

УДК 681.515.8

ОСОБЕННОСТИ СИНТЕЗА ПИД-РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО ОБЪЕКТА ВТОРОГО ПОРЯДКА

© Г. А. Французова, А. С. Востриков

*Новосибирский государственный технический университет,
630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20
E-mail: frants@ac.cs.nstu.ru
a.s.vostrikov@gmail.com*

Предлагается процедура расчёта ПИД-регуляторов для класса нелинейных нестационарных объектов второго порядка. В целях уменьшения возможных скачков в управлении его пропорционально-дифференциальные составляющие переносятся в канал обратной связи системы. Показано, что наличие в системе специального дифференцирующего устройства с малой инерционностью порождает быстрые процессы на фоне медленных рабочих, выделение которых осуществляется с использованием методики разделения движений. Рассчитанный на этой основе регулятор обеспечивает инвариантность системы по отношению как к действию внешних неконтролируемых возмущений, так и к изменению параметров объекта. Результаты численного моделирования системы в среде MATLAB иллюстрируют её основные свойства.

Ключевые слова: нелинейный объект второго порядка, ПИД-регулятор, система стабилизации, разнотемповые процессы, разделение движений.

DOI: 10.15372/AUT20190406

Введение. Несмотря на то что одними из первых применяемых в промышленности регуляторов были типовые ПИД-регуляторы [1–4], они до сих пор широко используются в различных технических системах благодаря своей простоте и надёжности. Однако применение таких регуляторов ограничивается в основном линейными объектами невысокого порядка. В настоящее время предложено много рекомендаций по настройке [5–7], расчёту [6, 8–11] и оптимизации параметров типовых регуляторов [12], при этом в ряде случаев после расчёта ПИД-регулятора приходится осуществлять ручную подстройку его параметров. Причём в ситуации, когда существенное влияние оказывают внешние факторы (например изменение нагрузки, температуры окружающей среды, порывы ветра, давление и т. п.) или в процессе функционирования произвольным образом изменяются параметры самого объекта, типовые регуляторы не всегда обеспечивают требуемое качество работы, тогда рассматриваются преобразования регулятора, способные наделить его свойством робастности [7, 13–17].

Для сложных нелинейных объектов использование типовых регуляторов затруднено из-за отсутствия адекватной процедуры расчёта. Разные приёмы, учитывающие конкретный тип нелинейной характеристики объекта, в ряде случаев позволяют получить удовлетворительное качество работы системы, но не могут быть распространены на произвольный тип нелинейных объектов, подверженных влиянию неконтролируемых возмущений. Одним из наиболее подходящих методов синтеза регуляторов в такой ситуации является метод локализации [18], который предполагает применение производных (включая старшую) в обратной связи. Поскольку ПИД-регулятор имеет в своём составе производную, то для объектов невысокого порядка можно использовать идею этого метода при расчёте его параметров.

В данной работе представлена оригинальная процедура расчёта коэффициентов ПИД-регулятора для класса нелинейных нестационарных объектов второго порядка, обеспечи-

вающая инвариантность свойств синтезированной системы. В целях уменьшения бросков управления в системах стабилизации предлагается предварительно выделить отдельные составляющие регулятора и перенести пропорционально-дифференциальный канал в обратную связь [6, 19], причём для реализации дифференциальной компоненты нужно использовать специальное дифференцирующее устройство. Наличие такого устройства вместе с коэффициентом усиления пропорциональной составляющей ПИД-регулятора приводит к возникновению в системе быстрых движений на фоне медленных рабочих движений. Выделение составляющих общего процесса с помощью метода разделения движений [20] позволяет осуществлять синтез регулятора с использованием модального подхода [18].

