

УДК 62.50 : 681.5.07

**ПСЕВДОКОМПЕНСАЦИЯ ЗАПАЗДЫВАНИЯ  
ДЛЯ УЛУЧШЕНИЯ ТОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК  
НЕПРЕРЫВНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ  
С КОРРЕКЦИЕЙ ПО СХЕМЕ СМИТА\***

**Н. А. Вундер, М. М. Синетова, А. В. Ушаков**

*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет  
информационных технологий, механики и оптики,  
197101, Санкт-Петербург, просп. Кронверкский, 49  
E-mail: polinova\_nina@mail.ru*

Рассмотрена схема Смита включения последовательного компенсатора в прямую ветвь проектируемой системы для анализа качества процессов в установившемся режиме. Данная схема является эффективным способом решения задачи надления системы требуемым запасом устойчивости путём вывода звена чистого запаздывания за пределы замкнутого контура. Влияние запаздывания будет проявляться только в увеличении длительности переходного процесса на величину запаздывания без изменения перерегулирования. Обнаружено, что добротность по скорости системы со схемой Смита включения последовательного компенсатора теоретически не может быть больше величины, обратной величине запаздывания. Показана возможность снижения указанного негативного свойства схемы Смита включения последовательного компенсатора путём «псевдокомпенсации» запаздывания с помощью дифференцирующих звеньев.

*Ключевые слова:* непрерывный объект управления, звено чистого запаздывания, последовательный компенсатор, схема Смита, псевдокомпенсация, алгоритм синтеза.

DOI: 10.15372/AUT20180115

**Введение.** Схема Смита включения последовательного компенсатора (ПК) в прямую ветвь проектируемой системы является эффективным способом надления системы гарантированной устойчивостью за счёт вывода звена чистого запаздывания (ЗЧЗ) за пределы замкнутого контура так, что передаточная функция вход-выход замкнутой системы представляет собой произведение желаемой передаточной функции типовой полиномиальной модели (ТПМ) [1] и передаточной функции ЗЧЗ. Ситуация с качеством процессов в переходном режиме в целом положительная. Кривая переходного процесса смещается по времени на величину запаздывания, в силу чего длительность его увеличивается, при этом величина перерегулирования остаётся такой же, как у ТПМ. Более того, анализ чувствительности системы с последовательным компенсатором, включённым по схеме Смита, в рамках возможностей функций параметрической чувствительности первого порядка [2] обнаружил робастность системы к неопределённости задания запаздывания исходного технического объекта. К тому же каноническая схема Смита включения последовательного компенсатора даёт хорошие результаты при ненулевых начальных условиях только для устойчивых технических объектов. Справедливо заметить, что в последнее время появились работы, которые расширяют возможности схемы Смита путём её модификации для

\*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (госзадание № 8.8885.2017/8.9).

применения в случаях неустойчивых исходных технических объектов [3, 4]. Ситуация с качеством процессов в установившемся режиме уже при конечномерном внешнем воздействии оказалась менее удовлетворительной. Так, установлено, что добротность по скорости [5] системы с последовательным компенсатором, включённым по схеме Смита, не может превышать величины, обратной величине запаздывания. В этой связи предлагается использование идеи компенсации запаздывания, вынесенного за пределы основного контура с помощью звена опережения, которое может быть сформировано в виде дифференцирующих звеньев первого или более высокого порядка. Такой приём назван «псевдокомпенсацией» запаздывания, потому что идеальным компенсатором запаздывания является звено опережения. Решение задачи псевдокомпенсации изменяет схему конструирования последовательного компенсатора, включаемого в прямую ветвь по схеме Смита. Данной проблеме посвящена предлагаемая работа.

**Постановка задачи.** Формулируется задача конструирования последовательного компенсатора [6], включаемого в прямую ветвь по схеме Смита [7–12], с тем чтобы в передаточной функции вход-выход системы, представленной произведением желаемой передаточной функции ТПМ и передаточной функции ЗЧЗ, последняя компенсировалась с помощью передаточной функции звена чистого опережения (ЗЧО). При этом передаточная функция должна быть представлена в классе физически реализуемых аппроксимаций. Для аргументации правомочности постановки задачи проведём анализ качественных показателей системы с последовательным компенсатором, включённым по схеме Смита в установившемся режиме для случая внешнего воздействия, характеризующегося постоянной скоростью. Зададим устойчивый непрерывный технический объект (ТО) с запаздыванием по управлению с помощью передаточной функции

