

УДК 621.397 : 004.932

МОДЕЛЬ НЕЛИНЕЙНОГО ФИЛЬТРА ДЛЯ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ КОНТРАСТНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

В. А. Сурин¹, А. Н. Тырсин^{1,2}

¹ Южно-Уральский государственный университет,
454080, г. Челябинск, просп. Ленина, 76

² Научно-инженерный центр «Надёжность и ресурс больших систем и машин» УрО РАН,
620049, г. Екатеринбург, ул. Студенческая, 54а
E-mail: sva13t@yandex.ru
at2001@yandex.ru

Предложена модель цифровой фильтрации зашумлённых контрастных изображений с минимальным размытием яркости на границе перепада, которая основана на сглаживании цифрового изображения с помощью обобщённого метода наименьших модулей. Модель предполагает варьирование двумя параметрами функции потерь в зависимости от степени контрастности и уровня шума. Результаты основаны на обширных вычислительных экспериментах, выполненных методом статистических испытаний Монте-Карло.

Ключевые слова: контрастное изображение, цифровая фильтрация, модель, апертура, обобщённый метод наименьших модулей.

DOI: 10.15372/AUT20180206

Введение. Повышение качества цифрового изображения — одна из важнейших задач цифровой обработки изображений. Она решается в основном с помощью различных алгоритмов фильтрации изображений [1–5]. Однако несмотря на многообразие алгоритмов цифровой фильтрации они, как правило, носят эвристический характер. Особенно это заметно при подавлении шума в контрастных изображениях. Использование линейных цифровых фильтров для контрастных изображений вместе с подавлением шума приводит к размыванию контуров деталей, что снижает резкость изображения и, следовательно, ухудшает его качество. Применение нелинейных алгоритмов подавления шума для контрастных изображений на основе медианной фильтрации, предложенной в [6], малоэффективно, так как медианные фильтры являются чувствительными к резким перепадам яркости в изображении. Различные модификации медианной фильтрации [7–10] в ряде случаев достигают выигрыша по сравнению с обычной медианной фильтрацией, но они недостаточно формализованы и обычно требуют наличия дополнительной априорной информации. Известная пороговая обработка [11] с выбором порога на основе анализа гистограмм применима лишь к простым контрастным изображениям, в которых в каждой области пиксели должны иметь одинаковую яркость. В противном случае данный метод приведёт к искажениям полезного изображения. В [12, 13] предложено использовать для фильтрации контрастных изображений нелинейное сглаживание на основе обобщённого метода наименьших модулей (ОМНМ) [14]. Был достигнут определённый положительный эффект, но остались неясными условия эффективного применения метода.

Таким образом, можно констатировать, что для контрастных изображений используются модели цифровой фильтрации, адекватность которых недостаточно исследована. Это приводит к неэффективности разрабатываемых алгоритмов цифровой фильтрации. Целью предлагаемого исследования является построение модели цифровой фильтрации зашумлённых контрастных изображений с минимальным размытием резких перепадов яркости

на границах с помощью метода статистических испытаний Монте-Карло [15]. За основу нелинейной фильтрации возьмём ОМНМ.

Методика решения. Попытаемся вывести для ОМНМ-фильтра формулы, которые дадут возможность подбирать значения параметров для различных случаев перепада, позволяющих получить результат, близкий к наилучшему. При выборе функции потерь сглаживающего преобразования будем ориентироваться на результаты [13], где в качестве функции потерь использовалась предложенная в [14] функция арктангенса

$$\rho_0(x) = \operatorname{arctg}(|x|). \quad (1)$$

Однако непосредственное применение (1) не учитывает особенностей изображения и перепада, таких как дисперсия шума и степень контрастности перепада. Поэтому вместо (1) используем функцию потерь вида

$$\rho(x) = \operatorname{arctg}(|x|^\alpha/\beta). \quad (2)$$

Здесь $\alpha > 0$ и $\beta > 0$ — параметры, подбираемые на основе характеристик изображения и перепада: σ — среднеквадратическое отклонение (уровень) шума в выбранной области изображения, A и B — нижняя и верхняя границы уровня яркости перепада, $h = B - A$ — разница между верхней и нижней границей яркости перепада (степень контрастности перепада).