Постановка задачи. Будем рассматривать задачу стабилизации для нелинейного нестационарного объекта второго порядка, математическая модель которого имеет вид

$$\ddot{y} = f(t, \dot{y}, y) + b(t, \dot{y}, y)u, \quad (1)$$

где $y \in \mathbf{R}^1$ — выходная переменная объекта; $u \in \mathbf{R}^1$ — управляющее воздействие; $f(t, \dot{y}, y)$ и $b(t, \dot{y}, y)$ — дифференцируемые функции, но их значения известны неточно и могут изменяться в рабочем диапазоне $|f(\cdot)| \leq f_{\max}$, $0 < b_{\min} \leq |b(\cdot)| \leq b_{\max}$ в зависимости от условий работы системы. Зависимость функций $f(t, \dot{y}, y)$ и $b(t, \dot{y}, y)$ от времени отражает действие на объект параметрических и сигнальных возмущений.

В качестве регулятора будем использовать типовой ПИД-регулятор, параметры которого необходимо определить таким образом, чтобы качество процессов в системе удовлетворяло заданным требованиям в виде оценок времени переходного процесса (t_p^*), перерегулирования (σ^*) и допустимой ошибки в статике (Δ^*). При этом рассчитанный регулятор должен обладать свойством инвариантности как к внешним неконтролируемым возмущениям, так и к изменению параметров объекта.

Описание замкнутой системы. Идеальный ПИД-регулятор представляет собой совокупность линейных звеньев, и его модель имеет вид передаточной функции

$$W_{\text{ПИД}}(s) = k_{\text{п}} + k_{\text{и}}/s + k_{\text{д}}s, \quad (2)$$

где $k_{\text{п}}$, $k_{\text{и}}$ и $k_{\text{д}}$ — коэффициенты пропорциональной, интегральной и дифференциальной составляющих соответственно. Для удобства последующих расчётов преобразуем передаточную функцию регулятора (2) к виду

$$W_{\text{ПИД}}(s) = k_{\text{п}}[c_0/s + (c_1s + 1)], \quad (3)$$

где введены следующие обозначения: $c_0 = k_{\text{и}}/k_{\text{п}}$, $c_1 = k_{\text{д}}/k_{\text{п}}$.

Следует отметить, что обычное включение ПИД-регулятора на входе системы предполагает обработку начальных состояний и/или внешних возмущений. При работе в режиме слежения или при обработке ступенчатого входного сигнала на выходе таких регуляторов могут возникать какие угодно большие значения управляющих воздействий, что технически нереализуемо. Для исключения подобных ситуаций обычно переносят дифференциальную составляющую регулятора в обратную связь [6, 11, 19]. В данном случае предлагается перенести в обратную связь пропорциональную и дифференциальную составляющие, при этом структура системы принимает вид, представленный на рис. 1.

Как видно на рисунке, при такой реализации регулятора дифференцируется только сигнал обратной связи, который обычно изменяется медленно. Следовательно, на выходе пропорционально-дифференциального канала не возникает дельтаподобных импульсов большой амплитуды, которые могли бы привести к бесконечным значениям управления.

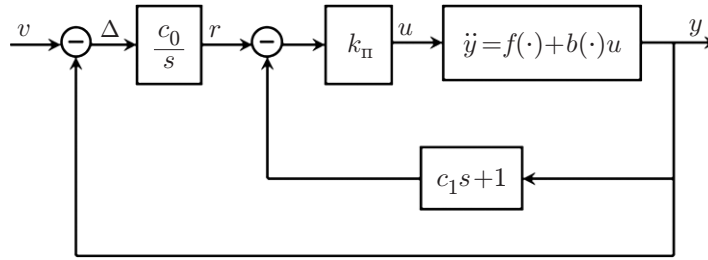


Рис. 1. Иллюстрация включения ПИД-регулятора

Поскольку замкнутая система (см. рис. 1) содержит нелинейный объект управления и линейный регулятор, то для исследования её свойств необходимо перейти к единообразному описанию. В этих целях запишем уравнение ПИД-регулятора в виде

$$u = k_{\text{П}} \left[c_0 \int_0^t (v - y) d\tau - (c_1 \dot{y} + y) \right]. \quad (4)$$

В результате подстановки (4) в (1) получим описание замкнутой системы

$$\ddot{y} = f(\cdot) + b(\cdot) k_{\text{П}} \left[c_0 \int_0^t (v - y) d\tau - (c_1 \dot{y} + y) \right],$$

