

СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗАЦИИ В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ И ПРОМЫШЛЕННОСТИ

УДК 681.532.8

ПЛАНИРОВАНИЕ МАРШРУТОВ ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГЛАДКИХ ТРАЕКТОРИЙ*

С. А. Белоконь, Ю. Н. Золотухин, А. А. Нестеров

*Институт автоматики и электрометрии СО РАН,
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1
E-mail: zol@idisys.iae.nsk.su*

Для решения проблемы планирования маршрута, заданного последовательностью поворотных пунктов, предложен упрощённый метод расчёта плоской траектории, состоящей из ориентированных отрезков прямых, сопряжённых клотоидами (спиралями Корню). Эффективность метода подтверждена численным моделированием в среде MATLAB/Simulink.

Ключевые слова: летательный аппарат, планирование траектории, поворотные пункты маршрута, спираль Корню (клотоида), ограничение перегрузки.

DOI: 10.15372/AUT20170101

Введение. Для создания системы автоматического управления летательным аппаратом (ЛА) на всех этапах полёта необходимо решение ряда частных задач. В [1] был предложен способ вычисления вращающих моментов, приводящих аппарат в заданное угловое положение.

Для решения проблемы планирования маршрута, заданного последовательностью поворотных пунктов маршрута (ППМ), используются два основных метода: в первом аппарат должен следовать за точкой, передвигающейся вдоль желаемой траектории с установленной скоростью («отслеживание траектории») [2], при этом неявно требуется, чтобы аппарат находился в определённом положении в определённое время; во втором аппарат должен следовать вдоль пути, а не находиться в определённом положении в определённое время («следование вдоль пути») [3]. Алгоритмы следования вдоль пути используют методы векторных либо потенциальных полей [4, 5].

Постановка задачи. В данной работе применён второй метод планирования маршрута. Далее под маршрутом движения летательного аппарата понимается проекция трёхмерной траектории полёта на горизонтальную плоскость. Основой планирования такого маршрута является указание координат поворотных пунктов и определение траекторий движения между ППМ и траекторий поворотов в окрестностях этих пунктов.

На рис. 1 представлена схема фрагмента маршрута, состоящего из трёх ППМ и соответствующих траекторий L_1, L_2, S_1 . Пункты поворота обозначены точками P_1, P_2, P_3 с указанием координат в системе (z, x) , принятой при описании движения ЛА. Движение между ППМ осуществляется в направлениях возрастания индексов ППМ, т. е. по отрезкам L_1, L_2 ориентированных прямых линий. Поворот от траектории L_1 к траектории L_2 происходит по кривой S_1 , к которой предъявляются специфические требования, связанные с необходимостью учёта ограничений на перегрузки, испытываемые ЛА.

*Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 15-08-03233).