Необходимо подобрать такие функции $\alpha = \alpha(\sigma, h, A)$, $\beta = \beta(\sigma, h, A)$, чтобы результат сглаживания ОМНМ-фильтром с функцией потерь (2) был близок к наилучшему результату. При построении модели нелинейной фильтрации будем сглаживать тестовые изображения. В качестве тестового изображения считаем сумму идеального изображения в виде перепада от тёмного однотонного участка к однотонному светлому участку и цифрового шума. Такое допущение позволяет существенно упростить задачу и рассматривать фильтрацию не плоского изображения, а его линейного сечения в виде перепада. Также в целях упрощения рассматриваем не цветное изображение, а изображение в градациях серого, что даст 256 возможных значений яркости пикселя, где 0 — чёрный цвет, а 255 — белый. В этом случае процедура фильтрации описывается формулой

$$\hat{y}_i = \arg \min_{a_i} \sum_{j=i-l}^{i+l} \rho(|y_j - a_i|), \quad (3)$$

где y_i , \hat{y}_i — фактические и сглаженные с помощью ОМНМ-фильтра значения яркостей пикселей изображений; i — номер пикселя. Апертура фильтра имеет вид $L = 2l + 1$.

Оценкой качества фильтрации служит среднее линейное отклонение между идеальным изображением и сглаженным, вычисляемое как

$$d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\hat{y}_i - f_i|. \quad (4)$$

Здесь f_i — идеальные (без шума) значения яркостей пикселей изображений; n — число пикселей в изображении.

Для определённости положим апертуру фильтра $L = 5$. Будем в каждом опыте моделировать по $N = 1000$ выборок из $n = 10$ зашумлённых значений с различным уровнем шума ($\sigma = 10; 20; 30; 40$), первые пять из которых соответствуют нижней (левой) границе перепада, последние пять — верхней (правой) границе. При сглаживании с апертурой $L = 5$ получаем шесть интересующих нас значений точек — с третьей по восьмую (рис. 1). Фильтрация изображения на перепаде одновременно с подавлением цифрового шума приводит к размыванию границ.

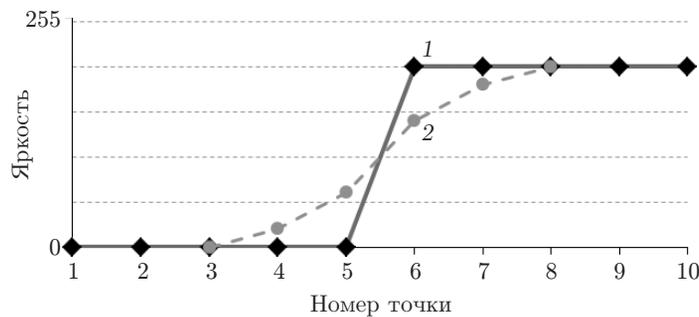


Рис. 1. Схема сглаживания тестового изображения: кривая 1 — идеальный перепад контрастного изображения, кривая 2 — условное математическое ожидание после сглаживания фильтром

При сглаживании на нижней границе, близкой к 0, происходит смещение значений (ввиду того что шум не может принимать отрицательные значения, все они принимают значение 0) [13]. При значении нижней границы 3σ смещения уже нет (для определённости считаем, что аддитивный шум здесь описывается нормальным распределением).

Проведение эксперимента. Моделируем выборки для перепадов яркости, где параметр h меняем с шагом 10. Начнём с моделирования перепада с нижней границей $A = 30$, верхней $B = 40$ и $h = 10$, тогда следующий перепад будет иметь параметры $h = 20$, $A = 30$ и $B = 50$. Так продолжаем до тех пор, пока B не превысит значение 255.

Все 1000 выборок смоделированного перепада сгладим выбранным фильтром (3) с различными параметрами α и β . Сначала фиксируем параметр α , потом для него перебираем все параметры β , далее изменяем α и повторяем процедуру. Таким образом, мы получим сетку $R \times C$, где для α будет задан диапазон из R значений с шагом 0,1, а для β — диапазон из C значений с шагом 2. В итоге будем иметь $R \times C$ результатов для каждого диапазона. Каждый полученный результат сравним с исходными незашумлёнными значениями и оценим отклонение от идеальных значений в пикселях (на сколько в среднем полученный при фильтрации результат отличается от идеального значения в каждой точке). Все оценки для конкретного перепада запишем в таблицу размером $R \times C$ клеток. После чего повторим алгоритм для следующего перепада.