откуда окончательно её модель в виде дифференциального уравнения принимает форму

$$\ddot{y} = f(\cdot) + b(\cdot) k_{\text{П}} [c_0(v - y) - c_1 \ddot{y} - \dot{y}]. \quad (5)$$

Если увеличивать коэффициент регулятора $k_{\text{П}}$, то в пределе при $k_{\text{П}} \rightarrow \infty$ уравнение (5) вырождается в $c_0(v - y) - c_1 \ddot{y} - \dot{y} = 0$ или преобразуется в

$$c_1 \ddot{y} + \dot{y} + c_0 y = c_0 v. \quad (6)$$

Таким образом, в асимптотике свойства замкнутой системы с ПИД-регулятором (4) описывает линейное уравнение второго порядка (6), причём свойства замкнутой системы не зависят от влияния нелинейностей и нестационарных параметров объекта, т. е. функций $f(\cdot)$ и $b(\cdot)$ модели (1). При этом требуемые динамические свойства в системе можно обеспечить соответствующим выбором коэффициентов c_0 и c_1 . Следует заметить, что на практике коэффициент регулятора $k_{\text{П}}$ всегда имеет конечное значение, поэтому уравнение (6) описывает динамику замкнутой системы с некоторой ошибкой.

Исследование разнотемповых процессов. Как известно, особенностью любых систем с дифференцированием выходного сигнала является их чувствительность к помехам измерения. В связи с этим техническая реализация ПИД-регулятора предполагает использование специальных устройств (фильтров) для формирования дифференциальной составляющей [11, 18, 19]. В данном случае пропорционально-дифференциальная часть регулятора в канале обратной связи будет описываться передаточной функцией

$$W_{\text{ПД}}(s) = \frac{c_1 s + 1}{\mu s + 1}, \quad (7)$$

где μ — постоянная времени дифференцирующего устройства, причём выбор численного значения μ должен обеспечивать переходные процессы в нём на порядок быстрее, чем

в системе. На практике наличие малого параметра μ наряду с большим коэффициентом регулятора k_{Π} приводит к возникновению быстрых подпроцессов на фоне медленных основных. Для того чтобы система была работоспособной, возникающие в ней быстрые подпроцессы должны быть устойчивыми, поэтому ещё на этапе проектирования необходимо исследовать разнотемповые составляющие общего процесса. Для их выделения используем метод разделения движений [18, 20], но предварительно представим дифференциальное уравнение ПИД-регулятора (4) с учётом реализации (7) в форме

$$\mu\ddot{u} + \dot{u} = k_{\Pi}[c_0v - c_1\dot{y} - (\mu c_0 + 1)\dot{y} - c_0y].$$

Учитывая, что k_{Π} — достаточно большой коэффициент пропорциональной составляющей регулятора, будем полагать $k_{\Pi}^{-1} = \mu$ и запишем уравнение регулятора

$$\mu^2\ddot{u} + \mu\dot{u} = c_0v - c_1\dot{y} - (\mu c_0 + 1)\dot{y} - c_0y. \quad (8)$$

Полное описание системы с учётом уравнения объекта (1) и регулятора (8) имеет вид

$$\begin{cases} \ddot{y} = f(t, \dot{y}, y) + b(t, \dot{y}, y)u, \\ \mu^2\ddot{u} + \mu\dot{u} = c_0v - c_1\dot{y} - (\mu c_0 + 1)\dot{y} - c_0y. \end{cases} \quad (9)$$

Введём переменные состояния $x_1 = y$, $x_2 = \dot{y}$, $u_1 = u$, $u_2 = \mu\dot{u}$, что позволит представить модель системы (9) в стандартной для метода разделения форме:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, & \dot{x}_2 = f(\cdot) + b(\cdot)u_1; \\ \mu\dot{u}_1 = u_2, & \mu\dot{u}_2 = c_0v - c_1[f(\cdot) + b(\cdot)u_1] - (\mu c_0 + 1)x_2 - c_0x_1 - u_2. \end{cases} \quad (10)$$

