: 10.15372/AUT20190408

Введение. Практические требования к повышению качества управляемых процессов, равно как и многие существенные особенности прикладных задач, определяющие их специфику, не вписываются в постановочные аспекты используемых классических схем решения оптимизационных задач, формализм которых вынужденно абстрагируется от целого ряда важных для приложений факторов. Исследование сложных многооперационных систем управления во многих научных работах проводится на основе традиционных подходов. Игнорируется взаимное влияние как отдельных частей технологического процесса, так и управляющих подсистем. Синтез алгоритмов работы подсистем производится без учёта влияния предыдущих этапов на качество последующих.

Новизна предлагаемого подхода состоит в способе организации на цифровых регуляторах алгоритмов управления в виде систем правил (продукций), задача поиска которых формулируется как проблема нечёткой оптимизации. Системы продукций могут изменяться во времени, адаптируясь к условиям работы технологической цепочки, что достигается организацией в темпе с многооперационным процессом выполняемых цифровыми регуляторами необходимых вычислительных процедур. Существенным моментом является также учёт при определении алгоритмов работы отдельных управляющих подсистем не только требований к текущему этапу, но и возможных последствий для других этапов.

При продукционном подходе процедура синтеза регулятора любой системы управления едина. Вне зависимости от конкретной задачи определяется количество элементов системы правил (пар типа антецедент — консеквент) и её наполнение. Решение подобных задач традиционными методами, базирующимися на аналитическом конструировании автоматических регуляторов, связано с серьёзными затруднениями. Необходимость одновременного учёта различных факторов определяющего характера не позволяет сформулировать в замкнутой аналитической форме алгоритмы функционирования гибридных непрерывно-дискретных систем управления с требуемыми показателями эффективности.

Рассмотрению задач синтеза систем правил работы цифровых регуляторов гибридных непрерывно-дискретных систем управления посвящено значительное число исследований. В [1] отмечено, что применительно к целому ряду прикладных задач синтеза (в том числе оптимального) компьютерных систем управления возможно либо осуществить предварительную конечномерную параметризацию некоторых элементов системы продукции, определяющей алгоритм работы искомого регулятора, либо определить набор элементарных функций, из которых будет строиться решение. Это позволяет решать подобные задачи численно как задачи конечномерной оптимизации. Примером может быть рассмотренная в [2] численно-аналитическая процедура оптимального синтеза продукционной модели регулятора. Эта процедура предполагает использование конечномерной оптимизации для поиска моментов срабатывания регулятора и количества таких срабатываний. Тем самым определяется количество правил системы продукции и часть «условие», т. е. «антецедент», каждого из правил. Для вычисления части «действие», т. е. «консеквента», используется базирующаяся на достаточных условиях оптимальности в форме Беллмана аналитическая процедура поиска на каждом из временных интервалов закона управления с полной обратной связью. Эта процедура применима в задачах синтеза оптимальных по квадратичному критерию качества законов управления линейными объектами. Однако использовать её для решения более широкого круга задач непросто. Так, затруднён синтез системы продукции регулятора, управляющего нелинейным объектом, поскольку в этом случае не представляется возможным установить аналитическое выражение для функции Беллмана. Определённые проблемы вызывает синтез системы продукции регулятора при наличии ограничений на фазовые переменные и управляющие воздействия.

Частично снять эти проблемы можно при использовании прямых методов решения задач оптимального управления. Применяемый в пакете численной оптимизации GPOPS-II псевдоспектральный метод Гаусса [3] предполагает дискретизацию непрерывной задачи посредством аппроксимации переменных состояния и управляющих переменных интерполяционными полиномами. Таким образом, исходная задача редуцируется в задачу нелинейного программирования, которая далее решается известными методами. Недостатком этого и подобных подходов является чрезмерно высокий порядок получаемой системы уравнений, что требует значительных вычислительных ресурсов и затрудняет использование метода в режиме реального времени.

Используемый подход. Указанных недостатков лишён рассматриваемый в работе альтернативный вариант — процедура нечёткой оптимизации для определения правил работы регуляторов в задачах управления с нечёткими целями и ограничениями.