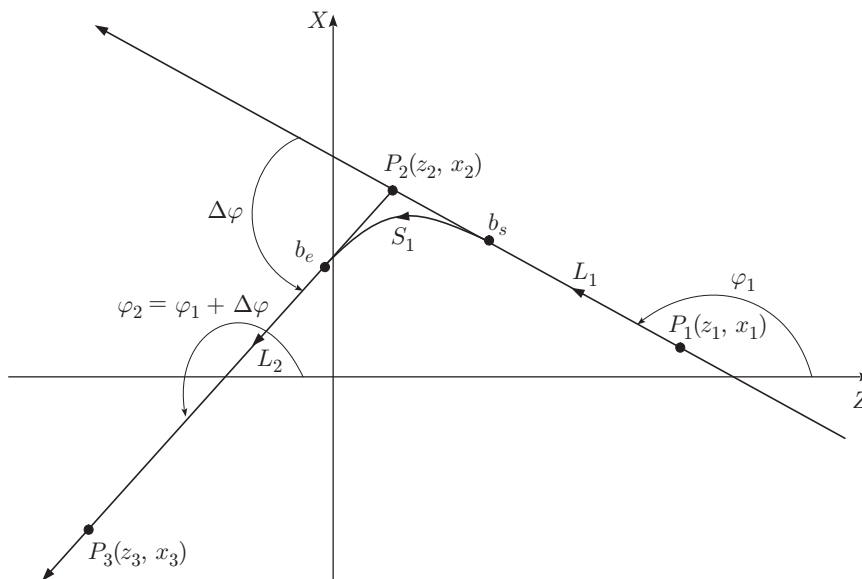


Рис. 1. Схема фрагмента маршрута

Определим перегрузку \bar{n} как отношение ускорений, испытываемых ЛА, к ускорению силы тяжести g : $\bar{n} = \dot{V}/g$, где $\dot{V} = (a_t, a_n)$ — вектор ускорения с компонентами a_t (тангенциальное) и a_n (нормальное). Без потери общности будем считать, что движение по маршруту осуществляется с постоянной линейной скоростью ($V = \text{const}$) и, следовательно, в перегрузке отсутствует компонента a_t :

$$n = a_n/g. \quad (1)$$

В точках начала b_s и конца b_e поворота прямые L_1 и L_2 должны быть касательными к кривой S_1 , что необходимо для непрерывности траектории, но недостаточно для её гладкости. Требуется ещё соблюдение равенства кривизны траекторий в точках сопряжения. Важность этого демонстрируется, например, в случае сопряжения прямой с окружностью, когда в точке сопряжения нормальное ускорение скачком изменяется от нуля на прямой до V^2/R на окружности. Внезапное приложение такого ускорения, в общем случае немалого, воспринимается конструкцией ЛА как ударная нагрузка, при которой деформации элементов конструкции могут значительно превысить деформации при медленном приложении аналогичной нагрузки. С данным явлением давно знакомы строители дорог [6, 7], широко использующие кривую, сопряжение которой с прямолинейными участками траектории не приводит к ударным нагрузкам. Это спираль Корню или клотоида [8].

Таким образом, целью исследования является разработка способа планирования маршрута движения летательного аппарата на основе применения теории спиралей Корню с учётом требования непрерывного характера изменения перегрузки при манёвре.

Метод решения. В данной работе предложен упрощённый метод расчёта гладкого маршрута P_1, P_2, P_3 с использованием клотоиды как траектории поворота и ориентированных прямых L_1, L_2 в качестве маршрутов движения от точки P_1 к точке P_2 и от P_2 к P_3 .

Для описания маршрутов L_1 и L_2 естественно применить теорию ориентированных пересекающихся прямых, проходящих через две заданные точки [4]. Для сокращения объёма излагаемого материала воспользуемся векторной формой вычислений.