Применяя процедуру разделения движений, из (10) получим уравнение для медленных движений $c_1\dot{y} + \dot{y} + c_0y = c_0v$, которое совпадает с описанием системы с точной реализацией дифференциальной составляющей (6) и представляет собой эталонное уравнение системы. Быстрые процессы описывают соотношения

$$\begin{cases} x_1 = \text{const}, & x_2 = \text{const}, & f(\cdot) = \text{const}, & b(\cdot) = \text{const}, \\ \mu\dot{u}_1 = u_2, & \mu\dot{u}_2 = -c_1b u_1 - u_2 + \text{const}, \end{cases}$$

которые можно представить в виде одного уравнения

$$\mu^2\ddot{u} + \mu\dot{u} + c_1bu = \text{const}. \quad (11)$$

Как видно из (11), при использовании дифференцирующего устройства первого порядка быстрые процессы всегда устойчивы, следовательно, динамику системы (9) будет определять эталонное уравнение (6), параметры которого должны выбираться на основе заданных требований к системе. Отметим также, что известный приём повышения порядка фильтрующего полинома в (7) позволяет эффективно подавлять влияние высокочастотных помех измерения [18].

Процедура расчёта регулятора. Учитывая особенности практической реализации и свойства замкнутой системы, можно предложить следующий порядок расчёта регулятора.

1. Определяется постоянная времени устройства дифференцирования μ из условия разделимости процессов в системе.

2. Выбирается коэффициент усиления пропорциональной составляющей ПИД-регулятора k_{Π} . Поскольку он вместе с постоянной времени μ порождает разнотемповые движения, то рекомендуется полагать $k_{\Pi} = \mu^{-1}$.

3. На основании требований к системе модальным методом [18] рассчитываются коэффициенты эталонного уравнения (6). При этом от оценок процесса $(t_p^*, \sigma^*, \Delta^*)$ переходят к выбору корней и формированию желаемого характеристического уравнения

$$s^2 + d_1s + d_0 = 0. \quad (12)$$

Коэффициенты уравнения (6) определяются в виде $c_1 = d_1^{-1}$, $c_0 = d_0d_1^{-1}$.

4. Записываются соотношения для исходных параметров ПИД-регулятора: $k_{\text{п}} = \mu^{-1}$, $k_{\text{и}} = d_0d_1^{-1}k_{\text{п}}$, $k_{\text{д}} = d_1^{-1}k_{\text{п}}$.

Пример синтеза системы. Рассмотрим иллюстративный объект с моделью вида

$$\ddot{y} = a_1(t)y\dot{y} - a_2(t)y^2 + b(t)u + M(t),$$

его параметры могут произвольным образом изменяться в диапазонах $-1 \leq a_1 \leq 3$; $0 \leq a_2(t) \leq 2$; $0,5 \leq b \leq 2$; $M(t)$ — возмущение.

Требования к процессам системы заданы в виде оценок $t_n \leq 3$ с, $\sigma \leq 5\%$, статическая ошибка отсутствует. Согласно процедуре расчёта определим постоянную времени дифференцирующего устройства $\mu \approx 0,03$ с и коэффициент пропорциональной составляющей регулятора $k_{\text{п}} \approx 33$. Желаемым корням $\lambda_{1,2} = -2 \mp j1$ соответствует характеристическое уравнение (12) в виде

$$D(s) = s^2 + 4s + 5 = 0.$$

Параметры пропорционально-дифференциальных составляющих регулятора в канале обратной связи следующие: $c_0 = 1,25$, $c_1 = 0,25$ (им соответствуют исходные параметры регулятора $k_{\text{п}} = 33$, $k_{\text{д}} = 8,25$, $k_{\text{и}} = 41,25$).

На рис. 2 представлены эталонная и действительная переходные характеристики системы при постоянных значениях параметров объекта и отсутствии внешних возмущений, полученные путём моделирования в среде MATLAB. Как видно, эти процессы практически совпадают, т. е. рассчитанный регулятор обеспечивает качество процессов, соответствующее заданным требованиям.

Графики на рис. 3 показывают характер изменения управляющего воздействия, причём колебательный процесс на начальном участке управления обусловлен быстрой составляющей движения. На рис. 3, б быстрый процесс показан отдельно в соответствующем масштабе.