Анализ результатов. В табл. 1 приведены результаты модельных экспериментов фильтрации зашумлённых перепадов. Здесь содержатся оценки среднего линейного отклонения (4) ошибок восстановления изображения для перепада от 60 до 150, где нижняя граница яркости $A = 60$, а верхняя — $B = 150$ при уровне шума $\sigma = 20$.

В таблице в ячейках, выделенных пунктиром, указаны минимальные значения оценки для выбранного диапазона при фиксированном значении параметра α . Белым отмечена ячейка с наименьшим значением оценки для указанного диапазона. Также выделено три диапазона различными оттенками серого цвета. Самый тёмный диапазон — это ячейки, в которых значения оценки отличаются от минимального значения оценки по перепаду не более чем на 1, светлый диапазон — на 2, ещё более светлый — на 3. Будем считать, что если результат попадает в самый тёмный диапазон, то значение является приемлемым.

Для того чтобы провести анализ полученных данных, выпишем из всех диапазонов значения β для каждого α , оценка при которых минимальна. Такую процедуру проведём для каждого из уровней шума. Для примера возьмём случай (табл. 2), при котором шум не будет срезаться на значении 0 (сохраняется нормальный закон распределения шума), т. е. нижняя граница яркости изображения будет численно больше либо равна 3 дисперсиям шума. Здесь уровень шума $\sigma = 40$, нижняя граница $A = 120$. Это даст 13 перепадов h от 10 до 130.

Т а б л и ц а 1

Среднее линейное отклонение для различных значений параметров α и β одного из вычисляемых диапазонов

β	α										
	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
2	6,34	6,53	6,71	6,86	6,97	7,11	7,12	7,27	7,30	7,34	7,35
4	5,69	6,09	6,24	6,48	6,64	6,78	6,87	6,96	7,07	7,11	7,16
6	4,99	5,26	5,49	5,66	5,83	5,97	6,06	6,16	6,23	6,32	6,44
8	4,28	4,52	4,87	4,93	5,11	5,23	5,31	5,39	5,53	5,60	5,64
10	3,54	3,70	3,95	4,15	4,20	4,36	4,44	4,47	4,55	4,57	4,59
12	3,07	3,18	3,20	3,41	3,53	3,63	3,66	3,72	3,74	3,75	3,79
14	2,69	2,79	2,91	2,96	3,04	3,11	3,21	3,20	3,22	3,19	3,15
16	2,35	2,36	2,36	2,45	2,50	2,54	2,56	2,65	2,65	2,68	2,67
18	2,18	2,18	2,17	2,11	2,10	2,12	2,08	2,09	2,10	2,08	2,10
20	2,03	2,02	1,89	1,90	1,90	1,87	1,84	1,80	1,80	1,80	1,75
22	1,97	1,98	1,90	1,74	1,68	1,64	1,58	1,56	1,54	1,51	1,46
24	1,82	1,80	1,71	1,57	1,48	1,44	1,40	1,39	1,38	1,36	1,32
26	1,65	1,65	1,49	1,42	1,39	1,36	1,38	1,35	1,30	1,26	1,23
28	1,63	1,61	1,45	1,37	1,37	1,39	1,35	1,29	1,27	1,24	1,22
30	1,60	1,60	1,44	1,38	1,31	1,30	1,27	1,26	1,21	1,18	1,19
32	1,62	1,60	1,41	1,27	1,26	1,26	1,26	1,29	1,29	1,29	1,26
34	1,60	1,60	1,36	1,26	1,24	1,29	1,33	1,33	1,34	1,34	1,32
36	1,65	1,60	1,33	1,31	1,34	1,39	1,42	1,45	1,45	1,46	1,49
38	1,67	1,54	1,34	1,37	1,42	1,50	1,52	1,55	1,60	1,66	1,69
40	1,63	1,56	1,43	1,45	1,54	1,56	1,64	1,73	1,80	1,86	1,92
42	1,63	1,60	1,50	1,57	1,62	1,71	1,82	1,88	2,00	2,09	2,20
44	1,66	1,67	1,59	1,64	1,77	1,91	1,98	2,11	2,24	2,38	2,54
46	1,68	1,73	1,70	1,80	1,94	2,04	2,21	2,34	2,52	2,72	2,93
48	1,74	1,79	1,80	1,96	2,10	2,25	2,42	2,62	2,84	3,10	3,37
50	1,80	1,83	1,96	2,13	2,30	2,47	2,66	2,90	3,19	3,51	3,86
52	1,85	1,95	2,12	2,30	2,49	2,70	2,93	3,22	3,56	3,97	4,41
54	1,91	2,04	2,33	2,50	2,71	2,93	3,21	3,55	3,97	4,46	5,00
56	1,95	2,20	2,50	2,75	2,94	3,18	3,49	3,90	4,40	4,99	5,64
58	2,04	2,31	2,70	2,96	3,16	3,42	3,79	4,26	4,86	5,55	6,30
60	2,10	2,48	2,91	3,19	3,38	3,67	4,08	4,64	5,34	6,13	6,98