$$W_{\text{ТО}}(s, \tau) = W_{\text{ТО}}(s) e^{-\tau s}, \quad (1)$$

где  $W_{\text{ТО}}(s) = N_{\text{ТО}}(s)/D_{\text{ТО}}(s)$  — дробно-рациональная функция относительно переменной  $s$ , степень полинома знаменателя  $D_{\text{ТО}}(s)$  которой составляет величину  $n_{\text{ТО}}$ ; степень полинома числителя  $N_{\text{ТО}}(s)$  составляет величину  $m_{\text{ТО}}$ ;  $\tau$  — величина чистого запаздывания. При этом  $D_{\text{ТО}}(s)$  не содержит корней в правой полуплоскости и выполняется условие  $n_{\text{ТО}} - m_{\text{ТО}} \geq 0$ . Технический объект совместно с последовательным компенсатором с передаточной функцией  $W_{\text{ПК}}(s)$  включён в структурную схему системы, сформированную по схеме Смита [7, 8], которая приведена на рис. 1.

Передаточная функция  $\Phi(s, \tau) = Y(s)/G(s)$  системы, где  $Y(s)$ ,  $G(s)$  — лапласовы образы выходной и входной скалярных переменных системы соответственно, в силу правила

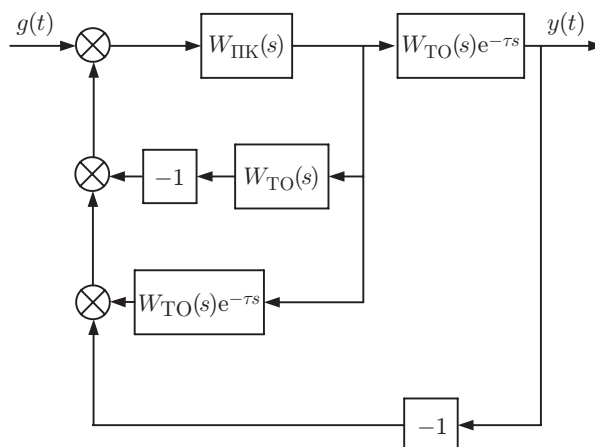


Рис. 1

Мейсона [13, 14] удовлетворяет цепочке аналитических соотношений:

$$\begin{aligned}\Phi(s, \omega_0, \tau) &= \frac{W_{\text{ПК}}(s)W_{\text{ТО}}(s)e^{-\tau s}}{1 + W_{\text{ПК}}(s)W_{\text{ТО}}(s) - W_{\text{ПК}}(s)W_{\text{ТО}}(s)e^{-\tau s} + W_{\text{ПК}}(s)W_{\text{ТО}}(s)e^{-\tau s}} = \\ &= \frac{W_{\text{ПК}}(s)W_{\text{ТО}}(s)e^{-\tau s}}{1 + W_{\text{ПК}}(s)W_{\text{ТО}}(s)} = \Phi(s, \omega_0)e^{-\tau s}.\end{aligned}\quad (2)$$

В (2) передаточная функция  $\Phi(s, \omega_0)$  отношения вход-выход системы является «желаемой», задаётся в классе типовых полиномиальных моделей [1], параметризованных характеристической частотой  $\omega_0$ , и записывается в форме

$$\Phi(s, \omega_0) = \frac{\nu_n \omega_0^n}{s^n + \sum_{i=1}^n v_i \omega_0^i s^{n-i}}.\quad (3)$$

Для дальнейших исследований введём в рассмотрение передаточную функцию  $\Phi_\varepsilon(s, \omega_0, \tau)$  системы (2) по ошибке  $\varepsilon(t) = g(t) - y(t)$ , которая с учётом (3) принимает вид

$$\begin{aligned}\Phi_\varepsilon(s, \omega_0, \tau) &= 1 - \Phi(s, \omega_0, \tau) = 1 - \Phi(s, \omega_0)e^{-\tau s} = 1 - \frac{\nu_n \omega_0^n e^{-\tau s}}{s^n + \sum_{i=1}^n v_i \omega_0^i s^{n-i}} = \\ &= \frac{s^n + \sum_{i=1}^{n-1} v_i \omega_0^i s^{n-i} + \nu_n \omega_0^n (1 - e^{-\tau s})}{s^n + \sum_{i=1}^n v_i \omega_0^i s^{n-i}}.\end{aligned}\quad (4)$$