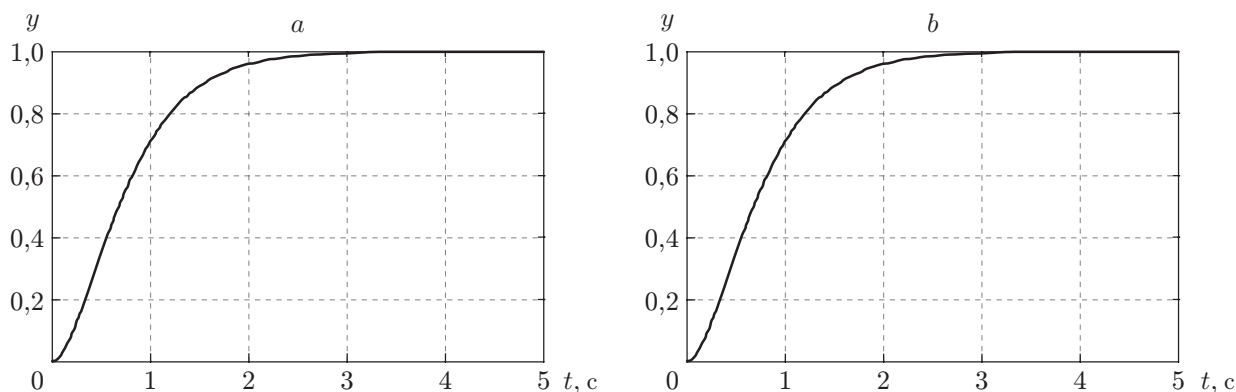


Рис. 2. Переходные характеристики системы: а — эталонный процесс, б — действительный процесс

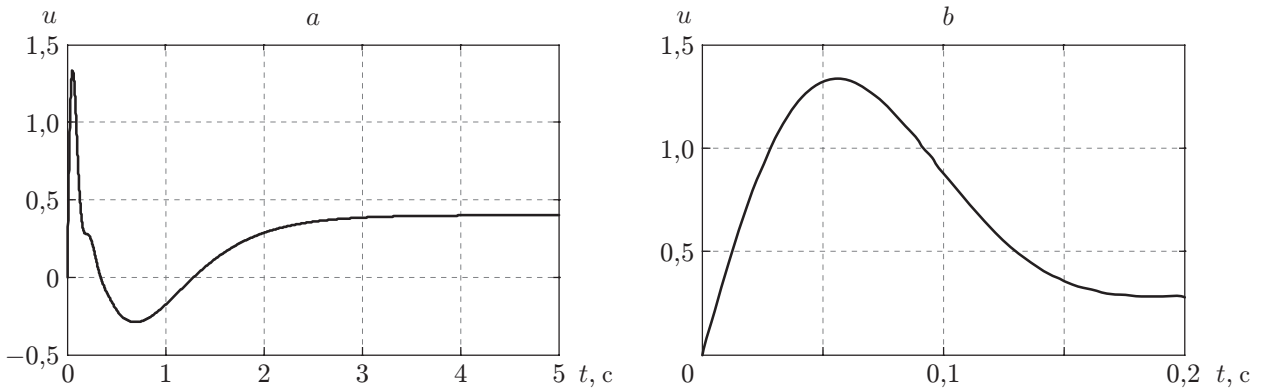


Рис. 3. Управляющее воздействие в системе: a — управляющее воздействие, b — начальный участок управления

