

УДК 681.5

## УПРАВЛЕНИЕ КВАДРОКОПТЕРОМ В ЗАДАЧЕ ТРАНСПОРТИРОВКИ ГРУЗА НА ПОДВЕСЕ\*

А. С. Димова, К. Ю. Котов, А. С. Мальцев, А. А. Нестеров,  
М. Н. Филиппов

*Институт автоматизи и электрометрии СО РАН,  
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1  
E-mail: kotov@idisys.iae.nsk.su*

Рассматривается задача управления движением квадрокоптера при транспортировке груза на подвесе. Подвес представляет собой невесомый шарнирно закреплённый в центре масс квадрокоптера стержень с грузом на конце. Получены уравнения движения для двумерной модели с помощью уравнений Лагранжа второго рода, на базе которых построена модель, выявившая возникновение колебаний подвеса, приводящих к неустойчивости системы. Предложен регулятор, созданный на основе метода структурного синтеза и включающий в себя величину угла отклонения стержня от вертикали. Эффективность алгоритма подтверждается результатами численного моделирования.

*Ключевые слова:* квадрокоптер, управление траекторным движением, транспортировка груза на подвесе, метод структурного синтеза.

DOI: 10.15372/AUT20180515

**Введение.** Беспилотные летательные аппараты находят широкое применение в различных сферах деятельности [1–4], таких как наблюдение за отдалёнными или опасными для человека районами, доставка грузов, военная разведка и научные исследования территорий.

Сложной и актуальной задачей, решению которой посвящено пока относительно небольшое количество исследований [5, 6], является транспортировка груза на подвесе. Подвес может представлять собой трос, стержень или систему этих элементов. Удаление груза на расстояние, равное длине подвеса, позволяет значительно уменьшить величину сторонних помех от управляющих сигналов и набегающих потоков воздуха от винтов квадрокоптера. Необходимо обеспечить перемещение груза вдоль предписанной траектории с одновременным подавлением колебаний подвеса относительно вертикали.

Синтез законов управления для динамической системы квадрокоптер—груз требует привлечения методов современной теории нелинейных систем автоматического управления. Методы динамического программирования [7], линеаризации обратной связи и адаптивного управления [8], геометрической теории управления [5] позволяют строить разомкнутые или замкнутые системы управления такими объектами. В этих работах, как правило, доказывается только асимптотическая сходимость и остаётся актуальной задача вычисления управляющих воздействий, обеспечивающих заданный вид переходных процессов в замкнутой системе. В данной работе предлагается использовать подход, в котором синтез управляющих сигналов осуществляется на основе требуемого дифференциального уравнения поведения регулируемых параметров во времени [9, 10]. Результаты численного моделирования подтверждают эффективность этого способа управления.

\*Работа выполнена при финансовой поддержке Федерального агентства научных организаций (государственная регистрация № АААА-А17-117060610006-6).

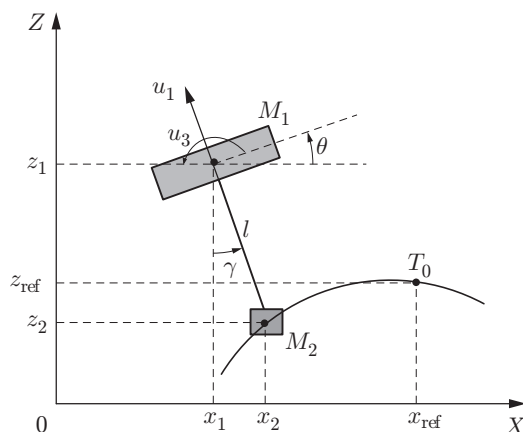


Рис. 1. Схематическое изображение системы

**Постановка задачи и вывод уравнений движения.** Рассмотрим на плоскости  $(x, z)$  систему квадрокоптер—груз, в которой центр масс квадрокоптера  $M_1$  соединён невесомым стержнем  $l$  с грузом  $M_2$  (рис. 1). Угол отклонения шарнирно закреплённого подвеса от вертикали обозначим  $\gamma$ . Координаты центра масс аппарата  $x_1, z_1$  и угол тангажа  $\theta$  связаны с координатами  $x_2, z_2$  центра масс груза соотношениями

$$\begin{cases} x_2 = x_1 + l \sin \gamma, \\ z_2 = z_1 - l \cos \gamma. \end{cases} \quad (1)$$