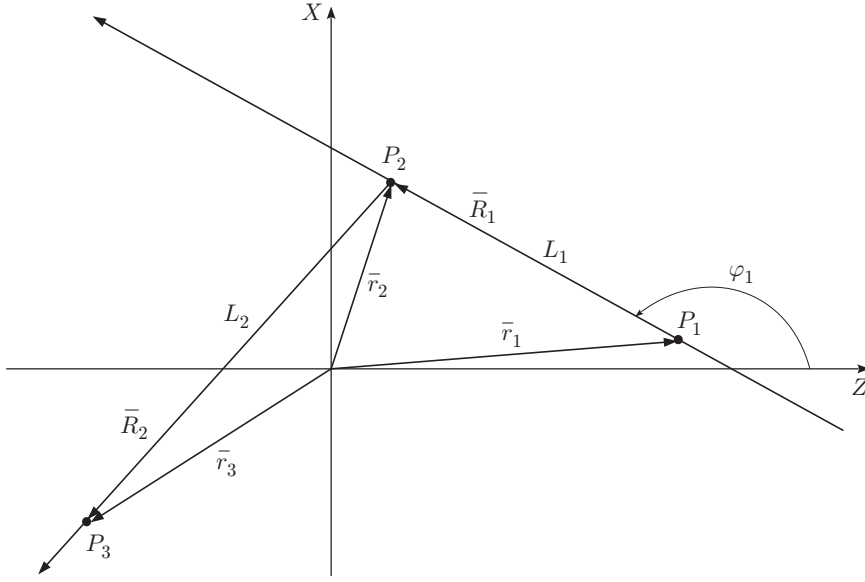


Рис. 2. Радиусы-векторы точек

Введём в рассмотрение радиусы-векторы $\bar{r}_1(z_1, x_1) = [z_1 \ x_1]^T$, $\bar{r}_2(z_2, x_2) = [z_2 \ x_2]^T$, $\bar{r}_3(z_3, x_3) = [z_3 \ x_3]^T$ и $\bar{r}(z, x) = [z \ x]^T$ точек P_1, P_2, P_3 и произвольных точек $P(z, x)$, лежащих на прямых L_1 и L_2 (рис. 2).

Вектор $\bar{R}_1 = \bar{r}_2 - \bar{r}_1$ определяет направление движения ЛА от точки P_1 к точке P_2 , т. е. единичный вектор $\bar{\tau}_1$ касательной к траектории L_1 запишем как

$$\bar{\tau}_1 = \bar{R}_1 / |\bar{R}_1| = [(\bar{\tau}_1)_z \ (\bar{\tau}_1)_x]^T = [\cos \varphi_1 \ \sin \varphi_1]^T, \quad (2)$$

а единичный вектор нормали к этой же траектории в виде

$$\bar{n}_1 = [(\bar{\tau}_1)_x - (\bar{\tau}_1)_z]^T = [\sin \varphi_1 - \cos \varphi_1]^T, \quad (3)$$

где φ_1 — угол между положительным направлением оси Z и ориентированной прямой L_1 .

Сама прямая $L_1(z, x)$ задаётся уравнением

$$L_1(z, x) = \bar{r}(z, x)\bar{n}_1 + c_1 = z \sin \varphi_1 - x \cos \varphi_1 + c_1 = 0. \quad (4)$$

Уравнение прямой $L_2(z, x)$ находится аналогично заменой индексов 1 и 2 индексами 2 и 3 соответственно:

$$L_2(z, x) = \bar{r}(z, x)\bar{n}_2 + c_2 = z \sin \varphi_2 - x \cos \varphi_2 + c_2 = 0. \quad (5)$$

Константы c_1 и c_2 определяются из условия прохождения прямой L_1 через точки P_1 и P_2 и прямой L_2 через точки P_2 и P_3 :

$$\begin{cases} c_1 = -\bar{r}_1(z_1, x_1)\bar{n}_1 = -\bar{r}_2(z_2, x_2)\bar{n}_1, \\ c_2 = -\bar{r}_2(z_2, x_2)\bar{n}_2 = -\bar{r}_3(z_3, x_3)\bar{n}_2. \end{cases} \quad (6)$$

Очевидно, величина и направление скоростей движения по прямым L_1 и L_2 задаются векторами

$$\bar{V}_1 = V\bar{\tau}_1; \quad \bar{V}_2 = V\bar{\tau}_2. \quad (7)$$

В качестве траектории поворота S_1 примем клотоиду, которая не только обеспечивает непрерывное с заданной скоростью изменение центростремительного ускорения, но и является самой короткой среди переходных кривых подобного класса.

В координатах (z, x) спираль Корню описывается интегралами Френеля

$$\begin{cases} z(U) = \int_0^U \cos \frac{\pi}{2} U^2 dU, \\ x(U) = \int_0^U \sin \frac{\pi}{2} U^2 dU. \end{cases} \quad (8)$$

Поскольку табличные значения интегралов Френеля не будут использоваться в данной работе и удобнее другая нормировка в соотношениях (8), определим клотоиду в форме

$$\begin{cases} z(\tau) = a \int_0^\tau \cos \frac{\tau^2}{2} d\tau, \\ x(\tau) = a \int_0^\tau \sin \frac{\tau^2}{2} d\tau. \end{cases} \quad (9)$$

Чтобы соотношения (9) имели физический смысл, параметр a следует рассматривать как некий масштабный коэффициент, т. е. положить $[a] = M$ и принять τ за безразмерное время: $\Delta\tau = \Delta t/T$, где $[T] = [t] = c$. Здесь и далее $[\cdot]$ — размерность переменной.

