АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 681.3.08 + 519.2

ОПТИМАЛЬНЫЕ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ АЛГОРИТМЫ ПОИСКА СЛУЧАЙНЫХ ИМПУЛЬСНО-ТОЧЕЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ ДЛЯ СИСТЕМ С НЕСКОЛЬКИМИ ПРИЁМНЫМИ УСТРОЙСТВАМИ*

А. Л. Резник[1], А. В. Тузиков[2], А. А. Соловьев[1], А. В. Торгов[1]

[1] *Институт автоматики и электрометрии СО РАН,*
630090, Россия, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1
[2] *Объединённый институт проблем информатики НАН Беларуси,*
220012, Республика Беларусь, г. Минск, ул. Сурганова, 6
E-mail: reznik@iae.nsk.su
tuzikov@newman.bas-net.by

Построены оптимальные по быстродействию алгоритмы локализации случайных импульсно-точечных источников, имеющих равномерное распределение на интервале поиска и обнаруживающих себя генерацией в случайные моменты времени мгновенных импульсов (дельта-функций). Оптимальные поисковые процедуры обеспечивают заданную точность локализации и зависят от количества регистрирующих устройств в приёмной системе.

Ключевые слова: оптимальный поиск, импульсно-точечный источник, локализация объекта, минимальное время.

DOI: 10.15372/AUT20170301

Введение. Задачи и алгоритмы оптимального поиска случайных источников, о которых пойдёт речь в предлагаемой работе, возникают во многих научно-технических областях. В таких классических дисциплинах, как теория надёжности и математическая теория связи [1], подобные исследования необходимы при разработке методов устранения неисправностей, проявляющихся в виде перемежающихся отказов; в астрофизике с данными проблемами сталкиваются при поиске пульсирующих источников излучения [2]; в современных разделах вычислительной математики эти методы требуются при разработке алгоритмов обнаружения слабоконтрастных и малоразмерных объектов на аэрокосмических изображениях [3], а, к примеру, в теории сигналов эти же методы используются при оценивании надёжности регистрации случайных точечных полей и изображений [4, 5]. Под случайным точечно-импульсным источником далее будет пониматься объект с пренебрежимо малыми угловыми размерами (математическая точка), имеющий случайное расположение на оси X с априорной плотностью распределения $p(x)$, который генерирует бесконечно короткие импульсы (дельта-функции) с пуассоновской интенсивностью λ (т. е. временны́е интервалы между импульсами являются случайной величиной t с показательной плотностью распределения $h(t) = \lambda \exp(-\lambda t)$). Поиск объекта ведётся с помощью регистрирующего устройства (приёмника) с произвольно перестраиваемым во времени окном обзора. Импульс фиксируется, если инициировавший его точечный источник находится в окне обзора регистрирующего устройства. В противном случае импульс считается

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16-01-00313), Президиума РАН (программа № I.5П, проект № 224) и Сибирского отделения РАН (проект СО РАН — НАН Беларуси № 24/2015).

пропущенным. При фиксации импульса приёмным устройством происходит уточнение его положения на координатной оси, в результате чего окно поиска сужается, а процедура локализации повторяется до регистрации следующего импульса и т. д. Требуется за минимальное (в статистическом плане) время локализовать источник с точностью ε (т. е. итогом работы поисковой процедуры является интервал длиной ε, на котором достоверно расположен искомый источник импульсов).

В [6, 7] рассматривались алгоритмы оптимального поиска импульсно-точечных источников, которые предполагали использование единственного приёмника с перестраиваемым окном обзора. Естественно, что при наличии нескольких приёмных устройств среднее время локализации можно существенно сократить.

Целью данной работы является построение оптимальных по времени (в статистическом плане) алгоритмов локализации случайно расположенных точечных импульсных источников, которые учитывают число используемых приёмных устройств и обеспечивают требуемую точность локализации. В рамках этого исследования будет считаться, что априорные сведения о вероятном расположении случайного импульсного объекта внутри интервала поиска $(0, L)$ отсутствуют, т. е. плотность распределения неизвестного источника на оси X задаётся функцией

$$p(x) = \begin{cases} 1/L, & x \in (0, L), \\ 0, & x \notin (0, L). \end{cases}$$

Постановка задачи. Сначала мы остановимся на решении задачи, которая формулируется следующим образом: какой точности локализации можно достичь при однотактной процедуре поиска, осуществляемой с помощью n приёмных устройств и заканчивающейся в момент генерации источником первого же импульса?