В последнее время нечёткие подходы получили значительное распространение. Многие современные задачи управления, которые не могут быть решены классическими методами из-за большой сложности математических моделей управляемых процессов, неопределённости ограничений и целей управления, успешно решаются средствами нечёткой логики. Нечёткая логика в задачах управления может использоваться либо для построения систем управления с регуляторами, работающими по нечётким правилам, либо для синтеза систем управления с нечёткими целями работы и ограничениями.

В предлагаемой работе рассматривается второй вариант применения нечёткой логики: синтез систем управления многооперационными технологическими цепочками при наличии нечётко сформулированных целей их работы и ограничений. В этом случае осуществляется выбор такого регулятора, с которым поведение системы максимально удовлетворяет и нечётким целям, и нечётким ограничениям. В основополагающей работе [4] рассматривается процесс принятия решений в условиях неопределённости, когда цели и ограничения заданы нечёткими множествами. При принятии решений не делается различия между целями и ограничениями, их разделение является условным. Решается проблема, которая требует, чтобы целевая функция и ограничения удовлетворяли в максималь-

но возможной степени некоторым условиям, заданным нечёткими величинами, каждая из которых определена соответствующей функцией принадлежности. Если не существует альтернативы, которая полностью удовлетворяет и цели, и ограничениям, то в качестве решения выбирают альтернативу с максимальной степенью принадлежности. Это даёт компромиссное решение, представляющее наилучший вариант степеней удовлетворения целевым функциям и ограничениям, что может быть особенно полезно в задачах, где цели и ограничения выражены вербальным способом [5–7].

Традиционный подход к решению процедуры синтеза системы правил работы программного регулятора предполагает её формулирование как задачи математического программирования вида

$$\min_{z \in Z} f(z), \quad g_i(z) \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (1)$$

где $z \in Z$ — искомое решение, $f(z)$ — целевая функция, минимизируемый критерий качества, $g_i(z)$ — уравнения связи или ограничения.

Проблема (1) может быть переформулирована так, что границы, которые отделяют приемлемые решения от неприемлемых, станут размытыми, а степени приемлемости отдельных решений будут представлены нечёткими числами. Для этого целевая функция и ограничения должны пониматься в нечётком смысле [8]. При использовании обозначений, применяемых в области нечёткой оптимизации, нечёткая версия проблемы (1) может быть записана как

$$\widetilde{\min}_{z \in Z} f(z), \quad g_i(z) \widetilde{\geq} 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (2)$$

где « \sim » — символ нечёткой операции. Пусть функции принадлежности $\mu_0(\cdot)$, $\mu_i(\cdot)$, $i = 1, 2, \dots, m$, представляют степени выполнения цели и ограничений. Решение оптимизационной задачи (2) должно удовлетворять насколько возможно и цели, и ограничениям, т. е. максимизировать минимальное из значений $\mu_i(\cdot)$, $i = 0, 1, \dots, m$. Нечёткая проблема математического программирования (2) может быть преобразована [9] в задачу поиска $\max_{z \in Z} C(z)$, где $C(z)$ представляет глобальную степень удовлетворения решением z цели и ограничений: $C(z) = \min\{v_0, v_1, \dots, v_m\}$, $v_0 = \mu_0(f(z))$, $v_i = \mu_i(g_i(z))$, $i = 1, 2, \dots, m$. Окончательно нечёткая проблема (2) приобретает вид определения такого решения $z \in Z$, которое обеспечивает

$$\max_{z \in Z} \min_i (v_i), \quad i = 0, 1, \dots, m, \quad (3)$$

где $v_0 = \mu_0(f(z))$, $v_i = \mu_i(g_i(z))$, $i = 1, 2, \dots, m$, функции принадлежности $\mu_0(\cdot)$, $\mu_i(\cdot)$, $i = 1, 2, \dots, m$, представляют степени выполнения цели и ограничений соответственно. Далее проблема (3) решается известными численными методами. В качестве процедуры численного решения (3) использовалась функция `fminimax` пакета MATLAB [10], позволяющая минимизировать максимальное из значений множества целевых функций с учётом линейных и нелинейных ограничений.