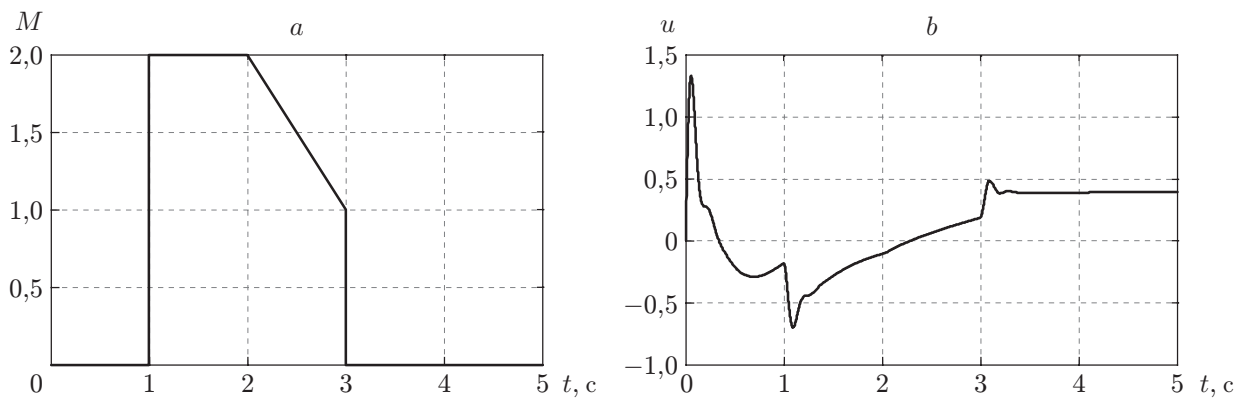


Рис. 4. Иллюстрация влияния внешнего возмущения: a — характер возмущения $M(t)$, b — изменение управления

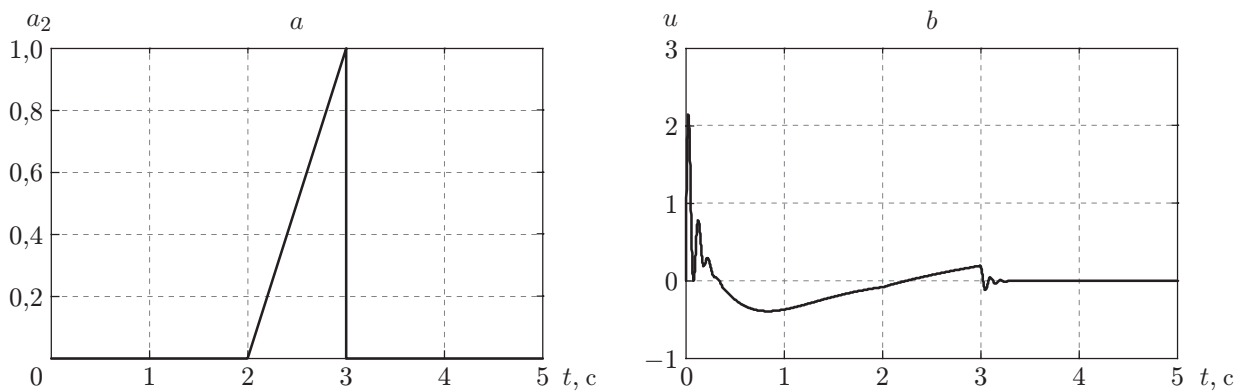


Рис. 5. Влияние нестационарного параметра объекта: a — вид изменения параметра $a_2(t)$, b — изменение управления

Представленные на рис. 4 и 5 графики иллюстрируют изменение управления при действии возмущения $M(t)$ и нестационарности параметра $a_2(t)$.

Важно отметить, что как нестационарные параметры, так и внешнее возмущение отрабатываются во внутренней быстрой подсистеме, что хорошо заметно по изменению управления на рис. 4 и 5. При этом даже существенное возмущение и изменение параметров нелинейного объекта в широком диапазоне никак не влияют на выходную переменную системы с регулятором. Выходной процесс остаётся неизменным и соответствует эталонному, представленному на рис. 2.

Заключение. Предложенный в данной работе способ расчёта коэффициентов типового ПИД-регулятора ориентирован на широкий класс нелинейных объектов с нестационарными параметрами, подверженных влиянию неконтролируемых внешних возмущений. Достоинство представленного подхода заключается в том, что коэффициенты рассчитанного регулятора не зависят от свойств объекта, т. е. он обладает свойством инвариантности по отношению к параметрическим и сигнальным возмущениям.

В целях упрощения реализации ПИД-регулятора рекомендуется использовать известный приём переноса его пропорциональной и дифференциальной составляющих в канал обратной связи. Отметим, что в этом случае регулятор может эффективно функционировать в режиме отработки ступенчатых входных воздействий.