Для вывода уравнений движения использованы уравнения Лагранжа второго рода, которые связывают производные лагранжевых функций с обобщёнными координатами  $\mathbf{q}$  и обобщёнными силами  $\mathbf{Q}$ :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{Q}, \quad (2)$$

$$\mathbf{q} = [x, z, \theta, \gamma]^T; \quad \mathbf{Q} = [u_1 \sin \theta, u_1 \cos \theta, u_3, 0]^T. \quad (3)$$

Подъёмная сила  $u_1$  и вращающий момент  $u_3$  определяются через силы тяги, создаваемые винтами квадрокоптера [9]. С учётом (1) лагранжева функция

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{z}_1^2) + \frac{1}{2} I_{yy} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m_2 ((\dot{x}_1 + \dot{\gamma} l \cos \gamma)^2 + \\ & + (\dot{z}_1 + \dot{\gamma} l \sin \gamma)^2) - m_1 g z_1 - m_2 g (z_1 - l \cos \gamma). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $m_1$  и  $m_2$  — массы квадрокоптера  $M_1$  и груза  $M_2$  соответственно;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $I_{yy}$  — момент инерции относительно поперечной оси вращения, проходящей через центр масс квадрокоптера. Из лагранжева уравнения (2) с учётом (4) получим уравнения поступательного и вращательного движений центра масс квадрокоптера:

$$\begin{cases} (m_1 + m_2) \ddot{x}_1 = u_1 \sin \theta - m_2 l (\ddot{\gamma} \cos \gamma - \dot{\gamma}^2 \sin \gamma), \\ (m_1 + m_2) \ddot{z}_1 = u_1 \cos \theta - m_2 l (\ddot{\gamma} \sin \gamma + \dot{\gamma}^2 \cos \gamma) - (m_1 + m_2) g, \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} I_{yy}\ddot{\theta} = u_3, \\ m_1 l \ddot{\gamma} = -u_1 \sin(\theta + \gamma). \end{cases} \quad (6)$$

Задачей управления будем считать траекторное управление движением груза, а именно вывод центра масс груза в целевое положение  $T_0$  с координатами  $x_{\text{ref}}$ ,  $z_{\text{ref}}$  и дальнейшее следование за ним (см. рис. 1). Необходимо найти такие управляющие воздействия  $u_1$ ,  $u_3$ , которые обеспечат сведение к нулю рассогласования между текущими и целевыми координатами груза. Предполагается, что известны координаты центра масс квадрокоптера и его ориентация в пространстве в каждый момент времени, угол отклонения груза от вертикали и первые производные этих величин. Также считается, что двигатели квадрокоптера обладают достаточной мощностью.

**Синтез алгоритма управления.** Запишем требуемые дифференциальные уравнения на отклонение центра масс груза от целевого положения  $x_{\text{ref}}$ ,  $z_{\text{ref}}$ :

$$\begin{cases} S_x = \dot{x}_2 + k_x(x_2 - x_{\text{ref}}), \\ S_z = \dot{z}_2 + k_z(z_2 - z_{\text{ref}}), \\ S_\gamma = \dot{\gamma} + k_\gamma \gamma. \end{cases} \quad (7)$$

Зададим вынужденное движение к желаемой траектории  $S_x = 0$ ,  $S_z = 0$ ,  $S_\gamma = 0$  уравнениями

$$\dot{S}_x = -\alpha_x S_x; \quad \dot{S}_z = -\alpha_z S_z; \quad \dot{S}_\gamma = -\alpha_\gamma S_\gamma. \quad (8)$$

Здесь  $k_x, k_z, k_\gamma$  и  $\alpha_x, \alpha_z, \alpha_\gamma$  — положительные постоянные коэффициенты, определяющие время выхода груза в целевое положение. Подставив (7) в (8), получим

$$\begin{cases} \ddot{x}_2 + k_x \dot{x}_2 = -\alpha_x \dot{x}_2 - \alpha_x k_x (x_2 - x_{\text{ref}}), \\ \ddot{z}_2 + k_z \dot{z}_2 = -\alpha_z \dot{z}_2 - \alpha_z k_z (z_2 - z_{\text{ref}}), \\ \ddot{\gamma} + k_\gamma \dot{\gamma} = -\alpha_\gamma \dot{\gamma} - \alpha_\gamma k_\gamma \gamma. \end{cases} \quad (9)$$