По тому же принципу получим таблицы для уровней шума 10, 20 и 30, нижняя граница которых соответственно будет равна 30, 60 и 90, а количество перепадов в них — 22, 19 и 16.

Зафиксировав параметр α , можно сравнить поведение параметра β при различных значениях h и σ и найти линейную функцию $\beta = \beta(\sigma, h, A)$.

Строим линии регрессии по значениям параметра β для каждого α . Общий вид линии регрессии $\beta = b + kh$. Так делаем для каждого уровня шума. Далее выберем наиболее подходящее значение α . При поиске зависимостей между линиями регрессии для всех уровней шума σ ищем линейное увеличение коэффициента при h . Такое поведение демонстрирует линия регрессии при $\alpha = 1,6$ для случая 1, когда шум не будет срезаться на значении 0, как приведено в табл. 2, и при $\alpha = 0,7$ для случая 2, когда шум будет срезаться на значении

Таблица 2

Таблица параметров β при разных величинах α и уровне шума $\sigma = 40$

Перепад $A-B$	h	α										
		1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
120-130	10	8	8	8	4	8	8	10	10	10	12	12
120-140	20	14	14	12	12	12	12	12	30	30	28	28
120-150	30	16	16	14	12	14	14	14	14	12	14	18
120-160	40	16	18	18	20	18	18	16	18	16	16	16
120-170	50	20	20	20	22	22	22	22	20	20	20	20
120-180	60	24	18	28	26	26	26	26	24	24	24	24
120-190	70	30	30	28	34	32	28	28	26	26	26	26
120-200	80	48	42	40	38	36	34	36	32	32	30	30
120-210	90	58	50	48	44	42	40	38	38	36	36	34
120-220	100	66	58	54	52	50	48	46	44	42	40	40
120-230	110	58	54	50	50	48	46	44	42	42	38	38
120-240	120	70	62	58	54	52	52	48	46	46	44	44
120-250	130	74	70	68	62	58	56	54	50	48	48	44

0, т. е. нижняя граница яркости перепада $A = 0$. Результаты приведены в табл. 3. Поэтому получаем следующие зависимости: $\alpha = 1,6$ для случая 1 и $\alpha = 0,7$ для случая 2. Для обоих случаев β изменяется одинаково: $\beta = 10 + \sigma h/100$. Если шум не срезается на значении 0, то $\alpha = 1,6$, а при срезании ровно половины шума $\alpha = 0,7$. Из этого можно сделать вывод, что во всех промежуточных случаях α будет принадлежать интервалу $(0,7; 1,6)$. Таким образом, получаем

$$\alpha = \begin{cases} 0,7, & A = 0, \\ 0,7((3\sigma - A)/3\sigma) + 1,6(1 - ((3\sigma - A)/3\sigma)), & 0 < A \leq 3\sigma, \\ 1,6, & A > 3\sigma. \end{cases} \quad \beta = 10 + \sigma h/100, \quad (5)$$

Для проверки эффективности поиска параметров α и β смоделируем 10000 выборок с различными параметрами и применим к ним следующие фильтры: 1) линейное усреднение;

Таблица 3

Регрессии для различных случаев распределения шума

Случай	α	Уровень шума	Коэффициент корреляции	Уравнение регрессии
1	1,6	$\sigma = 10$	0,832	$b = 9,77 + 0,096h$
		$\sigma = 20$	0,940	$b = 9,02 + 0,208h$
		$\sigma = 30$	0,963	$b = 8,29 + 0,313h$
		$\sigma = 40$	0,983	$b = 5,6 + 0,393h$
2	0,7	$\sigma = 10$	0,872	$b = 10,97 + 0,097h$
		$\sigma = 20$	0,952	$b = 10,23 + 0,196h$
		$\sigma = 30$	0,944	$b = 8,46 + 0,304h$
		$\sigma = 40$	0,954	$b = 9,06 + 0,373h$