Обратим особое внимание на то, что по условиям задачи процедура поиска завершается не в момент регистрации приёмной системой первого импульса, а в момент генерации случайным источником первого же импульса. Это не одно и то же, так как приёмная система может работать, в принципе, с «пропусками», регистрируя не все генерируемые источником импульсы. Таким образом, при однотактном поиске требуется, чтобы система не пропускала ни одного импульса. Очевидно, что в этом случае в любой момент времени совокупное окно обзора всех n приёмных устройств должно перекрывать интервал поиска $(0, L)$. Обозначим через N количество элементарных сегментов, на которые должен быть разбит интервал $(0, L)$, в одном из которых расположен разыскиваемый импульсный объект. Вообще говоря, можно было бы, например, положить N равным числу приёмных устройств n и, разбив интервал поиска на n равных частей, закрепить за каждым из $N = n$ сегментов по одному из имеющихся приёмников. В этой процедуре поиска не возникает никаких проблем с привязкой искомого источника-генератора к нужному сегменту, поскольку регистрируемый импульс всегда фиксируется только одним приёмным устройством. Но, к сожалению, такой упрощённый алгоритм обладает крайне низкой точностью локализации $\varepsilon = L/n$, а потому он весьма далёк от оптимального.

Оптимальная однотактная поисковая процедура. Построение однотактной поисковой процедуры для n приёмных устройств, которая реально минимизирует ошибку локализации, будем проводить следующим образом. Каждый из n используемых приёмников зададим с помощью табл. 1, где i-я строка описывает зону наблюдения приёмника с номером i. Формирующие таблицу бинарные переменные x_{ij} ($i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, N}$) (заметим, что оптимальное значение параметра N ещё предстоит определить) будут принимать значения 0 или 1 в соответствии с правилом:

— если $x_{ij} = 0$, то это означает, что сегмент j в зону наблюдения приёмника i не входит;

— если $x_{ij} = 1$, то в зону наблюдения приёмника i сегмент j входит.

Таблица 1

Двумерный массив, описывающий зону наблюдения каждого из n устройств приёмной системы при однотактной поисковой процедуре

Приёмники	Сегменты				
	1	2	3	...	N
1-й	x_{11}	x_{12}	x_{13}	...	x_{1N}
2-й	x_{21}	x_{22}	x_{23}	...	x_{2N}
3-й	x_{31}	x_{32}	x_{33}	...	x_{3N}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
i-й	x_{i1}	x_{i2}	x_{i3}	...	x_{iN}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n-й	x_{n1}	x_{n2}	x_{n3}	...	x_{nN}

Таким образом, вектор-строка $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN})$ однозначно задаёт приёмник i, а весь массив (x_{ij}) однозначно описывает приёмную систему в целом. Динамическое состояние этой системы характеризует вектор-столбец $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots, r_n)^T$, в котором все бинарные (т. е. принимающие значение 0 или 1) переменные r_i, $i = \overline{1, n}$, равны 0 на всём промежутке времени от начала поиска до регистрации импульса. При фиксации импульса каждая из переменных r_i переходит или не переходит в состояние $r_i = 1$ в зависимости от того, был ли поступивший импульс зафиксирован i-м приёмником или нет. Задача заключается в том, чтобы по этому изменившемуся вектор-столбцу $\mathbf{r}$ определить номер сегмента, инициировавшего импульс.

Далее сформулированы три утверждения, делающие построение оптимального алгоритма однотактного поиска практически очевидной процедурой.

Утверждение 1. Для однозначного определения процедурой однотактного поиска номера сегмента j, на котором расположен точечный источник-инициатор импульса, необходимо и достаточно, чтобы все возможные реализации вектора $\mathbf{r}$, характеризующего состояние приёмной системы в момент регистрации импульса, различались между собой.