Соотношения (9) задают траекторию поворота S_1 в параметрической форме. Дважды дифференцируя (9) по параметру τ , получим векторы скорости и ускорения ЛА в функции параметра τ :

$$\bar{V}(\tau) = a \begin{bmatrix} \cos(\tau^2/2) \\ \sin(\tau^2/2) \end{bmatrix}; \quad \frac{d\bar{V}(\tau)}{d\tau} = a\tau \begin{bmatrix} -\sin(\tau^2/2) \\ \cos(\tau^2/2) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Из второго соотношения (10) очевидно, что $|\bar{V}(\tau)/d\tau| = a\tau$ и, следовательно, для плавного перехода к повороту или выхода из него в точках сопряжения клотоиды с прямыми L_1 и L_2 необходимо иметь $\tau = 0$.

Определим $\varphi(\tau)$ — угол наклона касательной к клотоиде. В точке сопряжения клотоиды с прямой L_1 $\tau = 0$ и $\varphi(0) = 0$. При движении по клотоиде $\Delta\varphi(\tau)$ будет получать приращение $\Delta\varphi(\tau) = \Delta \arctg(V_x(\tau)/V_z(\tau)) = \Delta(\tau^2/2)$, $d\varphi/d\tau = \tau$, другими словами,

$$\varphi(\tau) = \varphi(0) + \frac{\tau^2}{2}. \quad (11)$$

Соотношение (11) не может одновременно удовлетворять условиям $\varphi(0) = \varphi_1$ и $\varphi(0) = \varphi_2$ в точках сопряжения с прямыми L_1 и L_2 . Данное противоречие устраняется с помощью так называемой симметричной клотоиды, состоящей из двух частей. При этом параметр τ возрастает от значения $\tau = 0$ в точке сопряжения с прямой L_1 до некоторого значения τ_c с соответствующим изменением $\varphi(\tau)$ от $\varphi(0) = \varphi_1$ на L_1 до некоторого $\varphi(\tau_c) = \varphi_c$ и убывает от значения τ_c до $\tau = 0$ на участке от $\varphi(\tau_c) = \varphi_c$ до $\varphi(0) = \varphi_2$ на L_2 . В таком случае (11) принимает вид $\varphi(\tau) = \varphi(0) \pm \tau^2/2$, справедливый для обоих участков клотоиды.

Для симметричности клотоиды следует положить

$$\Delta\varphi(\tau_c) = \frac{\Delta\varphi}{2} = \pm \frac{\tau_c^2}{2}, \quad (12)$$

где $\Delta\varphi$ — угол между положительными направлениями прямых L_1 и L_2 .

Знак в (12) определяется знаком угла $\Delta\varphi$, т. е. необходимо задать

$$\tau_c^2 = |\Delta\varphi|; \quad \tau_c = \sqrt{|\Delta\varphi|}. \quad (13)$$

Угол $\Delta\varphi$ отсчитывается от положительного направления L_1 до положительного направления L_2 против часовой стрелки, другими словами, $\Delta\varphi \geq 0$ при левом повороте от L_1 к L_2 и $\Delta\varphi \leq 0$ при правом повороте от L_1 к L_2 . При таком определении $\Delta\varphi$ всегда должно выполняться равенство