Для реализации канала дифференцирования предложено специальное дифференцирующее устройство с малой постоянной времени, что приводит к возникновению быстрых процессов на фоне медленных рабочих. Применение в этой ситуации метода разделения движений позволило свести расчёт нелинейной системы четвёртого порядка к синтезу простой линейной системы второго порядка.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-08-00261).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Schei T. S. Automatic tuning of PID controllers based on transfer function estimation // Automatica. 1994. **30**, N 12. P. 1983–1989.
2. Денисенко В. В. ПИД-регуляторы: принципы построения и модификации // Современные технологии автоматизации. 2006. № 4. С. 66–74.
3. Шляйхер М. Техника автоматического регулирования для практиков. М.: JUMO, 2006. 273 с.
4. Дорф Р., Бишоп Р. Современные системы управления. М.: Лаборатория базовых знаний, 2002. 832 с.
5. Skogestad S. Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning // Journ. Process Contr. 2003. **13**, N 4. P. 291–309.
6. Ang K. H., Chong G., Li Y. PID control system analysis, design, and technology // IEEE Trans. Control Syst. Technol. 2005. **4**, N 13. P. 559–576.
7. Сидорова А. А., Малышенко А. М. Анализ эффективности алгоритмов автоматической настройки адаптивных промышленных ПИД-регуляторов // Изв. ТПУ. 2011. **318**, № 5. С. 110–115.
8. Никулин Е. Ф. Основы теории автоматического управления. Частотные методы анализа и синтеза систем. С.-Пб.: БХВ–Петербург, 2004. 631 с.
9. Ефимов С. В., Замятин С. В., Гайворонский С. А. Синтез ПИД-регулятора с учетом расположения нулей и полюсов системы автоматического регулирования // Изв. ТПУ. 2010. **317**, № 5. С. 102–107.

10. Wang Q.-G., Zhang Z., Astrom K. J., Chek L. S. Guaranteed dominant pole placement with PID controllers // Journ. Process Control. 2009. **19**, N 2. P. 349–352.
11. Frantsuzova G. A., Zhmud V. A., Vostrikov A. S. Possibilities of typical controllers for low order non-linear non-stationary plants // Stud. Syst., Decision Control. 2019. **199**. P. 527–539.
12. Zhmud V. A., Dimitrov L. V., Taichenachev A. V., Semibalamut V. M. Calculation of PID-regulator for MISO system with the method of numerical optimization // Proc. of the Intern. Siberian Conf. on Control and Communications (SIBCON). Astana, Kazakhstan, 29–30 June, 2017. P. 670–676.
13. Востриков А. С. Проблема синтеза регуляторов для систем автоматики: состояние и перспективы // Автометрия. 2010. **46**, № 2. С. 3–19.
14. Земцов Н. С., Французова Г. А. Синтез ПИД регулятора для системы управления прямоточным котлом // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. **16**, № 9. С. 631–636.
15. Александров А. Г., Паленов М. В. Состояние и перспективы развития адаптивных ПИД-регуляторов // Автоматика и телемеханика. 2014. Вып. 2. С. 16–30.
16. Yurkevich V. D. MIMO tracking PI/PID controller design for nonlinear systems based on singular perturbation technique // IFAC Proceedings Volumes. 2015. **48**, N 22. P. 760–765.
17. Frantsuzova G. A. PI2D-controllers synthesis for nonlinear nonstationary plants // Proc. of the XIV Intern. Scientific-Technical Conf. on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE 2018). Novosibirsk, Russia, 2–6 Oct., 2018. Vol. 1. P. 212–216.
18. Востриков А. С., Французова Г. А. Теория автоматического регулирования. М.: Юрайт, 2017. 279 с.
19. Востриков А. С., Французова Г. А. Синтез ПИД-регулятора для нелинейных нестационарных объектов // Автометрия. 2015. **51**, № 5. С. 53–60.
20. Геращенко Е. И., Геращенко С. М. Метод разделения движений и оптимизация нелинейных систем. М.: Наука, 1975. 296 с.

Поступила в редакцию 24.04.2019

После доработки 07.05.2019

Принята к публикации 14.05.2019
