

УДК 681.787; 621.37; 681.783.25

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КАЧЕСТВА ЛАЗЕРНЫХ ДОПЛЕРОВСКИХ СИСТЕМ МЕТОДАМИ МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ И ПРИРАЩЕНИЙ ФАЗЫ

В. С. Соболев, Ф. А. Журавель, Г. А. Кащеева

*Институт автоматизации и электрометрии СО РАН,  
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1  
E-mail: sobolev@iae.nsk.su*

Представлен сравнительный анализ погрешностей двух альтернативных методик, предназначенных для получения оценок центральной частоты сигналов лазерных доплеровских систем, одна из которых работает по критерию максимального правдоподобия, а вторая — на основе так называемой пульсарной технологии. Путём компьютерного моделирования определены значения среднеквадратичных отклонений частоты доплеровского сигнала от её истинных значений для обеих методик и построены графики отношений этих отклонений как мера выигрыша в точности одной из них. Результаты позволят разработчикам соответствующих систем выбрать оптимальный алгоритм обработки сигналов, исходя из компромисса между точностью и быстродействием систем, а также трудоёмкостью вычислений.

*Ключевые слова:* лазерные доплеровские измерительные системы, оптимальные методы обработки сигналов, максимально правдоподобные оценки.

DOI: 10.15372/AUT20160604

**Введение.** Высокая когерентность излучения лазеров открыла колоссальные возможности для развития метрологии и измерительных технологий. Можно отметить, например, появление такого актуального направления, как измерение параметров движения жидкостей, газов и твёрдых тел методами лазерной локации, интерферометрии, лазерной виброметрии и лазерной доплеровской анемометрии. Развитие соответствующей техники потребовало разработки специальных способов преобразования получаемых сигналов и вычисления оценок их параметров с наивысшей точностью. Известно [1–7], что наименьшие дисперсии таких оценок получаются при использовании критерия максимального правдоподобия. Однако реализация этой методологии требует априорных сведений относительно совместной плотности вероятности значений сигнала и выполнения сложных и затратных по времени вычислений. В то же время разработаны и применяются другие менее трудоёмкие измерительные технологии [8], в частности простая и достаточно эффективная пульсарная [9]. В этом плане представляет интерес сравнение погрешностей максимально правдоподобных и пульсарных оценок центральной частоты сигналов лазерных доплеровских систем.

Данное исследование посвящено решению этой задачи. Результаты позволят разработчикам сделать альтернативный выбор алгоритма оценок частоты, исходя из компромисса между точностью, быстродействием, сложностью создаваемых доплеровских систем и трудоёмкостью соответствующих вычислений.

**Пульсарная методика.** В простейшей реализации суть пульсарной методики состоит в том, что принятый фотодетектором оптический сигнал, рассеянный исследуемым объектом, преобразуется в комплексный электрический. Приёмная электроника равномерно по времени дискретизирует этот сигнал и выдаёт поток его комплексных отсчётов.

Далее реализуется алгоритм оценки доплеровской частоты по приращениям фазы сигнала

$$\hat{\omega} = \frac{1}{T} \arg \sum_{i=1}^{L-2} Z_i^* Z_{i+1}, \quad (1)$$

где  $L$  — число используемых отсчётов сигнала;  $Z_i$  — их комплексные значения;  $T$  — период дискретизации сигнала; «\*» — операция комплексного сопряжения. Как следует из (1), суть алгоритма заключается в том, что каждая пара отсчётов даёт вектор, фаза которого соответствует приращению фазы сигнала на интервале дискретизации, а частота оценивается как отношение фазы суммарного вектора к периоду дискретизации. Таким образом, за счёт осреднения приращений фазы на периоде времени, занимаемом выбранным числом отсчётов сигнала, получаются вполне приемлемые по точности значения доплеровской частоты (скорости цели, исследуемого потока или ветра). Преимущества применения этого способа — отсутствие необходимости априорных сведений о сигнале и относительная простота вычислений. Недостатки связаны с потребностью использования большого числа отсчётов, что может существенно ограничить быстродействие доплеровской системы.

**Максимально правдоподобная методика** основана на априорных знаниях о статистике сигнала, в частности о его совместной плотности вероятности. В случае доплеровских систем показано [7], что этот сигнал подчиняется нормальному распределению и для лазерного доплеровского анемометра хорошо аппроксимируется нормальным случайным узкополосным процессом с нормализованной корреляционной функцией

$$R(kT) = \exp[-(\xi\omega kT)^2] \cdot \exp(-j\omega kT) + \delta N, \quad (2)$$

а для лидара [5] —

$$R(kT) = \exp[-(kT/T_k)^2] \cdot \exp(-j\omega kT) + \delta N, \quad (3)$$

где  $\delta$  — символ Кронекера;  $N$  — отношение шум/сигнал по мощности;  $\xi = 1/(2\pi L\sqrt{2})$ ,  $2L$  — число реальных или виртуальных интерференционных полос в измерительном объёме анемометра;  $k$  — номер отсчёта сигнала;  $\omega$  — доплеровская частота.

