УДК 621.391

# МЕТОДЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ И ОЦЕНИВАНИЯ АППАРАТНОЙ ФУНКЦИИ ПО ПРОРЕЖЕННОЙ МАТРИЦЕ НАБЛЮДЕНИЙ*

**В. К. Клочко, В. П. Кузнецов**

*Рязанский государственный радиотехнический университет,*
*390005, г. Рязань, ул. Гагарина, 59/1*
*E-mail: klochkovk@mail.ru*

Предлагаются методы восстановления изображений объектов и оценивания аппаратной функции в радиометрической системе миллиметрового диапазона, работающей с большим шагом сканирования по углу места. Эти методы обобщают известные подходы к восстановлению изображений в пространственной и частотной областях в условиях прореженной матрицы наблюдений, а также содержат новые способы оценивания аппаратной функции. Приводятся результаты экспериментальных исследований.

*Ключевые слова:* восстановление изображений, аппаратная функция, прореженная матрица, свёртка, матричные методы, градиентный метод, итерационный метод, фильтр Винера.

DOI: 10.15372/AUT20160602

**Введение.** При наблюдении удалённых объектов, имеющих тепловой контраст на фоне местности, с помощью радиометрической системы [1], работающей в миллиметровом диапазоне длин волн, возникает необходимость повышения чёткости получаемых изображений. Традиционно в радиотеплолокации [2] применяется антенна, сканирующая контролируемый участок местности построчно. Сканирование вдоль строки осуществляется непрерывно с угловой скоростью поворота антенны по азимуту, а съём данных — с шагом дискретизации. Переход к другой строке происходит механическим путём с шагом по углу места, превышающим шаг дискретизации. Это связано с тем, что скорость сканирования ограничена временем накопления принимаемого сигнала радиометром. Значит, для уменьшения времени наблюдения целесообразно сокращать количество строк формируемой матрицы изображения. В этом случае матрица, передаваемая системой первичной обработки на алгоритмы восстановления, получается прореженной вдоль строк (число её строк в несколько раз меньше числа столбцов). Восстановление по прореженной матрице наблюдений приводит к существенному искажению изображений объектов, что стимулирует поиск новых решений.

Обычно считается, что при восстановлении изображений аппаратная функция (АФ), именуемая также функцией рассеяния точки, задана и соответствует форме диаграммы направленности антенны (ДНА). Однако в действительности АФ зависит от условий наблюдения и тракта первичной обработки, включающего высокочастотное усиление, квадратичное детектирование и фильтрацию низких частот (ФНЧ). Это приводит к необходимости уточнения АФ при выполнении операций восстановления изображений.

Цель данной работы — создание и исследование методов восстановления изображений объектов и оценивания аппаратной функции на основе прореженной матрицы радиометрических наблюдений.

*Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ ведущих научных школ (грант № РШ-7116.2016.8).

**Постановка задачи.** Радиометрическая система наблюдает удалённые объекты на местности. Объекты излучают поле $X = \{x(\theta_i, \varphi_j)\}$, $i = \overline{1, M}$, $j = \overline{1, N}$, элементы дискретизации которого $x(\theta_i, \varphi_j)$ имеют смысл интенсивности излучения в $(i, j)$-м направлении и рассматриваются в системе угловых координат наблюдателя: $\theta_i$ — по углу места и $\varphi_j$ — по азимуту. Числа $M$ и $N$ определяют размеры поля $X$.