Утверждение 2. Максимальное количество $N_{\max}$ элементарных сегментов, на которое разбивается исходный интервал поиска $(0, L)$ и которое задаёт точность локализации импульсного источника, составляет $N_{\max} = 2^n - 1$, где n — число используемых приёмников. (Общее число различных состояний вектора $\mathbf{r}$ равно 2^n, но при регистрации импульса система не может находиться в состоянии $\mathbf{r} = 0$.)

Утверждение 3. Формирование бинарной таблицы (x_{ij}), соответствующей оптимальному алгоритму однотактной локализации случайного точечного источника, целесообразно проводить не посредством объединения вектор-строк $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN})$, $i = \overline{1, n}$, описывающих каждый из n приёмников, а путём объединения вектор-столбцов $\mathbf{x}_j^T = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj})^T$, $i = \overline{1, N}$, характеризующих динамическую реакцию приёмной системы на импульс в сегменте j.

С учётом утверждений 1–3 оптимальное формирование таблицы (x_{ij}) заключается в выборе одного из $(2^n - 1)!$ вариантов компоновки двумерного массива, включающего в свой состав все ненулевые реализации вектор-столбца $\mathbf{x}_j^T = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj})^T$. Каждый из таких бинарных наборов $\{x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}\}$ соответствует своему числу $j = \sum\limits_{i=1}^{n} x_{ij} 2^{n-i}$ из диапазона $j = \overline{1, 2^n - 1}$. Отметим, что порядок следования столбцов $\mathbf{x}_j^T$ в формируемом

Таблица 2

Бинарная таблица, соответствующая приёмной системе с монотонно возрастающими номерами сегментов-инициаторов импульса

Приёмники	Сегменты				
	1	2	3	...	$N_{\max} = 2^n - 1$
1-й	0	0	0	...	1
2-й	0	0	0	...	1
3-й	0	0	0	...	1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
i-й	0	0	0	...	1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$(n-1)$-й	...	1	1	...	1
n-й	1	0	1	...	1

массиве (x_{ij}), в принципе, может быть произвольным. Если же столбцы массива выстроить в возрастающем порядке по их «содержимому», то для описания такой приёмной системы получим матрицу (x_{ij}), представленную в табл. 2. В этом случае алгоритм определения номера сегмента с неизвестным источником будет предельно прост: если динамическое состояние приёмной системы описывается вектором $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \ldots, r_n)^T$, то источник импульса находится в сегменте с номером $j = \sum\limits_{i=1}^{n} r_i 2^{n-i}$, а набор скалярных координат вектор-столбца $\mathbf{r}$ как раз и является двоичной записью этого номера.

Абсолютная точность однотактной процедуры локализации неизвестного источника $\varepsilon = L/(2^n - 1)$, а среднее время локализации $\langle\tau\rangle$ равно математическому ожиданию паузы между импульсами и не зависит от числа используемых приёмников:

$$\langle\tau\rangle = \int\limits_0^\infty th(t)dt = \int\limits_0^\infty t\lambda\exp(-\lambda t)dt = 1/\lambda.$$

Оптимальный многоэтапный поиск с применением n приёмных устройств. Описанная выше процедура однотактного поиска показывает, как должно распределяться поисковое усилие между n участвующими в ней приёмными устройствами, чтобы добиться наилучшей точности локализации случайного импульсного источника. Важным моментом, который будет напрямую учитываться далее, является то, что эта процедура предельно конструктивна и полностью однозначна, поэтому при оптимальном распределении поисковых усилий импульсный объект всегда локализуется с точностью $W/(2^n - 1)$, где W — совокупное окно обзора всех n используемых приёмных устройств. Теперь с учётом данных соображений можно приступить к решению более сложной задачи, а именно необходимо построить оптимальный по времени алгоритм поиска случайного импульсного источника, осуществляемый системой из n приёмных устройств при требуемой точности локализации ε. Наряду с заранее оговариваемой точностью локализации существенным усложняющим моментом в сформулированной задаче является то, что в ней выбор оптимальной поисковой процедуры не ограничивается однотактными алгоритмами локализации, а требование закончить поиск в момент генерации первого же импульса отсутствует. Более того, как будет показано далее, уже при сравнительно невысоких требованиях к точности локализации оптимальная по времени процедура многоэтапна, а переход от одного этапа к другому происходит в момент регистрации приёмной системой очередного импульса. При этом вполне допустима ситуация, когда часть генерируемых случайным источником импульсов не фиксируется системой. Как и в предыдущей задаче, считается, что локализуемый точечный источник имеет равномерную плотность распределения на интервале $(0, L)$.