Таблица 4

Результаты сравнения фильтров

Уровень шума	Перепад	Фильтр				
		1	2	3	4	5
10	0–60	13,21	4,24	5,36	6,48	2,00
	0–120	25,20	3,73	8,94	10,57	1,10
	0–180	37,21	3,02	12,29	12,91	1,05
	0–240	49,21	2,54	17,94	17,45	1,04
	60–120	12,01	2,90	3,49	4,60	0,36
	60–180	24,01	2,14	10,03	11,60	0,08
	60–240	36,00	1,68	27,13	27,08	0,02
	120–180	12,01	1,68	4,19	4,94	0,14
30	120–240	24,00	1,20	17,41	17,10	0,04
	0–60	15,64	11,12	9,64	13,25	9,47
	0–120	27,65	11,24	11,39	18,57	5,58
	0–180	39,57	9,03	15,56	17,41	3,39
	0–240	51,63	7,71	20,59	19,70	3,37
	60–120	12,02	8,07	6,77	10,36	6,16
	60–180	24,06	6,46	10,82	13,02	2,94
	60–240	36,03	5,03	28,70	31,37	1,13
120–180	12,00	5,02	5,20	6,10	3,17	
120–240	24,00	3,63	18,77	19,98	0,82	

2) медианный фильтр; 3) ОМНМ-фильтр на основе функции потерь (1); 4) сглаживание на основе функции потерь Мешалкина $\rho_M(x) = 1/\lambda(1 - \exp(-\lambda x^2/2))$ [16]; 5) ОМНМ-фильтр на основе функции потерь (2).

Полученные результаты сведены в табл. 4. В таблице указаны оценки сглаживания выборки каждым из пяти выбранных фильтров перепада с различными уровнями шума. Оценкой, как и в табл. 1, будет модуль разницы между идеальным изображением и сглаженным. Наилучшие из пяти фильтров оценки эффективности сглаживания выделены жирным шрифтом, а полужирным курсивом — оценки, которые близки к лучшему результату.

Тогда при фильтрации контрастного перепада функцией (2) с поиском соответствующих параметров получаем наименьшее среднее линейное отклонение в сравнении с другими выбранными фильтрами. Для наглядности приведены результаты сглаживания диапазона $A = 0$, $B = 120$ при уровне шума $\sigma = 30$ (табл. 5, рис. 2).

Все вычисления проводились для значения апертуры равного 5. Для различных значений апертуры параметр β вычисляется одинаково. При увеличении апертуры с 5 до 7 значение параметра α умножается на коэффициент 1,3, а при увеличении с 5 до 9 — на 1,6. Дальнейшее увеличение апертуры для контрастных изображений не эффективно, так как будут сглаживаться мелкие детали изображения.

Пример работы алгоритма на геометрическом объекте на фоне с переменной яркостью в сравнении с медианной фильтрацией показан на рис. 3. Оценка качества фильтрации зашумленного изображения (фигура 2 на рис. 3) по формуле (4) дала следующие результаты: для линейного усреднения $d = 19,378$; при медианной фильтрации $d = 4,604$; для ОМНМ-

Таблица 5

Результаты сглаживания выборки $A = 0$, $B = 120$, $\sigma = 30$
(0 — идеальный перепад)

Номер точки	Вид сглаживания					
	0	1	2	3	4	5
1	0	12,19	6,81	3,29	3,35	2,11
2	0	12,06	6,75	3,24	3,27	2,22
3	0	12,08	6,48	3,09	3,42	1,96
4	0	33,75	12,40	5,19	5,36	2,48
5	0	55,41	26,29	15,27	16,18	5,85
6	120	-43,04	-16,36	-43,10	-65,49	-2,45
7	120	-21,37	-6,09	-0,19	-16,69	-1,87
8	120	-0,03	-0,73	0,10	0,78	-0,17
9	120	0,07	-0,40	0,91	0,82	-0,17
10	120	-0,01	0,15	0,48	0,62	-0,43

фильтра $d = 2,073$. Таким образом, среднее линейное отклонение между идеальным изображением и сглаженным для ОМНМ-фильтра оказалось более чем в 2 раза меньше, чем для медианного фильтра.