Учитывая

$$\begin{cases} \ddot{x}_2 = \ddot{x}_1 + \ddot{\gamma} l \cos \gamma - \dot{\gamma}^2 l \sin \gamma, \\ \ddot{z}_2 = \ddot{z}_1 + \ddot{\gamma} l \sin \gamma + \dot{\gamma}^2 l \cos \gamma \end{cases} \quad (10)$$

и (5), (6), исключим старшие производные в (9):

$$\begin{cases} u_1 \sin \gamma \cdot \cos(\theta + \gamma) = (m_1 + m_2) A_x, \\ u_1 \cos \gamma \cdot \cos(\theta + \gamma) = (m_1 + m_2) A_y, \\ u_1 \sin(\theta + \gamma) = m_1 l A_\gamma, \end{cases} \quad (11)$$

где

$$\begin{cases} A_x = (\alpha_x + k_x) \dot{x}_2 + \alpha_x k_x (x_2 - x_{\text{ref}}) - m_1 / (m_1 + m_2) l \dot{\gamma}^2 \sin \gamma, \\ A_y = (\alpha_z + k_z) \dot{z}_2 + \alpha_z k_z (z_2 - z_{\text{ref}}) - g + m_1 / (m_1 + m_2) l \dot{\gamma}^2 \cos \gamma, \\ A_\gamma = (\alpha_\gamma + k_\gamma) \dot{\gamma} + \alpha_\gamma k_\gamma \gamma. \end{cases} \quad (12)$$

Преобразуем (11) к виду

$$\begin{cases} u_1 \sin \theta = A_\gamma m_1 l \cos \gamma - (m_1 + m_2) A_x, \\ u_1 \cos \theta = A_\gamma m_1 l \sin \gamma - (m_1 + m_2) A_z. \end{cases} \quad (13)$$

Обозначив правую часть уравнений (13) величинами  $A_{xx}$  и  $A_{zz}$ , найдём необходимую суммарную силу тяги двигателей  $u_1$  и желаемое значение угла тангажа  $\theta_{\text{ref}}$ :

$$\begin{cases} u_1 = \sqrt{A_{xx}^2 + A_{zz}^2}, \\ \theta_{\text{ref}} = \arctan(A_{xx}/A_{zz}). \end{cases} \quad (14)$$

Для вычисления управляющего углом  $\theta$  момента  $u_3$  повторим приведённую выше процедуру и получим управляющий момент, реализующий нужную ориентацию квадрокоптера [9]:

$$u_3 = I_{yy}(-(\alpha_\theta + k_\theta)\dot{\theta} - \alpha_\theta k_\theta(\theta - \theta_{\text{ref}})). \quad (15)$$

При положительных значениях коэффициентов  $\alpha$  и  $k$  в уравнениях (7), (8) и (15) полученными управляющими воздействиями обеспечиваются устойчивые переходные процессы, а при  $\alpha = k$  эти процессы будут иметь монотонный характер.

**Результаты моделирования.** Исключение из уравнений (13) составляющих, зависящих от угла  $\gamma$ , приводит к системе управления, не учитывающей наличия маятниковых