Антенна радиометра построчно сканирует участок местности по азимуту и углу места с определённой скоростью, зависящей от времени накопления сигнала в ФНЧ. При каждом $(\theta_i, \varphi_j)$-м угловом положении линии визирования антенны принимаемое поле $X$ усиливается радиометром и после ФНЧ регистрируется в виде напряжения $y(\theta_i, \varphi_j)$. Величина $y(\theta_i, \varphi_j)$ носит интегральный характер и подчинена модели в виде свёртки

$$y(\theta_i, \varphi_j) = \iint\limits_{D_{\theta,\varphi}} \alpha(\theta_1, \varphi_1) x(\theta_i - \theta_1, \varphi_j - \varphi_1) d\theta_1 d\varphi_1 + p(\theta_i, \varphi_j), \tag{1}$$

где интегрирование по области $D_{\theta,\varphi}$ ведётся в угловых координатах по элементам $x(\theta, \varphi)$ поля $X$ с весовой функцией $\alpha(\theta, \varphi)$, имеющей смысл АФ. Шумы аппаратуры представлены слагаемым $p(\theta_i, \varphi_j)$.

Перейдём от интегральной (1) к суммарной модели в $(i, j)$-х элементах дискретизации искомого поля изображения $X = \{x(i, j)\}$, $i = \overline{1, M}$, $j = \overline{1, N}$:

$$\begin{gathered} y(i, j) = c_1 \sum_{i_1 = -m}^{m} \sum_{j_1 = -n}^{n} \alpha(i_1, j_1) x(i - i_1, j - j_1) + p(i, j), \\ i = \overline{m + 1, h, M - m}, \;\; j = \overline{n + 1, N - n}, \end{gathered} \tag{2}$$

где $2m + 1$ и $2n + 1$ — ширина ДНА по углу места и азимуту (на уровне 0,5 мощности) в количестве элементов дискретизации; $\alpha(i, j)$ — значения АФ; $c_1$ — множитель, учитывающий переход от непрерывной модели (1) к дискретной (2) (далее опускается); $p(i, j)$ — белый шум с дисперсией $\sigma_p^2$; $h \geqslant 1$ — шаг сканирования по углу места.

При $h > 1$ матрица радиометрических наблюдений $Y = \{y(i, j)\}$ оказывается прореженной вдоль строк, при этом пропущенные строки обнуляются или не рассматриваются.

Задача заключается в восстановлении поля $X = \{x(i, j)\}$ по наблюдениям (2) и оценивании АФ $\alpha(i, j)$. Эти операции могут осуществляться как раздельно, так и совместно.

Рассмотрим вначале методы, предлагаемые для восстановления изображений в условиях прореженной матрицы наблюдений [3].

**Матричный метод восстановления изображений.** Модель измерений (2) можно записать в векторно-матричной форме [4, 5]:

$$\bar{y} = A\bar{x} + \bar{p}. \tag{3}$$

Здесь $\bar{y}$ – вектор-столбец измерений, полученный построчным считыванием матрицы $Y = \{y(i, j)\}$, $i = \overline{m + 1, h, M - m}$, $j = \overline{n + 1, N - n}$; $\bar{x}$ – вектор-столбец искомого поля, представляющий построчную запись матрицы $X$; $\bar{p}$ — вектор-столбец помех; $A$ — матрица значений АФ, расположенных по определённому правилу [5].

В соответствии с методом наименьших квадратов поиск оценки $\bar{x}$ подчиняем критерию минимума квадрата евклидовой нормы

$$J = \|\bar{y} - A\bar{x}\|^2 = (\bar{y} - A\bar{x})^T (\bar{y} - A\bar{x}), \tag{4}$$

где $T$ — символ транспонирования. Из необходимого условия существования экстремума функционала (4) находим оценки метода наименьших квадратов $\hat{\bar{x}}$:

$$\partial J/\partial \bar{x} = -2(\bar{y} - A\bar{x})^T A = 0^T; \quad A^T(\bar{y} - A\bar{x}) = 0 \Rightarrow \hat{\bar{x}} = A^+\bar{y}; \quad A^+ = (A^T A + \delta E)^{-1} A^T, \tag{5}$$

где $E$ — единичная матрица; $\delta$ — параметр регуляризации, требуемый для устойчивого обращения матрицы $A^T A$. Матрица $A^+$ в (5) является псевдообратной для $A$ и может быть найдена также сингулярным разложением $A$, например в среде MATLAB: $A^+ = \mathrm{pinv}(A, \delta)$.