Переходя к решению поставленной задачи, введём ряд дополнительных обозначений: M — количество этапов в поисковой процедуре, W_i — совокупное окно обзора системы из n приёмных устройств на i-м этапе поиска (в случаях, не допускающих двойной трактовки, W_i — не только само окно, но и его линейный размер). С учётом принятых обозначений среднее время $\langle\tau\rangle$ любой M-этапной (не обязательно оптимальной) процедуры поиска случайного источника, которая обеспечивает точность локализации ε, запишется в виде

$$\langle\tau\rangle = \frac{1}{\lambda}\Big(\frac{L}{W_1} + \frac{W_1/(2^n-1)}{W_2} + \frac{W_2/(2^n-1)}{W_3} + \ldots + \frac{W_{M-1}/(2^n-1)}{W_M}\Big), \tag{1}$$

$$W_M = (2^n-1)\varepsilon. \tag{1а}$$

Целочисленный параметр M и непрерывные переменные W_i, $i = \overline{1, M}$, доставляющие минимум выражению (1), подлежат оцениванию. В соотношении (1) учтено, что на каждом последующем $(i{+}1)$-м этапе поисковой процедуры сканирование ведётся совокупным окном W_{i+1} в пределах одного из (2^n-1) сегментов, которые формировали окно обзора W_i на предыдущем этапе, причём на $(i+1)$-м этапе в качестве объекта сканирования выступает тот из сегментов, внутри которого был зафиксирован i-й импульс. Для фиксированного M оптимальные размеры сканирующих окон W_i, $i = \overline{1, M}$, при которых среднее время локализации (1) достигает минимума, должны удовлетворять системе уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\langle\tau\rangle}{\partial W_1} = \dfrac{1}{\lambda(2^n-1)}\Big(-\dfrac{W_0}{W_1^2} + \dfrac{1}{W_2}\Big) = 0, \\[2ex] \dfrac{\partial\langle\tau\rangle}{\partial W_2} = \dfrac{1}{\lambda(2^n-1)}\Big(-\dfrac{W_1}{W_2^2} + \dfrac{1}{W_3}\Big) = 0, \\ \qquad\qquad\vdots \\ \dfrac{\partial\langle\tau\rangle}{\partial W_{M-1}} = \dfrac{1}{\lambda(2^n-1)}\Big(-\dfrac{W_{M-2}}{W_{M-1}^2} + \dfrac{1}{W_M}\Big) = 0, \end{cases} \tag{2}$$

$$W_M = (2^n-1)\varepsilon, \tag{2а}$$

$$W_0 = (2^n-1)L. \tag{2б}$$

Система уравнений (2) получена простым приравниванием к 0 всех частных производных соотношения (1) для среднего времени поиска $\langle\tau\rangle$, а условное обозначение (2б) введено для симметрии записи. Дальнейшее решение поставленной задачи удобнее разбить на две части. Сначала определим количество этапов M_{opt} в оптимальной процедуре локализации, затем рассчитаем все остальные параметры. При фиксированном значении целочисленного параметра M решение системы (2) представится в виде

$$W_i = [(2^n-1)(\varepsilon/L)^{i/M}]L, \quad i = \overline{1, M}. \tag{3}$$

Учитывая, что безразмерные коэффициенты $(2^n-1)(\varepsilon/L)^{i/M}$ не могут превышать значение 1, получаем условие, при котором справедливо решение (3):

$$(\varepsilon/L) \le 1/(2^n-1)^M. \tag{3a}$$

Подставляя (3) в (1), запишем выражение для среднего времени $\langle\tau\rangle$ в случае M-этапной процедуры локализации:

$$\langle\tau\rangle_M = \frac{1}{\lambda}\,\frac{M}{2^n-1}\,(\varepsilon/L)^{-1/M}. \tag{4}$$