Как показано в [5, 7], логарифм функции правдоподобия в этой ситуации принимает вид

$$\ln p(z | \omega) = -\frac{\mathbf{z}^* \text{Tr} \mathbf{D} (\mathbf{R} + N\mathbf{I})^{-1} \mathbf{D}^* \mathbf{z}}{\sigma^2} - \ln |\mathbf{R} + N\mathbf{I}| + \text{const}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{z}$  — матрица-столбец комплексных отсчётов сигнала;  $\text{Tr}$  — операция транспонирования;  $\mathbf{D}$  — диагональная матрица с элементами  $\exp(-j\omega kT)$ ;  $p$  — номер отсчёта сигнала;  $\mathbf{R}$  — матрица значений огибающей корреляционной функции, определяемых временем корреляции (шириной спектра) доплеровского сигнала ветрового доплеровского лидара либо числом реальных или виртуальных интерференционных полос в измерительном объёме доплеровского анемометра;  $\mathbf{I}$  — единичная матрица.

Максимально правдоподобные оценки (МПО) параметров сигнала определяются положением максимума функции правдоподобия. Решение задачи получения МПО доплеровской частоты не вызывает особых затруднений, так как ширина спектра и число интерференционных полос обычно известны, а отношение сигнал/шум может быть предварительно измерено.

**Технология компьютерного моделирования.** На первом этапе эксперимента в соответствии с алгоритмом [9] создавалась модель доплеровского сигнала как случайного нормального процесса в присутствии белого шума. Эта модель требует знания формы спектральной плотности сигнала и величины отношения сигнал/шум. Поскольку в большинстве доплеровских систем спектр сигнала хорошо аппроксимируется гауссоидой, для

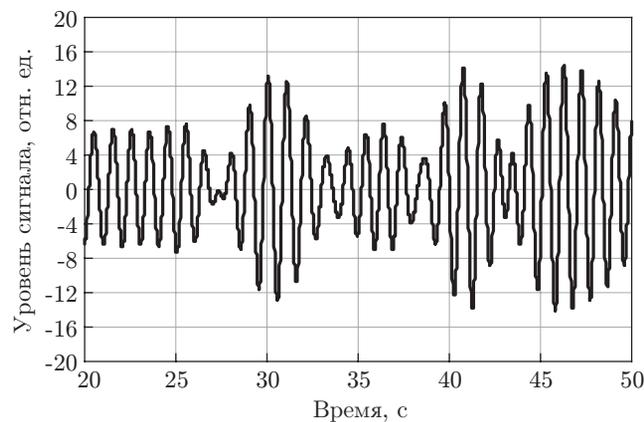


Рис. 1. Пример реализации многочастичного сигнала доплеровской системы

модели была выбрана именно такая форма. Чтобы охватить большинство встречающихся на практике сигналов, были сформированы четыре модели сигнала с временами корреляции 3, 5, 10 и 20 периодов доплеровской частоты (соответствующие полуширины спектров относительно центральной частоты составляли 0,21, 0,126, 0,06 и 0,03) и отношениями сигнал/шум 100, 80, 60, 40, 30, 20, 10 и 0 дБ. Значение центральной частоты процесса принято равным 1 Гц. Для получения достоверных статистических характеристик оценок этой частоты модель сигнала содержала 10000 отсчётов. Результат эксперимента получался при осреднении оценок частоты по 100 реализациям. Интервал дискретизации выбран равным 0,2 длительности периода центральной частоты доплеровского сигнала. В качестве примера на рис. 1 представлена реализация модели обрабатываемого сигнала с временем корреляции 3 доплеровских периода, центральной частотой 1 Гц и отношением сигнал/шум 20 дБ.

На втором этапе моделирования реализовывался алгоритм МПО центральной частоты. Для этого в формулу (4) подставлялись матрицы соответствующих комплексных отсчётов смоделированного сигнала и компоненты его корреляционной матрицы. Поскольку при дискретной обработке доплеровского сигнала максимальные значения оценок его мгновенной частоты могут достигать величин  $\pm(1/2T)$  [7], диапазон частот при построении функции правдоподобия был взят в этих пределах. Далее для получения МПО осуществлялся поиск положения максимума этой функции. Здесь возможны три ситуации: на выбранном диапазоне частот появляется один максимум, максимум отсутствует или возникают два максимума. В первом случае в качестве МПО принимается положение этого максимума, во втором и третьем — значение МПО в предыдущий момент времени.