**Градиентный и итерационный методы.** Трудность реализации (5) заключается в большом размере матрицы $A$ значений АФ. Поэтому матричный метод с псевдообратной матрицей $A^+$ удаётся реализовать для небольших фрагментов матрицы наблюдений $Y$. Чтобы избежать обращения матрицы при минимизации (4), воспользуемся градиентным методом поиска оценок $\hat{\bar{x}}$. Антиградиент функционала (4) в $k$-й точке приближения $\hat{\bar{x}}_k$:

$$-\mathrm{grad}(J_k) = (\partial J/\partial \bar{x})^T \Big|_{\bar{x} = \hat{\bar{x}}_k} = 2(A^T\bar{y} - A^T A\hat{\bar{x}}_k),$$

даёт направление поиска оптимального решения:

$$\hat{\bar{x}}_{k+1} = \hat{\bar{x}}_k + \lambda_k \mathrm{grad}(J_k), \quad k = \overline{0, K}, \tag{6}$$

где скалярный множитель $\lambda_k$ определяет скорость сходимости, $k$ — номер итерации, $K$ — заданное число шагов.

Выражение (6) удобно записать в скалярной форме с помощью свёрток ($\otimes$), не прибегая к искусственному построению векторов и матриц:

$$\begin{gathered}\hat{x}_{k+1}(i,j) = \hat{x}_k(i,j) + \lambda_k[\alpha_k(i,j) \otimes y(i,j) - \alpha_k(i,j) \otimes \hat{y}_k(i,j)],\\ i = \overline{m+1, M-m}, \quad j = \overline{n+1, N-n}, \quad k = \overline{0, K-1},\end{gathered} \tag{7}$$

где

$$\alpha_k(i,j) \otimes y(i,j) = \sum_{i_1=-m}^{m} \sum_{j_1=-n}^{n} \alpha_k(i_1,j_1) y(i-i_1, j-j_1) I(i-i_1) \tag{8}$$

— взвешенная сумма наблюдений, взятых с пропусками строк ($I(i)$ — индикатор $i$-й строки: $I(i) = 1$ для $i$-й непрореженной строки и $I(i) = 0$ для прореженной (пропущенной) строки, что в программном исполнении означает пропуск строки при суммировании);

$$\hat{y}_k(i,j) = \alpha_k(i,j) \otimes \hat{x}_k(i,j) = \sum_{i_1=-m}^{m} \sum_{j_1=-n}^{n} \alpha_k(i_1,j_1) \hat{x}_k(i-i_1, j-j_1) \tag{9}$$

— взвешенная сумма оценок изображения, дающая оценку наблюдений;

$$\alpha_k(i,j) \otimes \hat{y}_k(i,j) = \sum_{i_1=-m}^{m} \sum_{j_1=-n}^{n} \alpha_k(i_1,j_1) \hat{y}_k(i-i_1, j-j_1) \tag{10}$$

— взвешенная сумма оценок наблюдений.

В качестве начальных оценок изображения $\hat{x}_0(i,j)$ в (7) принимаем наблюдения $y(i,j)$, $i = \overline{m+1, M-m}$, $j = \overline{n+1, N-n}$, полученные из прореженной матрицы $Y$ путём заполнения её недостающих строк методом линейной интерполяции соответствующих элементов соседних строк [3].