Функция

$$f(x) = \frac{x(\varepsilon/L)^{-1/x}}{\lambda(2^n-1)} \tag{5}$$

является непрерывным аналогом выражения (4) и имеет единственный локальный минимум (это обстоятельство будет использовано далее), который достигается в точке $x_{\min} = -\ln(\varepsilon/L)$. Переписывая условие (3а) в эквивалентной форме:

$$M \le -\frac{\ln(\varepsilon/L)}{\ln(2^n-1)}, \tag{6}$$

получаем, что при любых значениях $n \ge 2$ (естественно, положительных и целочисленных) количество этапов $M_{\rm opt}$ в оптимальной процедуре локализации совпадает с максимальным целым числом, удовлетворяющим ограничению (6). Здесь принимается во внимание тот факт, что функция (5) левее точки $x_{\min} = -\ln(\varepsilon/L)$ монотонно падает. Таким образом, для значений ε/L, находящихся в окрестности точки $(\varepsilon/L) = 1/(2^n-1)^M$, оптимальная поисковая процедура состоит из M этапов. Для полного описания оптимального алгоритма локализации остаётся выяснить, при каких требованиях к точности локализации (т. е. при каких значениях ε/L) осуществляется переход от M-этапного к $(M+1)$-этапному поиску. Очевидно, что в точке перехода среднее время M-этапного поиска должно совпасть с самым «быстрым» $(M+1)$-этапным поиском:

$$\frac{1}{\lambda}\,\frac{M}{2^n-1}\,(\varepsilon/L)^{-1/M} = \frac{M+1}{\lambda}. \tag{7}$$

Отсюда получаем точку, в которой у оптимальных алгоритмов локализации наблюдается переход от M-этапной стратегии поиска к $(M+1)$-этапной:

$$(\varepsilon/L)_{M\to M+1} = \frac{1}{(2^n-1)^M}\left(\frac{M}{M+1}\right)^M. \tag{8}$$

Основные результаты расчётов, систематизирующие параметры оптимальных по времени алгоритмов локализации точечных объектов, обнаруживающих себя генерацией в случайные моменты времени бесконечно коротких импульсов (дельта-функций), представлены в табл. 3. Эти результаты относятся к системам, обладающим несколькими ($n \ge 2$) приёмными устройствами. В последней строке таблицы приведены параметры оптимального поиска для асимптотической процедуры, когда требуемая точность локализации ε/L стремится к 0.

Для сравнения в табл. 4 даны характеристики оптимальных поисковых алгоритмов для системы с единственным приёмным устройством ($n = 1$).

Таблица 3

Параметры оптимального поиска случайного импульсного источника в зависимости от количества приёмных устройств n $(n \geq 2)$ и требуемой точности локализации ε/L