Изложенным способом могут быть решены задачи достаточно общего вида, включая представляющую особый интерес задачу управления с помощью цифровых регуляторов нелинейными, многомерными и многосвязными объектами в виде многооперационных технологических процессов. А именно пусть управляемый процесс состоит из P этапов с номерами $p = (1, \dots, P)$ (рис. 1). Процессы могут следовать один за другим или идти

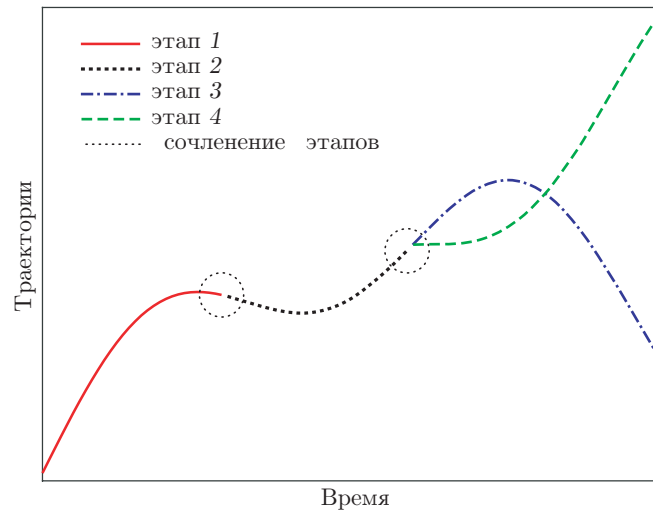


Рис. 1. Пример многоэтапного процесса

одновременно. Требуется минимизировать функционал вида

$$J = \sum_{p=1}^P J^{(p)} = \sum_{p=1}^P \left[\Phi^{(p)}(x^{(p)}(t_0), t_0, x^{(p)}(t_f), t_f, q^{(p)}) + \int_{t_0^{(p)}}^{t_f^{(p)}} L^{(p)}(x^{(p)}(t), u^{(p)}(t), t, q^{(p)}) dt \right]$$

с учётом динамических ограничений $\dot{x}^{(p)} = f^{(p)}(x^{(p)}, u^{(p)}, t, q^{(p)})$, граничных условий $\varphi_{\min} \leq \varphi^{(p)}(x^{(p)}(t_0), t_0^{(p)}, x^{(p)}(t_f), t_f^{(p)}, q^{(p)}) \leq \varphi_{\max}$, ограничений в виде неравенств $C^{(p)}(x^{(p)}(t), u^{(p)}(t), t, q^{(p)}) \leq 0$ и условий непрерывности фазовых переменных в точках сочленения этапов $F^{(s)}(x^{(p_l^s)}(t_f^{(p_l^s)}), t_f^{(p_l^s)}, q^{(p_l^s)}, x^{(p_u^s)}(t_0^{(p_u^s)}), t_0^{(p_u^s)}, q^{(p_u^s)}) = 0$, $p_u^s, p_l^s \in [1, \dots, P]$, $s = 1, 2, \dots, L$. Здесь $x^{(p)}(t) \in R^{n_p}$, $u^{(p)}(t) \in R^{m_p}$, $q^{(p)}(t) \in R^{q_p}$ и $t \in R$ — состояние, управление, параметры и время на этапе p , s — номер сочленения, L — количество сочленений этапов, p_l^s и p_u^s — номера левого и правого сочлѐнных этапов, $t_f^{(p_l^s)}$ и $t_0^{(p_u^s)}$ — время окончания этапа с номером p_l^s и начала этапа с номером p_u^s .

Эта многоэтапная задача разбивается на P подзадач, связанных граничными условиями для непрерывных переменных. В результате решения задачи (3) определяется набор оптимальных программных управлений $u^{(p)}(t) \in R^{m_p}$, $p = (1, \dots, P)$. Структура такого управления определяет количество правил продукционной модели регулятора как число интервалов постоянства закона изменения оптимального управления.

Практическая реализация. В работе решены задачи синтеза системы продукции регулятора с нечётко сформулированными требованиями к некоторым промежуточным и конечному состояниям нелинейного, многомерного и многосвязного объекта управления в виде многооперационной технологической цепочки и ограничениям, налагаемым на вид системы правил работы регулятора. Специфика рассмотренных задач при оптимизации текущего этапа заключается в необходимости учёта не только требований к этому этапу, но и возможных последствий для дальнейших или протекающих одновременно этапов.