На третьем этапе для каждой полученной путём моделирования реализации МПО частоты как мера погрешности измерений находились её среднеквадратичные отклонения (СКО).

На четвёртом этапе в соответствии с выражением (1) определялись оценки доплеровской частоты по пульсарной методике и находились их СКО.

**Результаты компьютерного моделирования.** Результаты вычислений СКО МПО центральной частоты доплеровского сигнала анемометра и СКО того же сигнала, полученные по пульсарной методике, а также выигрыш в точности оценок как отношение СКО сглаженных (скользящим осреднением) оценок к СКО МПО представлены на рис. 2.

**Анализ полученных результатов.** Отметим, во-первых, что СКО оценок по критерию максимального правдоподобия для всех рассмотренных ситуаций меньше или равны СКО, полученным по пульсарному методу. Во-вторых, оказалось, что при применении критерия максимального правдоподобия чем выше отношение сигнал/шум, тем значительнее выигрыш в точности. Например, при изменении отношения сигнал/шум от 0 до 100 дБ

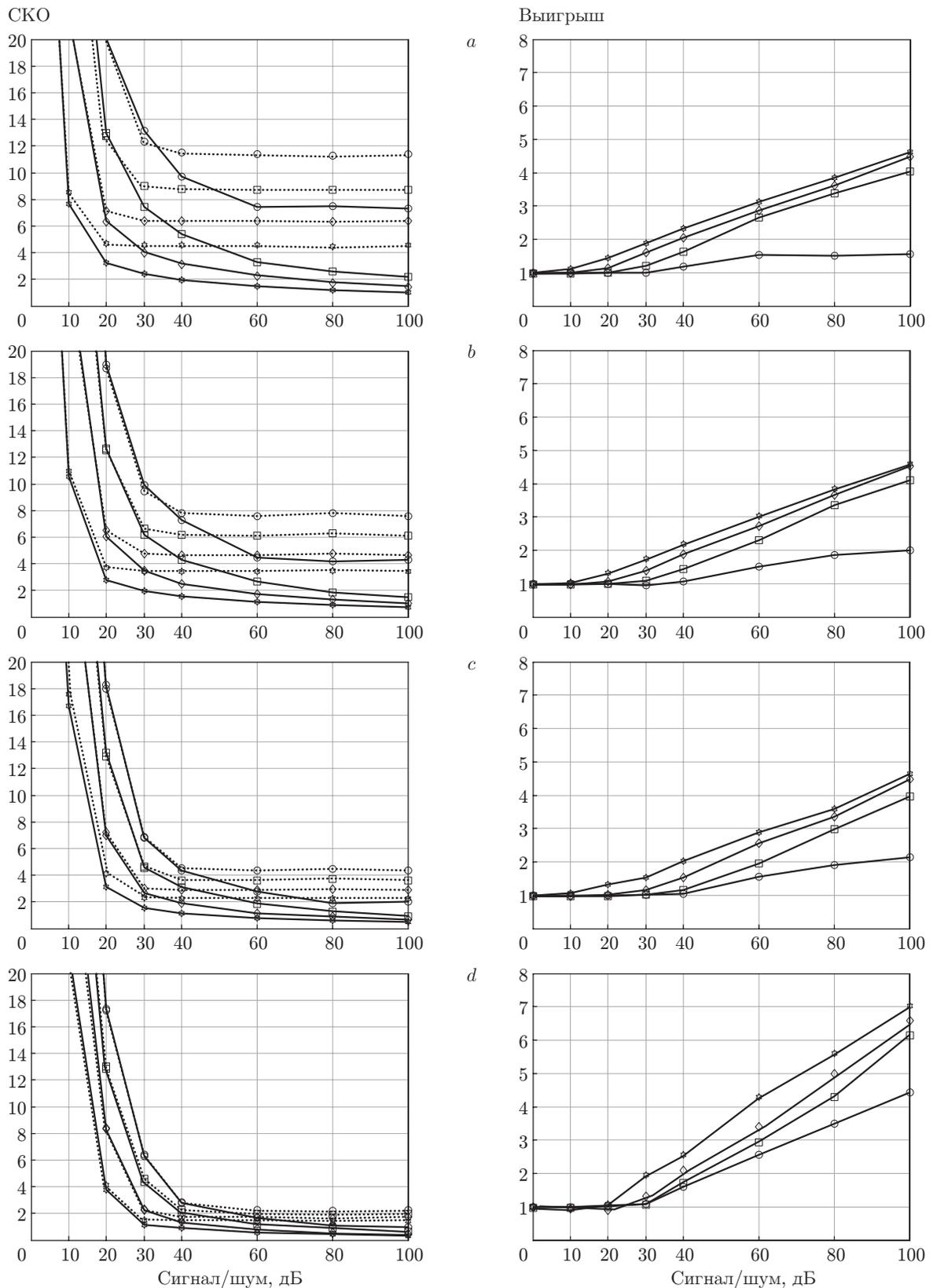


Рис. 2. Графики СКО (слева) максимально правдоподобных оценок центральной частоты доплеровского сигнала (сплошные кривые) и оценок по пульсарному методу (пунктирные кривые) и графики выигрыша в точности (справа) как функции отношения сигнал/шум и функции используемых отсчётов сигнала ( $\circ$  — 3,  $\square$  — 5,  $\diamond$  — 10,  $\star$  — 20):  $a$  — для сигнала с временем корреляции  $T_k = 3$ ,  $b$  — 5,  $c$  — 10,  $d$  — 20 периодов доплеровского сигнала

при 20 отсчётах ( $T_k = 3$ ) выигрыш растёт от 1 до 4,7, а при  $T_k = 20$  — от 1 до 7 (в то время как пульсарная методика такого роста не даёт). Эта особенность объясняется тем, что при больших отношениях сигнал/шум погрешности определяются в основном случайным характером самого сигнала и выигрыш (при использовании метода МПО) обязан априорным сведениям об его статистике. Отсутствие такового при малом отношении сигнал/шум можно пояснить тем, что погрешности вызваны наличием шума и априорные сведения о сигнале существенной роли не играют. Увеличение времени корреляции, как уже отмечалось, даёт существенный выигрыш, поскольку при этом эквивалентно сужается спектр сигнала. В-третьих, чем больше число