Вычислим с использованием (4) установившуюся ошибку  $\varepsilon_{\text{уст}}$  при изменении внешнего воздействия с постоянной скоростью  $g(t) = \dot{g}_0 t$  на основании теоремы о конечном значении оригинала [5, 15], так что становится справедливой запись

$$\varepsilon_{\text{уст}} = \lim_{t \rightarrow \infty} (\varepsilon(t)) = \lim_{s \rightarrow 0} (sE(s)) = \lim_{s \rightarrow 0} (s\Phi_\varepsilon(s, \omega_0, \tau)G(s)),\quad (5)$$

где  $E(s)$ ,  $G(s)$  — лапласовы образы переменных  $\varepsilon(t)$  и  $g(t)$  соответственно, причём

$$G(s) = L(g(t) = \dot{g}_0) = \dot{g}_0/s^2.\quad (6)$$

Подстановка (4) и (6) в (5) даёт

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{уст}} &= \lim_{s \rightarrow 0} \left( \frac{1/s \left( s^n + \sum_{i=1}^{n-1} v_i \omega_0^i s^{n-i} \right) + \nu_n \omega_0^n (1 - e^{-\tau s}) 1/s}{s^n + \sum_{i=1}^n v_i \omega_0^i s^{n-i}} \right) \dot{g}_0 = \\ &= \frac{\nu_{n-1} \omega_0^{n-1} + \nu_n \omega_0^n \lim_{s \rightarrow 0} ((1 - e^{-\tau s})/s)}{\nu_n \omega_0^n} \dot{g}_0.\end{aligned}\quad (7)$$

Нетрудно видеть, что в выражении (7) при вычислении предела имеется неопределённость типа «ноль на ноль», раскрытие которой осуществим с помощью правила Лопиталья:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \left( \frac{1 - e^{-\tau s}}{s} \right) = \lim_{s \rightarrow 0} \left( \frac{\frac{\partial}{\partial s} (1 - e^{-\tau s})}{\frac{\partial}{\partial s} s} \right) = \lim_{s \rightarrow 0} \left( \frac{\tau e^{-\tau s}}{1} \right) = \tau. \quad (8)$$

Подстановка (8) в (7) даёт выражение для вычисления установившейся ошибки

$$\varepsilon_{уст} = \frac{\nu_{n-1} \omega_0^{n-1} + \nu_n \omega_0^n \tau}{\nu_n \omega_0^n} \dot{g}_0. \quad (9)$$

В свою очередь, для добротности  $D_1$  по скорости в силу определения [5] и соотношения (9) получим

$$D_1 = \frac{\dot{g}_0}{\varepsilon_{уст}} = \frac{\nu_n \omega_0^n}{\nu_{n-1} \omega_0^{n-1} + \nu_n \omega_0^n \tau}. \quad (10)$$

Таким образом, доказана справедливость следующего утверждения.

**Утверждение 1.** В системе с последовательным компенсатором, включённым по схеме Смита, добротность по скорости не может превышать величины, обратной величине запаздывания.

**Доказательство** утверждения строится на представлении выражения (10) для добротности по скорости в форме

$$D_1 = \frac{\dot{g}_0}{\varepsilon_{уст}} = \frac{\nu_n \omega_0^n}{\nu_{n-1} \omega_0^{n-1} + \nu_n \omega_0^n \tau} = \frac{1}{(\nu_{n-1} / \nu_n \omega_0) + \tau}. \quad (11)$$

Предельный переход в (11) по  $\omega_0$  к бесконечности даёт

$$\lim_{\omega_0 \rightarrow \infty} D_1(\omega_0) = 1/\tau. \quad (12)$$

**Псевдокомпенсация запаздывания для улучшения точностных характеристик непрерывной системы управления с коррекцией по схеме Смита.** Рассмотрим гипотетическую ситуацию, в которой предполагается возможность реализации звена чистого опережения с передаточной функцией  $W_{зч0}(s) = e^{\tau s}$ . Усилим данную ситуацию предположением, что это звено может быть включено последовательно с передаточной функцией  $\Phi(s, \omega_0, \tau)$  вход-выход системы, построенной на включении ПК по схеме Смита, в результате чего произойдёт полная компенсация запаздывания в системе. В этом случае передаточная функция такой гипотетической системы примет вид  $\Phi(s, \omega_0, \tau) = \Phi(s, \omega_0)$ .