При работе с реальными изображениями предполагается применять полученный алгоритм после их предварительного анализа. Необходимо оценивать значения параметров A , B и σ . Для этого будем локально оценивать контраст в разных участках изображения, что, в свою очередь, потребует поиска их границ. Поиск границ можно осуществлять уже известными методами, например с помощью «оператора Кенни» [17], часто применяемого в компьютерном зрении. Выделив различные участки, найдём среднюю яркость каждого такого участка. Параметр σ определяем по одному из монотонных участков изображения

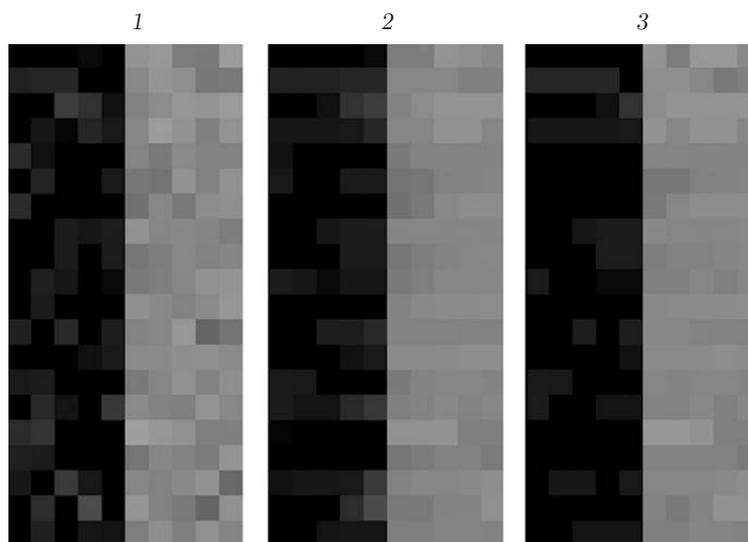


Рис. 2. Результаты сглаживания изображения с параметрами $A = 0$, $B = 120$, $\sigma = 30$: 1 — исходное зашумлённое, 2 — сглаженное медианным фильтром, 3 — сглаженное ОМНМ-фильтром на основе функции потерь (2)

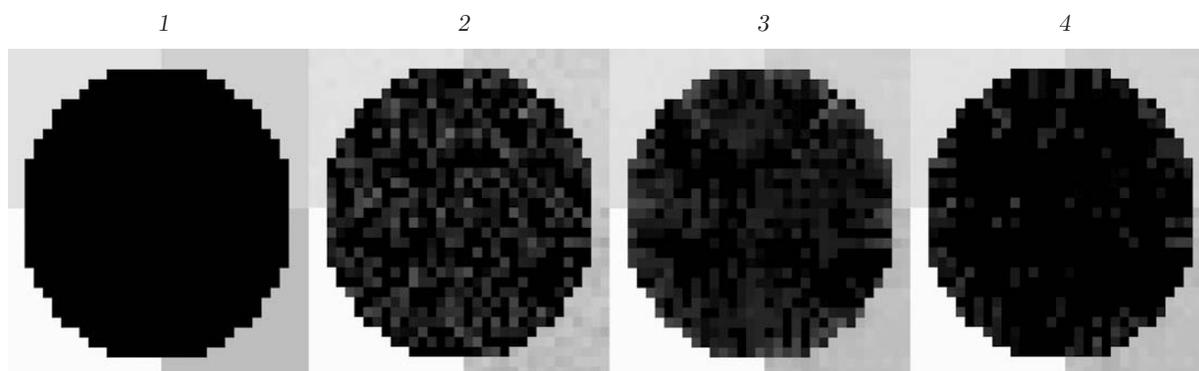


Рис. 3. Пример работы алгоритма: 1 — исходная незашумлённая фигура, 2 — исходная зашумлённая фигура, 3 — результат работы медианного фильтра, 4 — результат работы ОМНМ-фильтра

(как тёмному, так и светлому), σ будет одинаков для всего изображения. Зная среднюю яркость всех участков, применяем алгоритм. Параметр A будет равен яркости более тёмного из двух участков, попадающих в апертуру, а параметр B — более светлому. Затем находим параметры α и β . В дальнейших исследованиях предполагается построение полноценного фильтра на основе полученного алгоритма.

Заключение. Предложена модель цифровой фильтрации зашумлённых контрастных изображений. Она основана на сглаживании цифрового изображения с помощью обобщённого метода наименьших модулей с минимальным размытием резких перепадов яркости на границах.