При вычитании в (7) могут накапливаться отрицательные значения оценок $\hat{x}_{k+1}(i,j)$, что не отвечает физике изображений. Поэтому более удачной видится операция отношения свёрток (8) и (10) в итерационном методе [6]:

$$\begin{gathered}\hat{x}_{k+1}(i,j) = \hat{x}_k(i,j)\alpha_k(i,j) \otimes y(i,j)/\alpha_k(i,j) \otimes \hat{y}_k(i,j),\\ i = \overline{m+1, M-m}, \quad j = \overline{n+1, N-n}, \quad k = \overline{0, K-1},\end{gathered} \tag{11}$$

что эквивалентно (7) при $\lambda_k = \hat{x}_k(i,j)/\alpha(i,j) \otimes \hat{y}_k(i,j)$.

**Двухканальная обработка наблюдений при восстановлении изображений.** Увеличение шага сканирования $h > 1$ приводит к снижению точности восстановления по сравнению с $h = 1$. Повысить точность восстановления можно за счёт увеличения числа измерительных каналов [5], отличающихся характеристиками АФ в составе матрицы $A$ модели (3). В качестве двухканальной системы наблюдения предлагается система с двумя антеннами: первая сканирует по азимуту с шагом $h = 1$ и углу места с шагом $h > 1$, а вторая, наоборот, сканирует по углу места с шагом $h = 1$ и азимуту с шагом $h > 1$. В результате сканирования формируются две квадратные ($M = N$) матрицы наблюдений $Y_1$ и $Y_2$, элементы которых построчно записываются в вектор $\bar{y}$, определённый в (3). Размерность искомого вектора оценок $\bar{x}$ в (3) не меняется. Количество строк матрицы $A$ увеличивается соответственно вектору $\bar{y}$.

**Метод восстанавливающего фильтра Винера.** Особенность частотного подхода заключается в том, что матрица изображения $X$ и матрица наблюдений $Y$ должны иметь одинаковые размеры. В связи с этим элементы прореженной матрицы $Y$, расположенные по периметру поля $X$, заполняем нулями: $y(i,j) = 0$, $i = \overline{1,m}$, $i = \overline{M-m+1, M}$, $j = \overline{1,n}$, $j = \overline{N-n+1, N}$, а элементы недостающих строк вычисляем с помощью линейной интерполяции соответствующих элементов соседних строк.

Известно [7], что решение в частотной области должно обладать свойством периодичности. Чтобы обеспечить пространственную периодичность матрицы $A$ значений АФ и, значит, передаточной функции восстанавливающего фильтра, заранее по углам предварительно обнулённой матрицы $A = \{a(i,j)\}$, $i = \overline{1,M}$, $j = \overline{1,N}$, размещаем элементы АФ по определённому правилу [7].

Матрица $A = \{a(i,j)\}$ подвергается двумерному дискретному преобразованию Фурье (ДПФ), и в области пространственных частот $f_i$ и $f_j$ образуется матрица $A_f = \{a_f(i,j)\}$, $i = \overline{1,M}$, $j = \overline{1,N}$, где $a_f(i,j) = F_2[a(i,j)]$, $F_2$ — символ двумерного ДПФ.

Наблюдения $Y = \{y(i,j)\}$ также подвергаются ДПФ, в результате чего получается спектральная матрица наблюдений $Y_f = \{y_f(i,j)\}$, $i = \overline{1,M}$, $j = \overline{1,N}$, где $y_f(i,j) = F_2[y(i,j)]$.

В частотной области свёртка (2) для $h = 1$ принимает известный вид:

$$y_f(i,j) = a_f(i,j)x_f(i,j) + p_f(i,j), \quad i = \overline{1,M}, \;\; j = \overline{1,N}, \tag{12}$$

где $x_f(i,j) = F_2[x(i,j)]$, $p_f(i,j) = F_2[p(i,j)]$ — двумерные спектры $X$ и $P$.