Очевидно, намерение полной компенсации чистого запаздывания звеном чистого опережения физически недостижимо, возможна только его псевдокомпенсация, которая реализуется конечномерным представлением экспоненты

$$e^{\tau s} = \sum_{i=0}^{\infty} (i!)^{-1} (\tau s)^i \approx \sum_{i=0}^m (i!)^{-1} (\tau s)^i.$$

Ограничимся рассмотрением возможности псевдокомпенсации для случая  $m = 1$ , мотивируя такое решение простотой его реализации, тогда конечномерное представление  $e^{\tau s}$  получим в виде

$$e^{\tau s} \approx 1 + \tau s. \quad (13)$$

Оценим, как псевдокомпенсация чистого запаздывания в форме (13) повлияет на такой важный точностный показатель системы управления в установившемся режиме, как добротность по скорости. Для этого запишем выражение для передаточной функции  $\Phi(s, \omega_0, \tau)$  вход-выход системы с ПК, включённым по схеме Смита:

$$\tilde{\Phi}(s, \omega_0, \tau) = \Phi(s, \omega_0)(1 + \tau s)e^{-\tau s}. \quad (14)$$

В этом случае передаточная функция  $\Phi_\varepsilon(s, \omega_0, \tau)$  по ошибке такой системы получит представление

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_\varepsilon(s, \omega_0, \tau) &= 1 - \tilde{\Phi}(s, \omega_0, \tau) = 1 - \Phi(s, \omega_0)(1 + \tau s)e^{-\tau s} = 1 - \frac{\nu_n \omega_0^n (1 + \tau s) e^{-\tau s}}{s^n + \sum_{i=1}^n \nu_i \omega_0^i s^{n-i}} = \\ &= \frac{s^n + \sum_{i=1}^{n-1} \nu_i \omega_0^i s^{n-i} + \nu_n \omega_0^n (1 - (1 + \tau s) e^{-\tau s})}{s^n + \sum_{i=1}^n \nu_i \omega_0^i s^{n-i}}. \end{aligned} \quad (15)$$

Теперь найдём с использованием (15) установившуюся ошибку  $\varepsilon_{уст}$  при изменении внешнего воздействия с постоянной скоростью  $g(t) = \dot{g}_0 t$  и на основании теоремы о конечном значении оригинала по аналогии с (7) получим

$$\begin{aligned} \varepsilon_{уст} &= \lim_{s \rightarrow 0} \left( \frac{1/s \left( s^n + \sum_{i=1}^{n-1} \nu_i \omega_0^i s^{n-i} \right) + \nu_n \omega_0^n (1 - (1 + \tau s) e^{-\tau s}) 1/s}{s^n + \sum_{i=1}^n \nu_i \omega_0^i s^{n-i}} \right) \dot{g}_0 = \\ &= \frac{\nu_{n-1} \omega_0^{n-1} + \nu_n \omega_0^n \lim_{s \rightarrow 0} ((1 - (1 + \tau s) e^{-\tau s})/s)}{\nu_n \omega_0^n} \dot{g}_0. \end{aligned} \quad (16)$$

Нетрудно видеть, что в выражении (16) при вычислении предела имеется неопределённость типа «ноль на ноль», раскрытие которой осуществим с помощью правила Лопиталя:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \left( \frac{1 - (1 + \tau s) e^{-\tau s}}{s} \right) = \lim_{s \rightarrow 0} \left( \frac{\frac{\partial}{\partial s} (1 - (1 + \tau s) e^{-\tau s})}{\frac{\partial}{\partial s} s} \right) = \lim_{s \rightarrow 0} \left( \frac{\tau^2 s e^{-\tau s}}{1} \right) = 0. \quad (17)$$

Подстановка (17) в (16) даёт выражение для значения установившейся ошибки

$$\varepsilon_{уст} = \frac{\nu_{n-1} \omega_0^{n-1}}{\nu_n \omega_0^n} \dot{g}_0 = \frac{\nu_{n-1}}{\nu_n \omega_0} \dot{g}_0. \quad (18)$$

В свою очередь, для добротности  $D_1$  по скорости в силу её определения и соотношения (18) получим

$$D_1 = \frac{\dot{g}_0}{\varepsilon_{уст}} = \frac{\nu_n \omega_0}{\nu_{n-1}}. \quad (19)$$

Таким образом, доказана справедливость следующего утверждения.