В качестве характерного примера предложена задача синтеза системы правил регулятора в задаче управления складским погрузчиком как нелинейным многомерным объектом

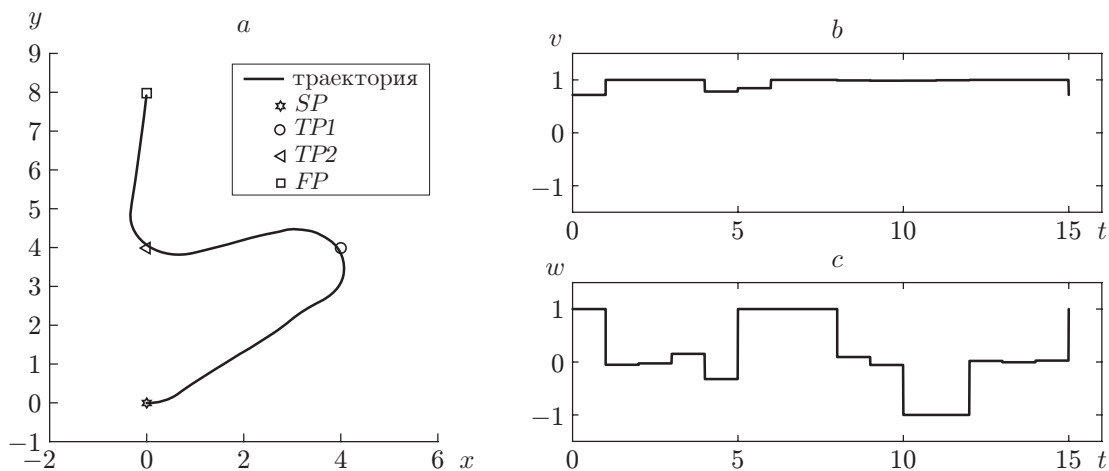


Рис. 2. Нечётко-оптимальное решение задачи перемещения складского погрузчика: нечётко-оптимальная траектория (а), управляющие воздействия $v(t)$, $w(t)$, реализующие нечётко-оптимальную траекторию (б)

третьего порядка

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos(\varphi); \\ \dot{y} = v \sin(\varphi); \\ \dot{\varphi} = w|v|, \end{cases} \quad (4)$$

где x, y — пространственные координаты, φ — направление движения, w и v — управляющие воздействия на скорость прямолинейного движения и скорость изменения направления движения.

Пусть задача управления с нечёткой целью и ограничениями сформулирована следующим образом. Необходимо по кратчайшему пути $L = \int_0^{t_F} \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} dt \rightarrow \min$ за время t_F перевести объект управления (4) из точки фазового пространства SP с координатами $(x_0, y_0, \varphi_0) = (0, 0, 0)$ в точку FP с координатами $(x_3, y_3, \varphi_3) = (0, 8, \pi/2)$, перед этим посетив последовательно точку $TP1$ с координатами $(x_1, y_1) = (4, 4)$ и точку $TP2$ с координатами $(x_2, y_2) = (0, 4)$. Этот вариант задачи коммивояжёра соответствует в складских условиях требованию к погрузчику забрать груз из мест хранения $TP1$ и $TP2$ и доставить по назначению в точку FP . Функции принадлежности нечётких множеств заданы аналитически:

$$\mu_0(L) = \frac{1}{1 + e^{(L-20)^2}}; \quad \mu_1(\rho_1) = e^{-2\rho_1^2}; \quad \rho_1 = \min_{t \in [0, t_F]} \sqrt{(x_{TP1} - x(t))^2 + (y_{TP1} - y(t))^2};$$

$$\mu_2(\rho_2) = e^{-2\rho_2^2}; \quad \rho_2 = \min_{t \in [0, t_F]} \sqrt{(x_{TP2} - x(t))^2 + (y_{TP2} - y(t))^2};$$

$$\mu_3(\rho_3) = e^{-2\rho_3^2}; \quad \rho_3 = \min_{t \in [0, t_F]} \sqrt{(x_{TF} - x(t))^2 + (y_{TF} - y(t))^2}; \quad \mu_4(\varphi) = e^{-0,6(\varphi(t_F) - \varphi_3)^2}.$$

Нечёткое решение найдём из соотношения (3). Систему правил работы цифрового программного регулятора будем искать в следующем виде: «если $t \in [i, i + 1)$, то $v(t) = v_i$,