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi. \quad (14)$$

В [4] приведены соотношения для вычисления $\Delta\varphi$ при задании прямых в виде $f(z, x) = Az + Bx + C = 0$. В нашем случае с учётом (2)–(5) получим

$$A_1 = (\bar{\tau}_1)_z; \quad B_1 = -(\bar{\tau}_1)_x; \quad A_2 = (\bar{\tau}_2)_z; \quad B_2 = -(\bar{\tau}_2)_x, \quad (15)$$

отсюда будем иметь

$$\begin{cases} \cos \Delta\varphi = (\bar{\tau}_1)_x(\bar{\tau}_2)_x + (\bar{\tau}_1)_z(\bar{\tau}_2)_z = \bar{\tau}_1\bar{\tau}_2, \\ \sin \Delta\varphi = (\bar{\tau}_1)_z(\bar{\tau}_2)_x - (\bar{\tau}_2)_z(\bar{\tau}_1)_x = \bar{\tau}_1\bar{n}_2. \end{cases} \quad (16)$$

Применение процедуры atan2 системы MATLAB к соотношениям (16) даёт значение $\Delta\varphi$, удовлетворяющее условию $-\pi < \Delta\varphi < \pi$, что при выполнении (14) исключает ошибки, связанные с многозначностью функции Arctg.

Прямая с углом наклона

$$\varphi_c = \varphi_1 + \frac{\Delta\varphi}{2} = \varphi_2 - \frac{\Delta\varphi}{2}, \quad (17)$$

проходящая через точку $P_2(z_2, x_2)$, делит угол между положительными направлениями прямых L_1 и L_2 пополам:

$$\varphi_c = (\varphi_1 + \varphi_2)/2. \quad (18)$$

Из (17) следуют более удобные соотношения:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1; \quad \tau_c = \sqrt{|\varphi_2 - \varphi_1|}. \quad (19)$$

Теперь можно полностью сформулировать закон изменения угла $\Delta\varphi_{\tan}(\tau)$ наклона касательной к клотоиде в функции параметра τ .

1. $\Delta\varphi > 0$, $\varphi_2 > \varphi_c > \varphi_1$ (левый поворот):

$$\varphi_{\tan}(\tau) = \begin{cases} \varphi_1 + \tau^2/2 & \text{при } 0 \leq \tau \leq \tau_c, \quad d\tau/dt > 0, \\ \varphi_2 - \tau^2/2 & \text{при } \tau_c > \tau \geq 0, \quad d\tau/dt < 0. \end{cases} \quad (20)$$

2. $\Delta\varphi < 0$, $\varphi_1 > \varphi_c > \varphi_2$ (правый поворот):

$$\varphi_{\tan}(\tau) = \begin{cases} \varphi_1 - \tau^2/2 & \text{при } 0 \leq \tau \leq \tau_c, \quad d\tau/dt > 0, \\ \varphi_2 + \tau^2/2 & \text{при } \tau_c > \tau \geq 0, \quad d\tau/dt < 0. \end{cases} \quad (21)$$

Соотношения (20), (21) можно объединить:

$$\varphi_{\tan}(\tau) = \begin{cases} \varphi_1 + \text{sign}\Delta\varphi(\tau^2/2) & \text{при } 0 \leq \tau \leq \tau_c, \quad d\tau/dt > 0, \\ \varphi_2 - \text{sign}\Delta\varphi(\tau^2/2) & \text{при } \tau_c > \tau \geq 0, \quad d\tau/dt < 0. \end{cases} \quad (22)$$

Для полного описания траектории поворота необходимо определить точки $b_s(z_s, x_s)$ начала и $b_e(z_e, x_e)$ конца траектории поворота. Координаты этих точек должны удовлетворять уравнениям (4) и (5), что даёт два уравнения для четырёх неизвестных координат. При движении по клотоиде координаты ЛА получают приращения, которые обозначим Δz_{cl} и Δx_{cl} . Отсюда следуют ещё два уравнения:

$$\begin{cases} z_e = z_s + \Delta z_{cl}, \\ x_e = x_s + \Delta x_{cl}. \end{cases} \quad (23)$$