**Утверждение 2.** При использовании псевдокомпенсации звена чистого запаздывания с помощью аппроксимации звена чистого опережения в форме (13) система с передаточной функцией (14) получает значение добротности по скорости такое же, как в системе с передаточной функцией вход-выход (3).

*Примечание.* Заметим, что результат будет тот же, если аппроксимация ЗЧО будет использовать большее количество членов разложения экспоненты  $e^{\tau s}$ . Но в отличие от случая (13), когда в передаточной функции  $\Phi(s, \omega_0, \tau)$  появляется дополнительный «ноль», у передаточной функции вход-выход в случае псевдокомпенсации более высокого порядка количество «нолей» вырастет, что приведёт к известному изменению кривой переходного процесса.

**Формирование последовательного компенсатора, включённого по схеме Смита, который реализует псевдокомпенсацию запаздывания, вынесенного за пределы основного контура системы.** Решение этой проблемы начнём с утверждения.

**Утверждение 3.** Реализация передаточной функции (14) вход-выход системы с ПК, включённым по схеме Смита, которая дополнена передаточной функцией дифференцирующего звена первого порядка как псевдокомпенсатора звена чистого запаздывания, может быть достигнута модификацией схемы Смита (рис. 2).

**Доказательство** утверждения строится на вычислении передаточной функции вход-выход  $\tilde{\Phi}(s, \omega_0, \tau) = Y(s)/G(s)$  в соответствии с рис. 2 с использованием правила Мейсона некасающихся контуров, в результате чего получаем

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}(s, \omega_0, \tau) &= \frac{(1 + \tau s)W_{ПК}(s)W_{ТО}(s)e^{-\tau s}}{1 + (1 + \tau s)W_{ПК}(s)W_{ТО}(s)/(1 + \tau s)} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{(1 + \tau s)W_{ПК}(s)W_{ТО}(s)e^{-\tau s}}{-(1 + \tau s)W_{ПК}(s)W_{ТО}(s)e^{-\tau s} + (1 + \tau s)W_{ПК}(s)W_{ТО}(s)e^{-\tau s}} = \\ &= \frac{W_{ПК}(s)W_{ТО}(s)(1 + \tau s)e^{-\tau s}}{1 + W_{ПК}(s)W_{ТО}(s)} = \Phi(s, \omega_0)(1 + \tau s)e^{-\tau s}. \end{aligned} \tag{20}$$

В соответствии с модифицированной схемой включения ПК, описываемой передаточной функцией (14), формирование передаточной функции последовательного компенсатора может быть осуществлено по следующему алгоритму.

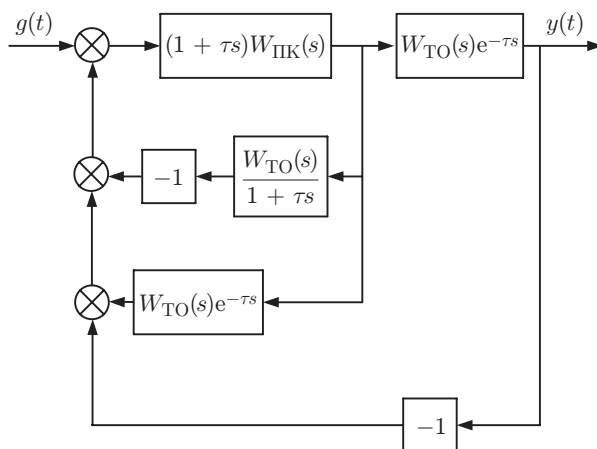


Рис. 2

**А л г о р и т м.**

1. Оценить порядок  $n_{\text{ТО}}$  полинома знаменателя передаточной функции  $W_{\text{ТО}}(s)$  технического объекта.

2. Оценить величину запаздывания  $\tau$  технического объекта.

3. Сформировать порядок полинома знаменателя  $n = n_{\text{ТО}} + 1$  передаточной функции ТПМ (3) и выбрать характер размещения корней знаменателя её передаточной функции в зависимости от величины допустимого перерегулирования.

4. По согласованию с заказчиком сформировать набор показателей качества проектируемой системы по схеме рис. 2 в переходном и установившемся режимах с учётом того обстоятельства, что время переходного процесса системы  $t_{\text{ППТ}} = t_{\text{ППТПМ}} + \tau$ .