(ε/L) (требуемая точность локализации)	M_{opt} (оптимальное число этапов при заданной точности локализации)	W_i, $i=\overline{1,M_{\text{opt}}}$ (окна обзора приёмной системы на каждом из M_{opt} этапов оптимального поиска)	$\langle\tau\rangle$ (среднее время локализации)
$\frac{1}{2^n-1} \leq (\varepsilon/L) < 1$	1	$W_1 = L$	$1/\lambda$
$\frac{1}{2(2^n-1)} \leq (\varepsilon/L) \leq$ $\leq \frac{1}{2^n-1}$	1	$W_1 = (2^n-1)(\varepsilon/L)^1 L = (2^n-1)\varepsilon$	$\frac{1}{\lambda(2^n-1)}\,(\varepsilon/L)^{-1}$
$\frac{1}{(2^n-1)^2} \leq (\varepsilon/L) \leq \frac{1}{2(2^n-1)}$	2	$W_1 = L;$ $W_2 = \frac{1}{2^n-1}\,L$	$2/\lambda$
$\frac{1}{(2^n-1)^2}\left(\frac{2}{3}\right)^2 \leq$ $\leq (\varepsilon/L) \leq \frac{1}{(2^n-1)^2}$	2	$W_1 = (2^n-1)(\varepsilon/L)^{1/2}L;$ $W_2 = (2^n-1)(\varepsilon/L)L = (2^n-1)\varepsilon$	$\frac{2}{\lambda(2^n-1)}\,(\varepsilon/L)^{-1/2}$
$\frac{1}{(2^n-1)^3} \leq (\varepsilon/L) \leq$ $\leq \frac{1}{(2^n-1)^2}\left(\frac{2}{3}\right)^2$	3	$W_1 = L;$ $W_2 = \frac{1}{2^n-1}\,L;$ $W_3 = \frac{1}{(2^n-1)^2}\,L$	$3/\lambda$
$\frac{1}{(2^n-1)^3}\left(\frac{3}{4}\right)^3 \leq$ $\leq (\varepsilon/L) \leq \frac{1}{(2^n-1)^3}$	3	$W_1 = (2^n-1)(\varepsilon/L)^{1/3}L;$ $W_2 = (2^n-1)(\varepsilon/L)^{2/3}L;$ $W_3 = (2^n-1)(\varepsilon/L)L = (2^n-1)\varepsilon$	$\frac{3}{\lambda(2^n-1)}(\varepsilon/L)^{-1/3}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\frac{1}{(2^n-1)^M} \leq (\varepsilon/L) \leq$ $\leq \frac{1}{(2^n-1)^{M-1}}\left(\frac{M-1}{M}\right)^{M-1}$	M	$W_1 = L; \quad W_2 = \frac{1}{2^n-1}\,L;$ $\vdots$ $W_i = \frac{1}{(2^n-1)^{i-1}}\,L;$ $\vdots$ $W_M = \frac{1}{(2^n-1)^{M-1}}\,L$	M/λ
$\frac{1}{(2^n-1)^M}\left(\frac{M}{M+1}\right)^M \leq$ $\leq (\varepsilon/L) \leq \frac{1}{(2^n-1)^M}$	M	$W_1 = (2^n-1)(\varepsilon/L)^{1/M}\,L;$ $W_2 = (2^n-1)(\varepsilon/L)^{2/M}\,L;$ $\vdots$ $W_i = (2^n-1)(\varepsilon/L)^{i/M}\,L;$ $\vdots$ $W_M = (2^n-1)(\varepsilon/L)^{M/M}L = (2^n-1)\varepsilon$	$\frac{M}{\lambda(2^n-1)}\,(\varepsilon/L)^{-1/M}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$(\varepsilon/L) \to 0$ $\frac{\mathrm{e}^{-1}}{(2^n-1)^{M_\infty}} \leq$ $\leq (\varepsilon/L) \leq \frac{\mathrm{e}^{-1}}{(2^n-1)^{M_\infty-1}}$	$M_\infty \approx \frac{-\ln(\varepsilon/L)}{\ln(2^n-1)}$	$W_1 = L;$ $W_2 = \frac{1}{2^n-1}\,L;$ $\vdots$ $W_i = \frac{1}{(2^n-1)^{i-1}}\,L;$ $\vdots$ $W_{M_\infty} = \frac{1}{(2^n-1)^{M_\infty-1}}\,L \approx$ $\approx \frac{2^n-1}{(2^n-1)^{-\ln(\varepsilon/L)/\ln(2^n-1)}}\,L = (2^n-1)\varepsilon$	$\frac{M_\infty}{\lambda} \approx -\frac{\ln(\varepsilon/L)}{\lambda\ln(2^n-1)}$

Таблица 4

Параметры оптимального поиска случайного импульсного источника для системы с одним приёмным устройством ($n = 1$)