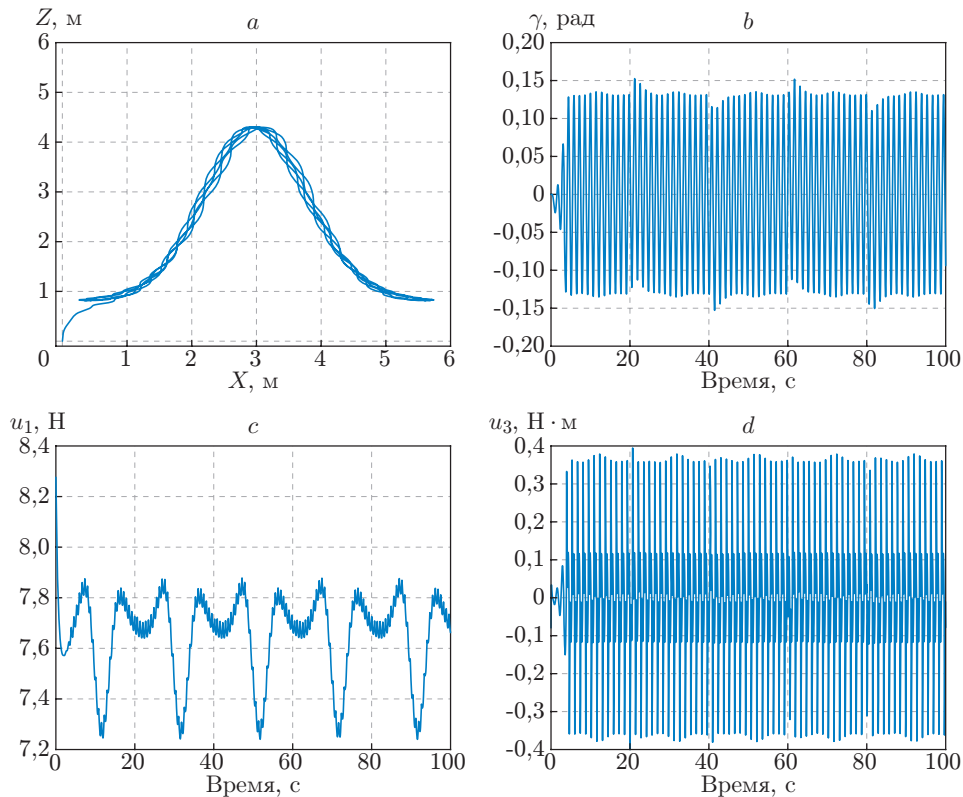


Рис. 2. Движение над поверхностью (16) без учёта угла  $\gamma$ :  $a$  — траектория движения груза в плоскости  $(x, z)$ ;  $b$  — угол отклонения груза от вертикали;  $c, d$  — управляющие параметры

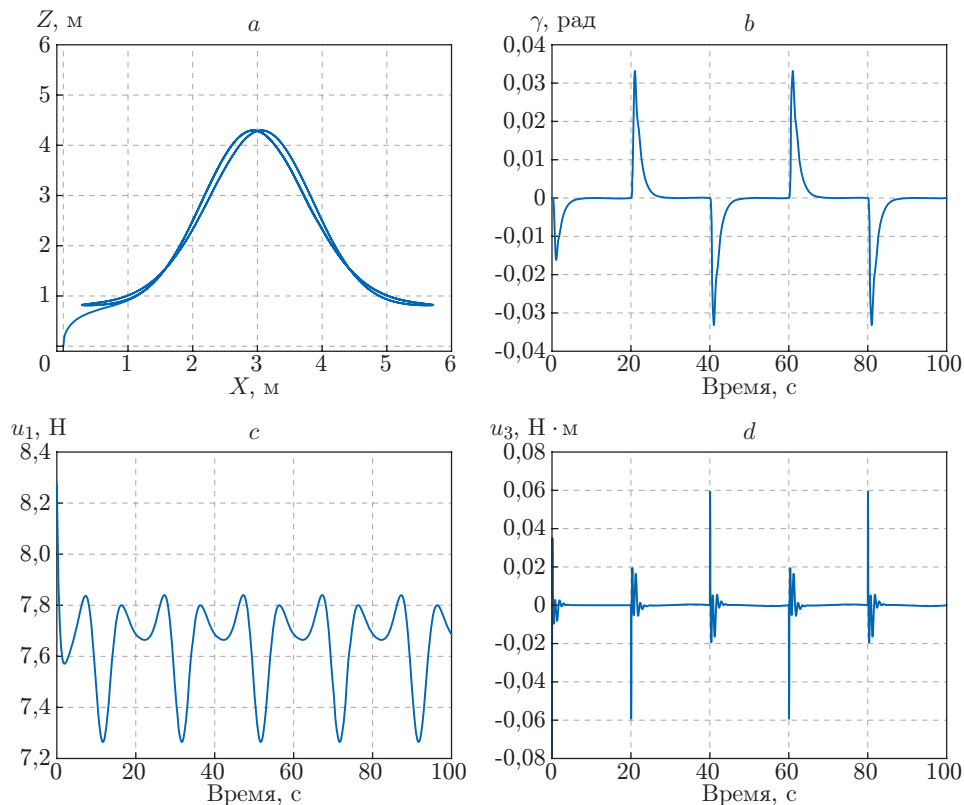


Рис. 3. Движение над поверхностью (16) с учётом угла  $\gamma$  (остальные обозначения соответствуют рис. 2)