используемых отсчётов, тем выше выигрыш. Так, например, при отношении сигнал/шум 100 дБ и времени корреляции  $T_k = 3$  с увеличением числа отсчётов с 3 до 20 выигрыш повысился с 1,5 до 4,5, а при  $T_k = 20$  — с 4,3 до 7. Объясняется это увеличение тем, что с ростом числа отсчётов добавляется априорная информация о статистике доплеровского сигнала.

**Заключение.** На основе полученных результатов можно констатировать:

1. Чем выше отношение сигнал/шум и чем больше отсчётов сигнала используется для оценки доплеровской частоты, тем больший выигрыш в точности даёт методика максимального правдоподобия.

2. При значительном шуме обе методики оценок частоты (скорости) практически равноценны.

Таким образом, применение критерия максимального правдоподобия выгодно в ситуациях с малым шумом. С учётом того, что в большинстве случаев сигналы лазерных анемометров менее шумны, чем сигналы лидаров, методы правдоподобия стоит использовать именно для обработки сигналов лазерной анемометрии.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Левин Б. Р.** Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Сов. радио, 1968. Кн. 2. 494 с.
2. **Ван Трис Г.** Теория обнаружения, оценок и модуляции. М.: Сов. радио, 1977. Т. 3. 662 с.
3. **Сейдж Э., Мэлс Дж.** Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. М.: Связь, 1976. 495 с.
4. **Doviak R. J., Zrnić D. S.** Doppler Radar and Weather Observations. Mineola: Dover Publications, 2006. 592 p.
5. **Sobolev V. S., Feshenko A. A.** Accurate Cramer — Rao bounds for a laser Doppler anemometer // IEEE Trans. Instrum. Meas. 2006. **55**, N 2. P. 659–665.
6. **Соболев В. С., Кашеева Г. А., Журавель Ф. А.** Оптимальные оценки скорости по критерию максимального правдоподобия для лазерной доплеровской анемометрии // Автометрия. 2015. **51**, № 4. С. 92–103.
7. **Банах В. А., Смалихо И. Н.** Когерентные доплеровские ветровые лидары в турбулентной атмосфере. Томск: Изд-во ИОА СО РАН, 2013. 303 с.
8. **Miller K. S., Rochwarger M. M.** A covariance approach to spectral moment estimation // IEEE Trans. Inform. Theory. 1972. **18**, Is. 5. P. 588–596.
9. **Sirmans D., Bumgarner B.** Numerical comparison of five mean frequency estimators // Journ. Appl. Meteorol. 1975. **14**. P. 991–1003.