(ε/L) (требуемая точность локализации)	M_{opt} (оптимальное число этапов при заданной точности локализации)	W_i, $i = \overline{1, M_{\text{opt}}}$ (окна обзора приёмной системы на каждом из M_{opt} этапов оптимального поиска)	$\langle\tau\rangle$ (среднее время локализации)
$\frac{1}{4} \le (\varepsilon/L) < 1$	1	$W_1 = \varepsilon$	$\frac{1}{\lambda}(\varepsilon/L)^{-1}$
$\left(\frac{2}{3}\right)^6 \le (\varepsilon/L) \le \frac{1}{4}$	2	$W_1 = (\varepsilon/L)^{1/2}L$; $W_2 = (\varepsilon/L)L = \varepsilon$	$\frac{2}{\lambda}(\varepsilon/L)^{-1/2}$
$\left(\frac{3}{4}\right)^{12} \le (\varepsilon/L) \le \left(\frac{2}{3}\right)^6$	3	$W_1 = (\varepsilon/L)^{1/3}L$; $W_2 = (\varepsilon/L)^{2/3}L$; $W_3 = (\varepsilon/L)L = \varepsilon$	$\frac{3}{\lambda}(\varepsilon/L)^{-1/3}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\left(\frac{M}{M+1}\right)^{M(M+1)} \le (\varepsilon/L) \le$ $\le \left(\frac{M-1}{M}\right)^{M(M-1)}$	M	$W_1 = (\varepsilon/L)^{1/M}L$; $W_2 = (\varepsilon/L)^{2/M}L$; $\vdots$ $W_i = (\varepsilon/L)^{i/M}L$; $\vdots$ $W_M = (\varepsilon/L)^{M/M}L = \varepsilon$	$\frac{M}{\lambda}(\varepsilon/L)^{-1/M}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$(\varepsilon/L) \to 0$ $(\varepsilon/L) \approx \mathrm{e}^{-M_\infty}$	$M_\infty \approx$ $\approx -\ln(\varepsilon/L)$	$W_1 = (\varepsilon/L)^{1/M_\infty}L = \mathrm{e}^{-1}L$; $W_2 = (\varepsilon/L)^{2/M_\infty}L = \mathrm{e}^{-2}L$; $\vdots$ $W_i = (\varepsilon/L)^{i/M_\infty}L = \mathrm{e}^{-i}L$; $\vdots$ $W_{M_\infty} = \mathrm{e}^{-M_\infty}L = (\varepsilon/L)L = \varepsilon$	$\frac{M_\infty}{\lambda}(\varepsilon/L)^{-1/M_\infty} \approx$ $\approx \frac{-\ln(\varepsilon/L)}{\lambda}(\varepsilon/L)^{1/\ln(\varepsilon/L)} =$ $= -\frac{\mathrm{e}\ln(\varepsilon/L)}{\lambda}$

Заключение. Приведённые результаты решают проблему построения оптимальных алгоритмов локализации случайных импульсно-точечных источников, когда такие объекты имеют равномерное распределение на интервале поиска $(0, L)$. Кроме того, предложенные поисковые стратегии открывают перспективу расчёта оптимальных по быстродействию алгоритмов локализации для тех случаев, если плотность распределения случайного импульсного источника отличается от равномерной. Ещё одним интересным и слабо исследованным направлением в обсуждаемой задаче является построение оптимальных поисковых процедур, ориентированных на одновременную локализацию нескольких случайных источников.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Shannon C. E.** A mathematical theory of communication // Bell Syst. Techn. Journ. 1948. **27**, July. P. 379–423; October. P. 623–656.

2. **Липунов В. М.** Астрофизика нейтронных звезд. М.: Наука, 1987. 269 с.
3. **Kirichuk V. S., Mokin K. Yu., Reznik A. L.** Algorithms for processing of series of digital aerospace images based on automatic search for the conjugate points // Pattern Recogn. and Image Analysis. 2001. **11**, N 1. P. 192–194.
4. **Резник А. Л., Ефимов В. М., Соловьев А. А., Торгов А. В.** О безошибочном считывании случайных дискретно-точечных полей // Автометрия. 2012. **48**, № 5. С. 93–103.
5. **Резник А. Л., Соловьев А. А., Торгов А. В.** Программно-комбинаторный подход к решению задач безошибочного считывания случайных точечных изображений // Автометрия. 2016. **52**, № 2. С. 20–27.
6. **Ефимов В. М., Нестеров А. А., Резник А. Л.** Алгоритмы оптимального по быстродействию поиска точечных световых объектов // Автометрия. 1980. № 3. С. 72–76.
7. **Резник А. Л.** Программы для аналитических вычислений в задачах локализации точечных объектов // Автометрия. 1991. № 6. С. 21–26.

Поступила в редакцию 25 января 2017 г.