Решение уравнения (12) относительно $x_f(i,j)$ отвечает критерию минимума дисперсии ошибки восстановления [4]. Результатом является оценка $\hat{x}_f(i,j)$ комплексной величины $x_f(i,j)$, вычисляемая по формуле

$$\hat{x}_f(i,j) = y_f(i,j)R(i,j)/a_f(i,j), \quad i = \overline{1,M}, \;\; j = \overline{1,N}, \tag{13}$$

где $R(i,j)$ — множитель, повышающий устойчивость решения за счёт подавления действия широкополосного шума $p_f(i,j)$ на высоких частотах и определяемый по формуле

$$R(i,j) = |a_f(i,j)|/[|a_f(i,j)|^2 + s_P(i,j)/s_X(i,j)]. \tag{14}$$

Здесь $s_P(i,j)$ и $s_X(i,j)$ — значения спектральных плотностей шумового $P$ и искомого $X$ полей.

Практически операции (13), (14) сводятся к умножению спектра измерений $y_f(i,j)$ на заранее вычисленную передаточную функцию $h_f(i,j)$ восстанавливающего фильтра Винера:

$$\begin{gathered}\hat{x}_f(i,j) = y_f(i,j)h_f(i,j), \quad i=\overline{1,M}, \;\; j=\overline{1,N}; \\ h_f(i,j) = a_f^*(i,j)/[|a_f(i,j)|^2 + s_P(i,j)/s_X(i,j)],\end{gathered} \tag{15}$$

где учтено свойство $|a_f(i,j)| = a_f(i,j)a_f^*(i,j)$; $a_f^*(i,j)$ — сопряжённая комплексная величина.

При отсутствии информации относительно $s_X(i,j)$ передаточную функцию (15) целесообразно заменить функцией вида

$$h_f(i,j) = a_f^*(i,j)/[|a_f(i,j)|^2 + c_2\sigma_p^2/|y_f(i,j)|^2], \tag{16}$$

где коэффициент $c_2$ подбирается эмпирически.

Найденная матрица оценок в спектральной области $\hat{X}_f = \{\hat{x}_f(i,j)\}$, $i=\overline{1,M}$, $j=\overline{1,N}$, подвергается обратному преобразованию Фурье: $\hat{X} = F_2^{-1}[\hat{X}_f] = \{\hat{x}(i,j)\}$, $i=\overline{1,M}$, $j = \overline{1,N}$. Результатом являются оценки $\hat{X}$ искомого поля $X$.

Недостатки метода — зависимость коэффициента $c_2$ передаточной функции (16) от условий наблюдения и необходимость его подбора, достоинство — удобство работы с большими массивами наблюдений.

**Матричный метод оценивания аппаратной функции** предполагает наличие эталонной матрицы изображения объектов $X$. Модель наблюдений (2) запишем в следующей векторно-матричной форме:

$$\bar{y} = X_1\bar{a} + \bar{p}, \tag{17}$$

где $\bar{y}$ — вектор-столбец измерений, аналогичный вектору $\bar{y}$ в (4); $\bar{a}$ — вектор-столбец искомых значений АФ $\alpha(i,j)$, записанных построчно; $X_1$ — матрица элементов $x(i,j)$, переписанных из $X$ по определённому правилу.

Из (17), подобно (4), (5), по критерию минимума квадрата нормы $J = \|\bar{y} - X_1\bar{a}\|^2 = (\bar{y} - X_1\bar{a})^T(\bar{y} - X_1\bar{a})$ вычислим оптимальную оценку $\hat{\bar{a}}$ вектора $\bar{a}$ относительно $\bar{y}$ и $X_1$ с помощью обратной матрицы:

$$\begin{gathered}\partial J/\partial\bar{a} = -2(\bar{y} - X_1\bar{a})^T X_1 = 0^T; \\ X_1^T(\bar{y} - X_1\bar{a}) = 0 \Rightarrow \hat{\bar{a}} = X_1^+\bar{y}; \quad X_1^+ = (X_1^T X_1 + \delta E)^{-1}X_1^T,\end{gathered} \tag{18}$$

где матрицу $X_1^+$ также можно определить в среде MATLAB: $X_1^+ = \mathrm{pinv}(X_1, \delta)$.