колебаний груза. Удобно сравнить этот случай с полученным регулятором (14), (15) для системы квадрокоптер—груз. Для численного моделирования были выбраны следующие параметры модели (5), (6):  $m_1 = 0,6$  кг,  $m_2 = 0,18$  кг,  $l = 0,5$  м,  $I_{yy} = 0,167$  рад/с. Для системы управления установлены параметры:  $k_x = \alpha_x = 1,0$ ,  $k_z = \alpha_z = 1,0$ ,  $k_\gamma = \alpha_\gamma = 1,0$ ,  $k_\theta = \alpha_\theta = 16,0$ . На рис. 2 показаны результаты моделирования движения с постоянной скоростью  $v_{x_{\text{ref}}} = 0,3$  м/с над подстилающей поверхностью

$$z_{\text{ref}} = 0,8 + 4,0e^{-(x_{\text{ref}} - 3,0)^2} \quad (16)$$

при использовании алгоритма (14), (15) без учёта компонент, зависящих от угла  $\gamma$ . Смена направления движения вдоль оси  $OX$  выполнялась каждые 20 с. Система входит в автоколебательный режим (рис. 2, *b, d*). Информация о положении груза относительно вертикали в алгоритме управления позволяет полностью скомпенсировать колебания груза при изменении направления движения (рис. 3).

**Заключение.** В данной работе построены уравнения динамики системы квадрокоптер—груз с шарнирно закреплённым подвесом. Колебания подвеса приводят к неустойчивости связанной системы. Предложен регулятор на основе требуемых дифференциальных уравнений изменения регулируемых параметров, в том числе угла отклонения груза от вертикали. Эффективность алгоритма подтверждается результатами численного моделирования.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kückelhaus M., Niezgoda D. Unmanned Aerial Vehicles in Logistics. Troisdorf: DHL, 2014. 24 p.

2. **Mellinger D., Shomin M., Michael N., Kumar V.** Cooperative grasping and transport using multiple quadrotors // Proc. of the 10th Intern. Symposium Distributed Autonomous Robotic Systems. Berlin — Heidelberg: Springer-Verlag, 2013. P. 545–558.
3. **Эпов М. И., Злыгостев И. Н.** Применение беспилотных летательных аппаратов в аэрогеофизической разведке // Тр. Междунар. науч. конф. «Дистанционные методы зондирования Земли и фотограмметрия, мониторинг окружающей среды, геоэкология». Новосибирск: СГГА, 2012. Т. 2. С. 27–32.
4. **Котов К. Ю., Нестеров А. А., Филиппов М. Н., Ян А. П.** Метод управления полётом квадрокоптера в задаче сопровождения цели // Автометрия. 2017. **53**, № 4. С. 3–10.
5. **Goodarzi F. A., Lee D., Lee T.** Geometric control of a quadrotor UAV transporting a payload connected via flexible cable // Intern. Journ. Control, Automat. and Syst. 2015. **13**, N 6. P. 1486–1498. URL: <https://doi.org/10.1007/s12555-014-0304-0> (дата обращения: 5.06.2018).
6. **Geisert M., Mansard N.** Trajectory generation for quadrotor based systems using numerical optimal control // Proc. of the IEEE Intern. Conference on Robotics and Automation. Stockholm, Sweden, 16–21 May, 2016. P. 2958–2964. URL: <https://doi.org/10.1109/ICRA.2016.7487460> (дата обращения: 5.06.2018).
7. **Palunko I., Fierro R., Cruz P.** Trajectory generation for swing-free maneuvers of a quadrotor with suspended payload: A dynamic programming approach // Proc. of the IEEE Intern. Conference on Robotics and Automation. Saint Paul, USA, 14–18 May, 2012. P. 2691–2697. URL: <http://dblp.uni-trier.de/db/conf/icra/icra2012.htmlPalunkoFC12> (дата обращения: 5.06.2018).
8. **Palunko I., Fierro R.** Adaptive control of a quadrotor with dynamic changes in the center of gravity // IFAC Proceedings Volumes. 2011. **44**, N 1. P. 2626–2631. URL: <http://www.science-direct.com/science/article/pii/S1474667016440097> (дата обращения: 5.06.2018).
9. **Белоконь С. А., Золотухин Ю. Н., Нестеров А. А., Филиппов М. Н.** Управление квадрокоптером на основе организации движения по желаемой траектории в пространстве состояний // Тр. XIII Междунар. конф. «Проблемы управления и моделирования в сложных системах». Самара: СамНЦ РАН, 2011. С. 217–222.
10. **Золотухин Ю. Н., Котов К. Ю., Мальцев А. С. и др.** Робастное управление подвижными объектами в группе лидер—ведомые с использованием метода структурного синтеза // Автометрия. 2015. **51**, № 5. С. 82–91.

*Поступила в редакцию 5 июня 2018 г.*