5. Сформировать значение характеристической частоты  $\omega_0$  ТПМ (3) с полиномом знаменателя порядка  $n = n_{\text{ТО}} + 1$  из условия  $\omega_0 = \arg\{t_{\text{ППТПМ}}(\omega_0) \leq t_{\text{ППТ}} - \tau; D_{1\text{ТПМ}}(\omega_0) \geq D_{1\text{T}}\}$ , где индексом «т» отмечены требуемые показатели качества проектируемой системы.

6. Сформировать аналитическое представление передаточной функции ТПМ вида (3).

7. На основании аналитического представления  $\Phi(s, \omega_0)$  передаточной функции вход-выход ТПМ построить представление передаточной функции её прямой ветви в форме  $W(s, \omega_0) = \Phi(s, \omega_0)/(1 - \Phi(s, \omega_0))$ .

8. Используя состоятельность разработанного способа расчёта включённого в состав системы по модифицированной схеме Смита последовательного компенсатора, подтверждённую доказанными утверждениями 2 и 3, перейти к расчёту регулятора в форме последовательного компенсатора.

9. Сформировать передаточную функцию  $W_{\text{ПК}}(s, \omega_0)$  её полиномиальной части  $\tilde{W}_{\text{ПК}}(s, \omega_0)$  ПК в силу соотношения  $W_{\text{ПК}}(s, \omega_0) = W(s, \omega_0)/W_{\text{ТО}}(s)$ .

10. Сформировать полную передаточную функцию  $\tilde{W}_{\text{ПК}}(s, \omega_0) = (1 + \tau s)W_{\text{ПК}}(s, \omega_0)$ , физическая реализуемость которой гарантирована п. 3.

11. Реализовать включение последовательного компенсатора со сформированной передаточной функцией по модифицированной схеме Смита (см. рис. 2).

12. Провести комплексное испытание спроектированной системы в модельной среде Simulink.

13. На основании результатов выполнения п. 12 алгоритма осуществить техническую реализацию спроектированного устройства управления в форме последовательного компенсатора, включаемого в состав системы по модифицированной схеме Смита (см. рис. 2).

**Иллюстративный пример.** Технический объект задан передаточной функцией (1) с компонентами  $W_{\text{ТО}}(s) = \frac{1}{(s+2)(s+1)s}$ ,  $e^{-\tau s} = e^{-0,3s}$ . Запишем алгоритм формирования передаточной функции последовательного компенсатора:

1. Порядок  $n_{\text{ТО}}$  полинома знаменателя технического объекта передаточной функции  $W_{\text{ТО}}(s)$  равен 3.

2. Величина запаздывания  $\tau$  технического объекта составляет  $\tau = 0,3$  с.

3. Сформируем порядок полинома знаменателя  $n$  передаточной функции ТПМ (3)  $n = n_{\text{ТО}} + 1 = 4$ . Выберем ТПМ с размещением корней Ньютона её передаточной функции.

4. Запишем набор показателей качества проектируемой системы по схеме рис. 2:  $t_{\text{ППТ}} \leq 0,5 = t_{\text{ППТПМ}} + \tau \Rightarrow t_{\text{ППТПМ}} = t_{\text{ППТ}} - \tau = 0,5 - 0,3 = 0,2$  с;  $\sigma = 0$  %;  $D_{1\text{T}} \geq 20$  с<sup>-1</sup>.

5. Вычислим значение характеристической частоты  $\omega_0$  ТПМ (3):  $\omega_0 = \arg\{t_{\text{ППТПМ}}\omega_0 = 0,2 \Rightarrow \omega_0 = 0,2/0,2 = 1\}$ ;  $D_{1\text{ТПМ}}/\omega_0 = 20, \Rightarrow \omega_0 = 20/0,25 = 80$  с<sup>-1</sup>.

6. Образует аналитическое представление передаточной функции ТПМ вида (3):

$$\Phi(s, \omega_0) = \frac{\omega_0^4}{s^4 + 4\omega_0 s^3 + 6\omega_0^2 s^2 + 4\omega_0^3 s + \omega_0^4} = \frac{40960000}{s^4 + 320s^3 + 38400s^2 + 2048000s + 40960000}$$

7. На основании аналитического представления  $\Phi(s, \omega_0)$  передаточной функции вход-выход ТПМ построим представление передаточной функции её прямой ветви в форме

$$W(s, \omega_0) = \frac{\Phi(s, \omega_0)}{1 - \Phi(s, \omega_0)} =$$

$$= \frac{\omega_0^4}{(s^3 + 4\omega_0 s^2 + 6\omega_0^2 s + 4\omega_0^3)s} = \frac{40960000}{(s^3 + 320s^2 + 38400s + 2048000)s}. \quad (21)$$