Введём обозначения

$$\begin{cases} I_1 = \int_0^{\tau_c} \cos\left(\varphi_1 + \text{sign}\Delta\varphi \frac{\tau^2}{2}\right) d\tau, \\ I_2 = - \int_0^{\tau_c} \cos\left(\varphi_2 - \text{sign}\Delta\varphi \frac{\tau^2}{2}\right) d\tau, \\ I_3 = \int_0^{\tau_c} \sin\left(\varphi_1 + \text{sign}\Delta\varphi \frac{\tau^2}{2}\right) d\tau, \\ I_4 = - \int_0^{\tau_c} \sin\left(\varphi_2 - \text{sign}\Delta\varphi \frac{\tau^2}{2}\right) d\tau \end{cases} \quad (24)$$

и функции

$$\text{CF}(\tau_c) = \int_0^{\tau_c} \cos \frac{\tau^2}{2} d\tau; \quad \text{SF}(\tau_c) = \int_0^{\tau_c} \sin \frac{\tau^2}{2} d\tau. \quad (25)$$

После простых преобразований интегралы в (24) приобретают форму

$$\begin{cases} I_1 = \cos \varphi_1 \cdot \text{CF}(\tau_c) - \text{sign}\Delta\varphi \cdot \sin \varphi_1 \cdot \text{SF}(\tau_c), \\ I_2 = - \cos \varphi_2 \cdot \text{CF}(\tau_c) - \text{sign}\Delta\varphi \cdot \sin \varphi_2 \cdot \text{SF}(\tau_c), \\ I_3 = \sin \varphi_1 \cdot \text{CF}(\tau_c) + \text{sign}\Delta\varphi \cdot \cos \varphi_1 \cdot \text{SF}(\tau_c), \\ I_4 = - \sin \varphi_2 \cdot \text{CF}(\tau_c) + \text{sign}\Delta\varphi \cdot \sin \varphi_2 \cdot \text{SF}(\tau_c). \end{cases} \quad (26)$$

Для Δz_{cl} и Δx_{cl} находим соотношения

$$\Delta z_{cl} = a(I_1 + I_2); \quad \Delta x_{cl} = a(I_3 + I_4). \quad (27)$$

Подставляя векторы $[z_s \ x_s]^T$ и $[z_e \ x_e]^T$ с учётом (23) и (27) в уравнения (4) и (5) соответственно, получим систему линейных уравнений относительно координат (z_s, x_s) точки начала поворота. Решение этой системы в матричной форме имеет вид

$$\begin{bmatrix} z_s \\ x_s \end{bmatrix} = \text{inv} \left(\begin{bmatrix} (\bar{\tau}_1)_z & -(\bar{\tau}_1)_x \\ (\bar{\tau}_2)_z & -(\bar{\tau}_2)_x \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} -C_1 \\ -C_2 - \begin{bmatrix} (\bar{\tau}_2)_x \\ -(\bar{\tau}_2)_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z_{cl} \\ \Delta x_{cl} \end{bmatrix} \end{bmatrix}. \quad (28)$$

Для дальнейшего планирования маршрута желательно описать движение ЛА в функции времени. Выше отмечалось, что параметр τ удобно определить как безразмерное время. Пусть t — текущее время движения по маршруту, t_s — время начала поворота. Зададим $\Delta t = t - t_s$ и положим $\tau = \Delta t/T$. Тогда $\Delta t_c = T\tau_c$ — интервал времени, необходимый для изменения угла $\varphi(\tau)$ наклона касательной к клотоиде от $\varphi(0) = \varphi_1$ до $\varphi(\tau_c) = \varphi_c$, и для $\tau(t)$ справедливо соотношение

$$\tau(t) = \frac{t - t_s}{T}, \quad t_s \leq t \leq t_s + T\tau_c, \quad \frac{d\tau}{dt} = \frac{1}{T}. \quad (29)$$