Элементы найденного вектора $\hat{\bar{a}}$ построчно переписываются в матрицу оценок значений АФ $\hat{A} = \{\hat{\alpha}(i,j)\}$, $i=\overline{1,2m+1}$, $j=\overline{1,2n+1}$.

Исследования показывают, что при $h > 1$ в матрице оценок $\hat{A}$ возникают повторяющиеся строки, что придаёт поверхности АФ ступенчатый вид, причём максимум АФ в строках матрицы $\hat{A}$ не всегда существует. Для выделения неявно присутствующей в строках матрицы $\hat{A}$ искомой АФ предлагается дополнительная процедура.

1. Матрица $\hat{A}$ интерполируется как матрица, прореженная с шагом $h$, что позволяет сгладить ступенчатый характер поверхности АФ.

2. Полученная после интерполяции матрица $\hat{A}$ нормируется: все элементы $\hat{\alpha}(i,j)$ делятся на максимальный элемент этой матрицы. Выбирается строка с единичным (максимальным) элементом, которая содержит информацию о форме центрального сечения АФ.

3. Элементы выбранной строки, расположенные симметрично относительно центра, усредняются. Тем самым компенсируются ошибки оценивания АФ и учитывается симметричность АФ в центральном сечении.

4. По результатам усреднения составляется функция одной переменной $b(\rho)$, $\rho = 0, 1, 2, \ldots, n$, представляющая центральное горизонтальное сечение АФ в зависимости от дальности $\rho$ относительно центра АФ.

5. Для каждого $(i,j)$-го элемента предварительно обнулённой матрицы $\hat{A}$ $(i = \overline{1, 2m+1},\ j = \overline{1, 2n+1})$ с координатами $i_1 = i - m - 1$, $j_1 = j - n - 1$ $(i_1 = \overline{-m, m}$, $j_1 = \overline{-n, n})$ определяется его расстояние $R$ от центра АФ с учётом масштабного множителя $n/m$ по формуле

$$R = \sqrt{(i-m-1)^2(n/m)^2 + (j-n-1)^2}. \tag{19}$$

6. По запомненным значениям $b(\rho)$ для найденного значения $R$ вычисляется оценка АФ с использованием линейной интерполяции соседних отсчётов функции $b(\rho)$: $\hat{\alpha}(i,j) = b(R)$.

7. В результате получается матрица оценок АФ $\hat{A} = \{\hat{\alpha}(i,j)\}$, которая далее применяется в алгоритмах восстановления изображений объектов.

**Повышение точности оценивания АФ в матричном методе.** Повысить точность оценивания АФ при $h = 1$ можно за счёт уменьшения числа оцениваемых параметров с $(2m+1)(2n+1)$ до $(2n+1)$. Для этого искомый вектор $\bar{a}$ в (17) запишем в виде

$$\bar{a} = H\bar{b}, \tag{20}$$

где $\bar{b}$ — $(n+1)$-вектор с элементами $b(j) = \alpha(0,j)$, $j = 0, 1, \ldots, n$, представляющий центральное горизонтальное сечение АФ; $H$ — $(2m+1)(2n+1) \times (n+1)$-матрица, формируемая заранее из следующих соображений.

1. Зависимость $b(j)$ от $j$ представим линейной интерполяцией как функцию переменной $\rho$: $b(\rho)$, $\rho \in [0, n]$. Вращением $b(\rho)$, $\rho \in [0, n]$, вокруг оси ДНА с учётом масштабного множителя $n/m$ образуется поверхность АФ.

2. Для каждого $(i,j)$-го элемента матрицы АФ $A = \{\alpha(i,j)\}$, $i = \overline{1, 2m+1}$, $j = \overline{1, 2n+1}$, вычисляется его расстояние $R$ от центра АФ по формуле (19) и находится промежуток $[k_1, k_2)$, в который попадает $R$: $R \in [k_1, k_2) \subset [0, n]$.