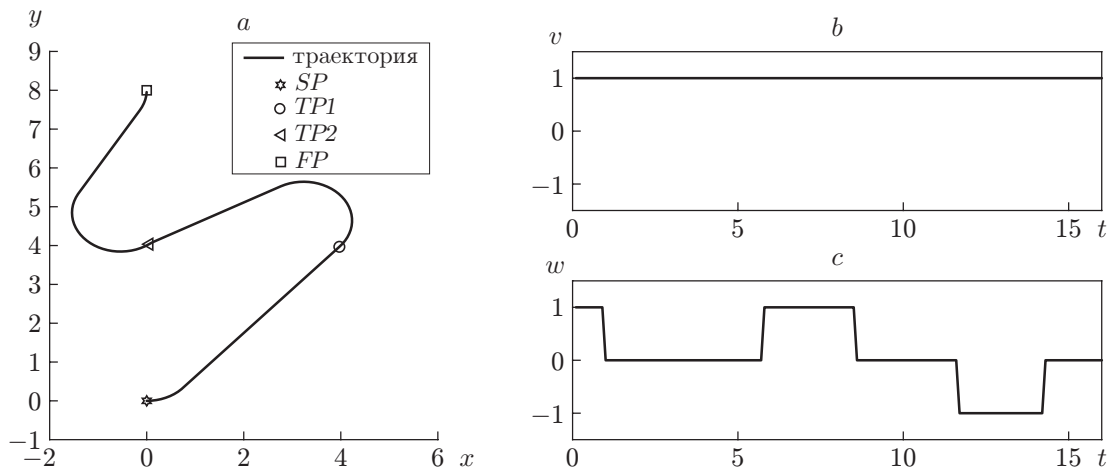


Рис. 3. Локально-оптимальное решение задачи перемещения складского погрузчика: локально-оптимальная траектория (a), управляющие воздействия $v(t)$, $w(t)$, реализующие эту траекторию (b)

$w(t) = w_i, i = 0, 1, 2, \dots, t_F - 1$ », что соответствует единичной частоте срабатывания регулятора (один раз в единицу модельного времени). На рис. 2 представлены найденная траектория движения роботизированного складского погрузчика и реализующие такое движение управляющие воздействия $v(t)$, $w(t)$. Полученное решение имеет следующие параметры: $L = 14,3$, $t_F = 15$, степень удовлетворения нечётким требованиям и ограничениям $\mu_0 = \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = 0,99$.

Для сравнения приведём характеристики маршрута, состоящего из трёх локально-оптимальных участков, и реализующие такое движение управляющие воздействия (рис. 3). Найденное решение имеет следующие параметры: $L = 17,1$, $t_F = 17,1$. Первый локально-оптимальный участок траектории — переход объекта управления (4) из точки SP в точку $TP1$ — несколько сокращается. Однако общая длина пути больше на 20 %, поскольку при оптимизации первой части траектории не была учтена необходимость посещения других пунктов, следствием чего является значительное удлинение последующих локально-оптимальных участков.

Для складских помещений ограниченного объёма и высокой плотности транспортного потока весьма актуальна проблема предотвращения столкновений транспортных средств друг с другом. В качестве ещё одного характерного примера рассмотрена задача синтеза траекторий и систем правил работы регуляторов в задаче управления двумя роботизированными складскими погрузчиками, одновременно перемещающимися навстречу друг другу по потенциально опасным траекториям.

Нечёткие условия сформулированы следующим образом: необходимо по кратчайшему пути за определённое время t_1 перевести первый объект управления вида (4) из точки фазового пространства с координатами $(x_{01}, y_{01}, \varphi_{01}) = (0, 1, 0)$ в точку с координатами $(x_{11}, y_{11}, \varphi_{11}) = (7, 2, 0)$. Одновременно необходимо по кратчайшему пути за время t_2 перевести второй объект управления (4) из точки фазового пространства с координатами $(x_{02}, y_{02}, \varphi_{02}) = (7, 1, \pi)$ в точку с координатами $(x_{12}, y_{12}, \varphi_{12}) = (0, 0, \pi)$. Функции принадлежности нечётких множеств длин траекторий и точности достижения требуемой точки заданы по аналогии с предыдущим примером. Однако в качестве дополнительного необходимо поставить условие обеспечения безопасности маршрутов перемещения. В противном случае требование следовать по кратчайшему пути приведёт к столкновению. Это дополнительное условие зададим в виде функции принадлежности $\mu_d(d)$ нечёткого множества