На интервале $\varphi(\tau)$ (от $\varphi(\tau_c) = \varphi_c$ до $\varphi(0) = \varphi_2$) величина $\tau(t)$ будет изменяться по закону

$$\tau(t) = \frac{2T\tau_c - (t - t_s)}{T}, \quad T\tau_c + t_s < t \leq 2T\tau_c + t_s. \quad (30)$$

Полученные соотношения позволяют определить вектор скорости движения ЛА по переходной кривой в функции времени. Из (9), (10), (22), (29), (30) находим

$$\bar{V}(t) = \bar{V}(\tau) \frac{d\tau}{dt} = \frac{a}{T} [\cos \varphi_{\tan}(\tau(t)) \quad \sin \varphi_{\tan}(\tau(t))]^T, \quad (31)$$

где

$$\varphi_{\tan}(t) = \begin{cases} \varphi_1 + \text{sign} \Delta \varphi \left(\frac{t - t_s}{T} \right)^2 \frac{1}{2} & \text{при } t_s \leq t \leq t_s + T\tau_c, \\ \varphi_2 - \text{sign} \Delta \varphi \left(\frac{2T\tau_c - (t - t_s)}{T} \right)^2 \frac{1}{2} & \text{при } t_s + T\tau_c < t \leq t_s + 2T\tau_c. \end{cases} \quad (32)$$

Осталось определить постоянные a и T . Из первого уравнения (9) найдём $[a/T] = m/s = [V]$. Из структуры (31) очевидно, что следует положить

$$V = a/T, \quad (33)$$

тогда

$$\bar{V}(t) = V [\cos \varphi_{\tan}(\tau(t)) \quad \sin \varphi_{\tan}(\tau(t))]^T. \quad (34)$$

Далее, из соотношений (9) легко находятся основные параметры клотоиды: кривизна $k(\tau) = \tau/a$; радиус кривизны $\rho(\tau) = a/\tau$; длина траектории поворота $S(\tau) = 2a\tau_c$.

Нормальное ускорение $a_n = V^2/\rho = (V^2/a)\tau$ достигает максимума при $\tau = \tau_c$. Как следует из (1), максимальная величина нормальной перегрузки n_{\max} не должна превышать допустимого значения n_{enable} :

$$n_{\max} = \frac{V^2\tau_c}{ag} \leq n_{\text{enable}}. \quad (35)$$

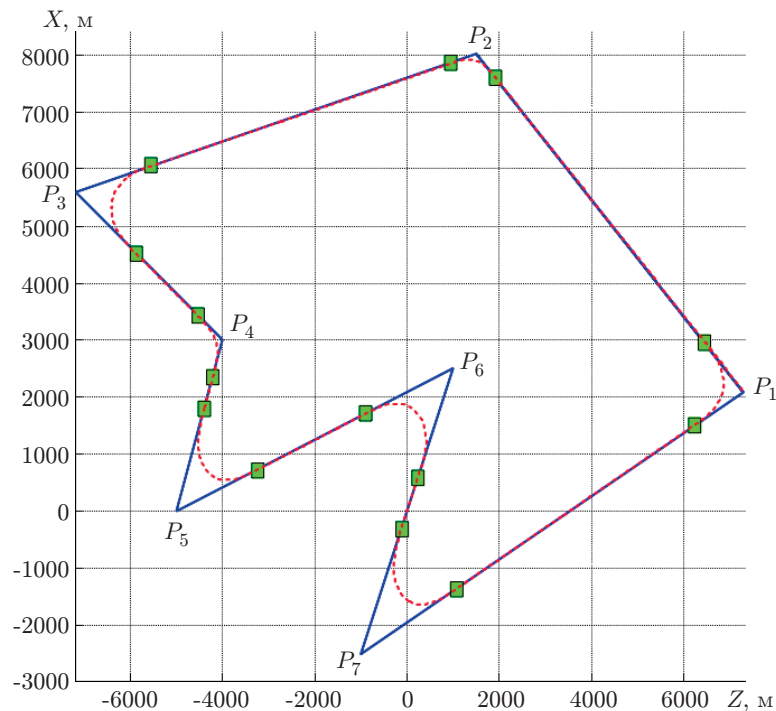


Рис. 3. Планирование траектории движения: сплошная кривая — план, пунктирная кривая — траектория (P_1 — начало маршрута, P_1 – P_7 — поворотные пункты)