8. Вычислим полиномиальную часть передаточной функции  $W_{\text{ПК}}(s, \omega_0)$  последовательного компенсатора:

$$W_{\text{ПК}}(s, \omega_0) = W(s, \omega_0)/W_{\text{ТО}}(s) =$$

$$= \frac{40960000(s+2)(s+1)s}{s^4 + 320s^3 + 38400s^2 + 2048000s} = \frac{40960000(s^2 + 3s + 2)}{s^3 + 320s^2 + 38400s + 2048000}.$$

9. Сформируем полную передаточную функцию последовательного компенсатора:

$$\tilde{W}_{\text{ПК}}(s, \omega_0) = (1 + \tau s)W_{\text{ПК}}(s, \omega_0) = \frac{40960000(s^2 + 3s + 2)(1 + 0,3s)}{s^3 + 320s^2 + 38400s + 2048000}.$$

10. Реализуем включение последовательного компенсатора со сформированной передаточной функцией по модифицированной схеме Смита (см. рис. 2).

11. Проведём комплексное испытание спроектированной системы в модельной среде Simulink.

На рис. 3 представлены кривые внешнего воздействия с постоянной скоростью  $g(t) = \dot{g}_0 t$ , где  $\dot{g}_0 = 1$  рад/с, и выходного сигнала  $y(t)$ , из которого видно, что  $\varepsilon_{\text{уст}}(t) = g(t) - y_{\text{уст}}(t) = 0,05$  рад; это значение соответствует заданной величине добротности по скорости  $D_{1\tau} = 20 \text{ с}^{-1}$ , что не зависит от величины запаздывания и однозначно определяется формулой (19) со значениями из (21).

Для сравнения на рис. 4 приведены кривые внешнего воздействия с постоянной скоростью  $g(t) = \dot{g}_0 t$ , где  $\dot{g}_0 = 1$  рад/с, и выходного сигнала  $y(t)$  системы с последователь-