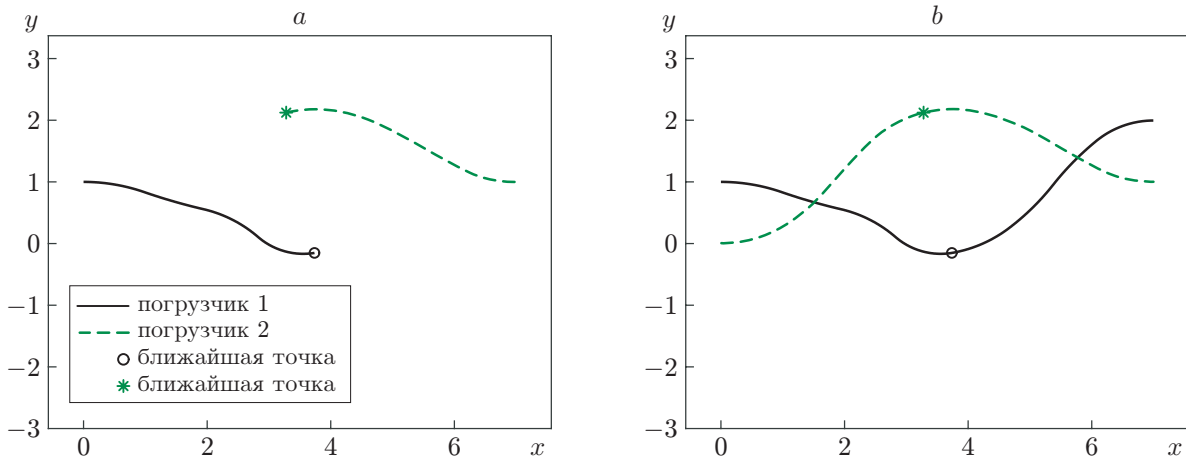


Рис. 4. Нечётко-оптимальное решение задачи одновременного перемещения двух складских погрузчиков: начальные участки нечётко-оптимальных траекторий (a), нечётко-оптимальные траектории полностью (b)

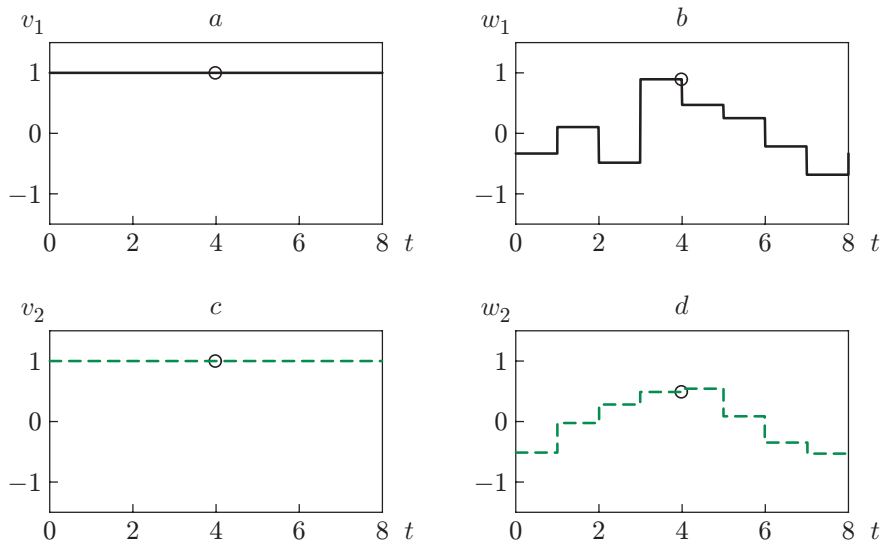


Рис. 5. Управляющие воздействия, реализующие нечётко-оптимальные траектории в задаче перемещения двух складских погрузчиков: воздействия $v_1(t)$, $w_1(t)$, обеспечивающие траекторию первого погрузчика (a,b) и воздействия $v_2(t)$, $w_2(t)$ для второго погрузчика (c,d)

допустимых значений расстояния d между погрузчиками:

$$\mu_d(d) = \frac{1}{1 + e^{-3(d^2-2)^2}}, \quad d = \max_{t \in [0, t_1]} \sqrt{(x_1(t) - x_2(t))^2 + (y_1(t) - y_2(t))^2}.$$

Характеристики найденного решения, включающего маршруты обоих погрузчиков и алгоритмы управления ими, иллюстрируются рис. 4, 5; степень удовлетворения нечётким требованиям и ограничениям составляет 0,97–0,98.