Из (33) и (35) получаем $(V/T)\tau_c \leq gn_{\text{enable}}$ и $T \geq (V\tau_c)/(gn_{\text{enable}})$. С учётом (13) положим

$$T = \frac{V}{g} \frac{\sqrt{|\Delta\varphi|}}{n_{\text{enable}}}; \quad a = \frac{V^2 \sqrt{|\Delta\varphi|}}{gn_{\text{enable}}}; \quad S = 2 \frac{V^2 \sqrt{|\Delta\varphi|}}{gn_{\text{enable}}}. \quad (36)$$

Моделирование. Метод планирования траектории движения, заданной последовательностью поворотных пунктов маршрута, реализован в среде MATLAB/Simulink. На рис. 3 представлены результаты планирования траектории движения с применением клоиды для перехода между отрезками прямых маршрута. При моделировании использованы следующие значения параметров: линейная скорость движения летательного аппарата $V = 100$ м/с; максимально допустимая нормальная перегрузка $n_{\text{enable}} = 2$. Координаты поворотных пунктов маршрута: $P_1(7300, 2100)$, $P_2(1500, 8000)$, $P_3(-7200, 5600)$, $P_4(-4000, 3000)$, $P_5(-5000, 0)$, $P_6(1000, 2500)$, $P_7(-1000, -2500)$.

Заключение. Предлагаемый метод планирования маршрута позволяет получить траекторию поворота с плавным изменением перегрузки от нуля на входе в поворот до максимально допустимой в вершине поворота и обратно до нуля при выходе из поворота. Кроме того, данная траектория является кратчайшей среди поворотных кривых подобного класса. Этот метод применим при автоматическом управлении полётом летательного аппарата. Результаты моделирования процедуры планирования гладких траекторий движения, заданных последовательностью поворотных пунктов маршрута, подтвердили работоспособность и эффективность рассмотренного упрощённого метода планирования с использованием кривых Корню.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Золотухин Ю. Н., Нестеров А. А. Управление угловым положением летательного аппарата // Автометрия. 2015. 51, № 5. С. 35–41.

2. **Kaminer I., Pascoal A., Hallberg E., Silvestre C.** Trajectory tracking for autonomous vehicles: An integrated approach to guidance and control // Journ. Guidance, Control, and Dynamics. 1998. **21**, N 1. P. 29–38.
3. **Aguiar A. P., Hespanha J. P., Kokotović P. V.** Path-following for non-minimum phase systems removes performance limitations // IEEE Trans. Automat. Control. 2005. **50**, N 2. P. 234–239.
4. **Khatib O.** Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots // The Intern. Journ. Robotics Res. 1986. **5**, N 1. P. 90–98.
5. **Borenstein J., Koren Y.** Real-time obstacle avoidance for fast mobile robots // IEEE Trans. Syst., Man, and Cybern. 1989. **19**, N 5. P. 1179–1187.
6. **Ельфимов Г. В.** Теория переходных кривых. М.: Трансжелдориздат, 1948. 311 с.
7. **Белятынский А. А., Чешуйко В. Н.** Проектирование переходных кривых при реконструкции автомобильных дорог // Автоматизированные технологии изысканий и проектирования. 2007. № 2(25). С. 34–36.
8. **Бронштейн И. Н., Семендяев К. А.** Справочник по математике. М.: Гостехиздат, 1956. 608 с.

Поступила в редакцию 22 июня 2016 г.