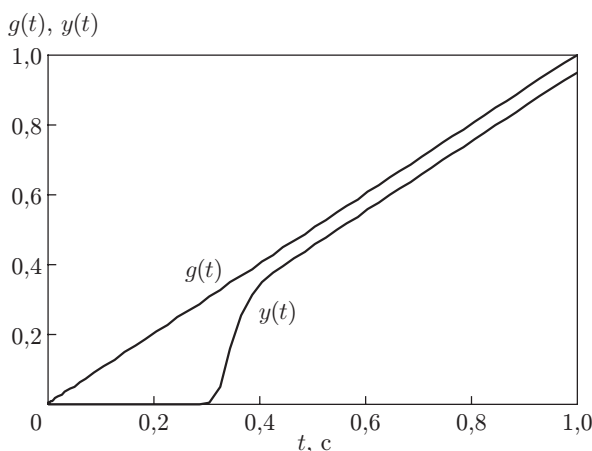


Рис. 3



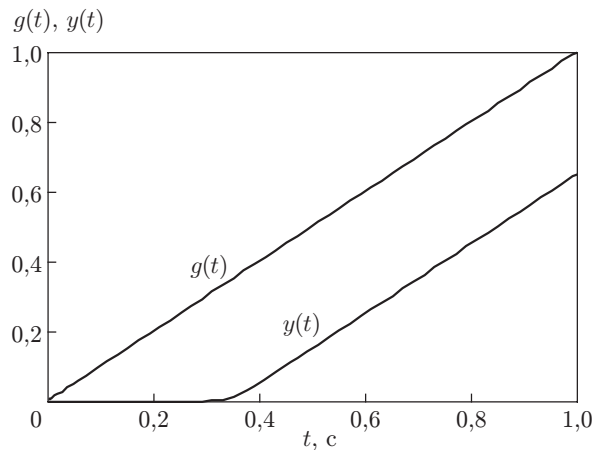


Рис. 4

ным компенсатором, включённым по схеме Смита без псевдокомпенсации звена чистого запаздывания дифференцирующим звеном с тем же значением характеристической частоты (из п. 5), из которого видно, что  $\varepsilon_{\text{уст}}(t) = g(t) - y_{\text{уст}}(t) = 0,35$  рад; это значение соответствует полностью соотношению (9), записанному в форме  $\varepsilon_{\text{уст}} = \dot{g}_0(\tau + \nu_{n-1}/\nu_n\omega_0) = \varepsilon_{\text{уст}}(\dot{g}_0, \tau) + \varepsilon_{\text{уст}}(\dot{g}_0, \omega_0)$ , где первый компонент ошибки составляет величину  $\varepsilon_{\text{уст}}(\dot{g}_0, \tau) = \dot{g}_0\tau = 0,3$  рад, второй — величину  $\varepsilon_{\text{уст}}(\dot{g}_0, \omega_0) = \dot{g}_0(\nu_{n-1}/\nu_n\omega_0) = \dot{g}_0(4/80) = 0,05$  рад, при этом добротность по скорости  $D_1 = \dot{g}_0/\varepsilon_{\text{уст}} = 2,8571 \text{ с}^{-1}$ .

**Заключение.** Звено чистого запаздывания, которое при использовании схемы Смита включения последовательного компенсатора выносится за пределы контура, обеспечивая тем самым робастную устойчивость системы, доставляет системе неудовлетворительные показатели качества процессов в установившемся режиме, так что, например, добротность по скорости системы не может быть больше величины, обратной значению запаздывания. Показано, что компенсация ЗЧЗ дифференцирующим звеном первого порядка полностью снимает проблему зависимости добротности по скорости от величины запаздывания. Структурно компенсация ЗЧЗ дифференцирующим звеном достигается его добавлением в состав последовательного компенсатора и модификацией схемы Смита включения компенсатора в состав системы. Следящие приводы с запаздыванием по управлению являются основной областью применения полученных результатов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ким Д. П.** Определение желаемой передаточной функции при синтезе систем управления алгебраическим методом // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 5. С. 15–21.
2. **Вундер Н. А., Ушаков А. В.** Анализ чувствительности к вариации запаздывания систем с последовательным компенсатором, включённым по схеме Смита // Автометрия. 2016. **52**, № 3. С. 71–78.
3. **Ajmeri M., Ali A.** Analytical design of modified Smith predictor for unstable second-order processes with time delay // Intern. Journ. Syst. Sci. 2017. **48**, Is. 8. P. 1671–1681.
4. **Lloyds Raja G., Ali A.** Smith predictor based parallel cascade control strategy for unstable and integrating processes with large time delay // Journ. Process Control. 2017. **52**. P. 57–65.
5. **Бесекецкий В. А., Попов Е. П.** Теория систем автоматического управления. С.-Пб.: Профессия, 2003. 752 с.
6. **Brasch F. M., Pearson Jr., Pearson J. B.** Pole placement using dynamic compensators // IEEE Trans. Automat. Control. 1970. **15**, N 1. P. 34–43.

7. **Smith O. J.** Close control of loops with dead time // Chem. Eng. Progress. 1957. **53**, N 5. P. 217–235.
8. **Smith O. J.** A controller to overcome dead time // ISA Journ. 1959. **6**, N 2. P. 28–32.
9. **Astróm K. J., Hang C. C., Lim B. C.** A new Smith predictor for controlling a process with an integrator and long deadtime // IEEE Trans. Automat. Control. 1994. **39**, N 2. P. 343–345.
10. **Majhi S., Atherton D.** A new Smith predictor and controller for unstable and integrating processes with time delay // Proc. of the 37th IEEE Conf. on Decision and Control. Tampa, USA: IEEE, 1998. Vol. 2. P. 1341–1345.
11. **Olbrot A. W.** Finite spectrum property and predictors // Proc. of the 1st IFAC Workshop on Linear Time Delay Systems. Grenoble, France, 1998. Vol. 31, N 19. P. 203–212.
12. **Palmor Z. J.** Time-delay compensation — Smith predictor and its modifications // The Control Handbook /Ed. W. S. Levine. Boca Raton: CRC Press, 1996. P. 224–237.
13. **Zadeh L. A., Desoer Ch. A.** Linear System Theory: The State Space Approach. N. Y.: Dover Publications, 2008. 656 p.
14. **Mason S. J.** Feedback theory — Further properties of signal flow graphs // Proc. IRE. 1956. **44**, N 7. P. 920–926.
15. **Oppenheim A. V., Willsky A. S., Nawab H. S.** Signals & Systems. New Jersey, USA: Prentice Hall, 1997. 957 p.

*Поступила в редакцию 3 апреля 2017 г.*

---