Заключение. Рассмотренные примеры свидетельствуют о возможности использования нечёткой логики в задачах синтеза систем продукций регуляторов в условиях нечётко сформулированных требований к промежуточным и конечному состояниям нелинейного,

многомерного и многосвязного объекта управления в виде многооперационной технологической цепочки и ограничений, налагаемых на вид системы продукции. Развитие метода, изложенного в [11], состоит в постановке и решении задач управления многооперационными технологическими процессами. Суть подхода заключается в представлении взаимодействующих управляющих подсистем в виде совокупности организованных на цифровых регуляторах вычислительных процедур синтеза алгоритмов управления продукционного (основанного на правилах) вида. Системы продукции априори не фиксируются и изменяются во времени, адаптируясь к условиям работы системы управления. Это позволяет определить структуру системы продукционных правил и её содержание. Такой подход считается весьма перспективным, на его базе представляется возможным автоматизировать весь процесс проектирования систем управления: от постановки задачи до моделирования их работы, включая проверку программного обеспечения, а также создавать технические устройства, самостоятельно генерирующие алгоритмы работы своих систем управления, и при необходимости модернизировать их.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 18-08-00506).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Рогачев Г. Н.** Продукционный метод описания, анализа и синтеза автоматических регуляторов непрерывно-дискретных систем управления // Cloud of Science. 2014. **1**, № 1. С. 17–40.
2. **Рогачев Г. Н., Егоров В. А.** Численно-аналитическая процедура оптимального синтеза гибридных систем // Вестн. СамГТУ. Сер. Технические науки. 2010. **28**, № 3. С. 32–37.
3. **Patterson M., Rao A.** GPOPS-II: A MATLAB software for solving multiple-phase optimal control problems using hp-adaptive Gaussian quadrature collocation methods and sparse nonlinear programming // ACM Trans. Math. Software. 2014. **41**, Is. 1. P. 1.1–1.37.
4. **Bellman R. E., Zadeh L. A.** Decision-making in fuzzy environment // Manag. Sci. 1970. **17**, N 4. P. 141–160.
5. **Yager R. R., Zadeh L. A.** An Introduction to Fuzzy Logic Applications in Intelligent Systems. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1992. 356 p.
6. **Zadeh H. S.** Constrained multi-objective optimization of a fuzzy logic controller-applications in a non-linear system and a goal-seeking rover // Proc. of IEEE Conf. on Control Applications. 2003. V. 1. Istanbul, Turkey, 25 June 2003. P. 240–244.
7. **Zhou Z., Chu F., Che A., Zhou M.** ε -Constraint and fuzzy logic-based optimization of hazardous material transportation via lane reservation // IEEE Trans. Intell. Transp. Syst. 2013. **14**, N 2. P. 847–857.
8. **Леоненков А. В.** Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. С.-Пб.: БХВ–Петербург, 2005. 736 с.
9. **Carlsson C., Fuller R., Giove S.** Optimization under fuzzy rule constraints // Belg. Journ. Oper. Res., Statist. Comput. Sci. 1998. **38**. P. 17–24.
10. **MathWorks.** Documentation. fminimax. Solve minimax constraint problem. URL: <https://www.mathworks.com/help/optim/ug/fminimax.html> (дата обращения: 04.07.2019).
11. **Rogachev G. N., Tyan P. V.** Fuzzy goals and constraints in mobile robot motion planning problem in a heterogeneous environment // Proc. of the Intern. Conf. «Stability and Control Processes» in Memory of V. I. Zubov. Saint Petersburg, Russia, 5–9 Oct., 2015. P. 589–592.

Поступила в редакцию 29.04.2019

После доработки 07.05.2019

Принята к публикации 07.05.2019