Модель (5) предполагает варьирование двумя параметрами функции потерь (2) в зависимости от степени контрастности и уровня шума. При изменении уровня шума σ и величины перепада яркости h следует изменять параметр β . Для того чтобы фильтр был эффективен при негауссовости распределения шума вблизи нижней границы яркости, следует менять параметр α в зависимости от того, какое количество шума срежется на 0.

Апробация предложенной модели на простых контрастных изображениях показала её высокую эффективность: подавление шума происходит с минимальным размытием резких перепадов яркости на границах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ярославский Л. П. Введение в цифровую обработку изображений. М.: Сов. радио, 1979. 312 с.
2. Хуанг Т. С., Эклунд Дж.-О., Нуссбаумер Г. Дж. и др. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений /Под ред. Т. С. Хуанга. М.: Радио и связь, 1984. 224 с.
3. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2005. 1072 с.
4. Шеремет И. А., Рукин А. П., Лебедев В. Д. Обработка изображений с помощью целочисленных ортогональных преобразующих матриц // Цифровая обработка сигналов. 2014. № 4. С. 45–53.
5. Ключко В. К., Кузнецов В. П. Методы восстановления изображений и оценивания аппаратной функции по прореженной матрице наблюдений // Автометрия. 2016. 52, № 6. С. 12–21.
6. Tukey J. W. Discussion emphasizing the connection between analysis of variance and spectrum analysis // Technometrics. 1961. 3, N 2. P. 191–219.
7. Abreu E., Lightstone M., Mitra S. K., Arakawa K. A new efficient approach for the removal of impulse noise from highly corrupted images // IEEE Trans. Image Process. 1996. 5, Is. 6. P. 1012–1025.

8. **Chan R., Ho C., Nikolova M.** Convergence of Newton's method for a minimization problem in impulse noise removal // *Journ. Comput. Math.* 2004. **22**, N 2. P. 168–177.
9. **Schulte S., Nachttegael M., De Witte V. et al.** A fuzzy impulse noise detection and reduction method // *IEEE Trans. Image Process.* 2006. **15**, Is. 5. P. 1153–1162.
10. **Бухтояров С. С., Приоров А. Л., Апальков И. В., Хрящев В. В.** Применение переключающихся медианных фильтров для восстановления зашумленных изображений // *Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общетеχνическая.* 2006. Вып. 2. С. 137–147.
11. **Гашников М. В., Глумов Н. И., Ильясова Н. Ю. и др.** Методы компьютерной обработки изображений /Под ред. В. А. Сойфера. М.: Физматлит, 2003. 784 с.
12. **Tyrsin A. N., Surin V. A.** Non-linear filtering of images on the basis of generalized method of least absolute values // *Proc. of the 3 Intern. Conf. on Analysis of Images, Social Networks and Texts.* Yekaterinburg, Russia, 2014. Vol. 1197. P. 41–47. URL: <http://ceur-ws.org/Vol-1197/paper7.pdf> (дата обращения: 3.07.2017).
13. **Surin V. A., Tyrsin A. N.** Research of properties of digital noise in contrast images // *Proc. of the 5 Intern. Conf. on Analysis of Images, Social Networks and Texts.* Yekaterinburg, Russia, 2016. Vol. 1710. P. 340–348. URL: <http://ceur-ws.org/Vol-1710/paper34.pdf> (дата обращения: 3.07.2017).
14. **Тырсин А. Н.** Робастное построение регрессионных зависимостей на основе обобщенного метода наименьших модулей // *Записки науч. сем. ПОМИ.* 2005. **328**. С. 236–250.
15. **Ермаков С. М.** Метод Монте-Карло и смежные вопросы. М.: Физматлит, 1975. 472 с.
16. **Мешалкин Л. Д., Курочкина А. И.** Новый подход к параметризации регрессионных зависимостей // *Записки науч. сем. ЛОМИ АН СССР.* 1979. **87**. С. 79–86.
17. **Canny J.** A computational approach to edge detection // *IEEE Trans. Pattern Analys. and Mach. Intell.* 1986. **PAMI-8**, N 6. P. 679–698. URL: http://perso.limsi.fr/Individu/vezien/PAPIERS_ACS/canny1986.pdf (дата обращения: 3.07.2017).

Поступила в редакцию 5 сентября 2017 г.