3. Составляются элементы пропорции $k_2 - R$ и $R - k_1$, которые запоминаются в $i$-й строке предварительно обнулённой матрицы $H$ и её $(k_1+1)$-м и $(k_1+2)$-м столбцах. Если $R = n$, то в $(n+1)$-м столбце запоминается единица. Полученные таким образом в матрице $H$ пропорции позволяют определить вектор $\bar{a}$ значений АФ на основе вектора $\bar{b}$ по формуле (20).

Для нахождения вектора $\bar{b}$ подставляем (20) в (17): $\bar{y} = X_1 H\bar{b} + p = X_2\bar{b} + \bar{p}$, $X_2 = X_1 H$, и с помощью псевдообратной матрицы $X_2^+ = (X_2^T X_2)^{-1} X_2^T$ вычисляем оценку $\hat{\bar{b}} = X_2^+ \bar{y}$, причём обращаемая матрица $(X_2^T X_2)$ невырожденная и имеет размер $(2n+1) \times (2n+1)$, что значительно меньше размера $(2m+1)(2n+1) \times (2m+1)(2n+1)$ матрицы $(X_1^T X_1)$ в (18).

Вектор оценок АФ находим в соответствии с формулой (20):

$$\hat{\bar{a}} = H\hat{\bar{b}} = W\bar{y}, \quad W = HX_2^+, \tag{21}$$

где матрицу $W$ можно вычислить заранее.

Недостатком матричного метода оценивания АФ является необходимость иметь эталонное изображение $X$, достоинствами — оптимальность в смысле заложенного в его основу критерия, а также слабая зависимость оценок АФ от формы и местоположения эталонного изображения объекта в матрице $X$.

**Параметрический метод** основан на описании АФ [8] и реализуется при восстановлении изображения.

Примером АФ может быть экспоненциальная зависимость вида

$$\alpha(i,j) = \exp\{-\mu[i^2/\Delta_1^2 + j^2/\Delta_2^2]\}, \quad \Delta_1 = 2m+1, \; \Delta_2 = 2n+1, \tag{22}$$

где оцениванию подлежит параметр $\mu$.

Удобным критерием оптимальности при подборе параметров является минимум квадрата нормы (4), который на $k$-м шаге восстановления изображения в развёрнутом виде записывается

$$J_k = \sum_{i=m+1}^{M-m} \sum_{j=n+1}^{N-n} [y(i,j) - \hat{y}_k(i,j)]^2 \tag{23}$$

и используется как индикатор при подборе параметров АФ в следующей процедуре.

1. Для начального значения параметра $\mu = \mu_0$ вычисляется начальная функция $\alpha_0(i,j)$, например, по формуле (22).

2. Для фиксированных наблюдений $y(i,j)$ находятся начальные оценки $\hat{x}_0(i,j)$, начальное значение $J_0$ показателя (23) при $k=0$, где $\hat{y}_0(i,j)$ — начальные оценки наблюдений, вычисляемые в соответствии с (9).

3. Строятся улучшающая последовательность $\{\mu_k\}$, $k = \overline{1, K-1}$, значений параметра $\mu$ в составе функции $\alpha_k(i,j)$ и соответствующая ей последовательность оценок $\{\hat{x}_k(i,j)\}$, приводящие к уменьшению значения показателя $J_k$ формулы (23).

4. В общем случае в качестве $n+1$ параметров АФ удобно использовать значения функции $b(j)$, $j = 0, 1, \ldots, n$, рассмотренной в (20). При этом начальные значения $b_0(j)$ берутся из центрального сечения, как правило, известной ДНА. Далее на каждом $k$-м шаге подбора последовательно меняются $b_k(j)$ в $j$-х сечениях $(j = 0, 1, \ldots, n)$ с контролем уменьшения показателя $J_k$ подобно методу покоординатного спуска.

Недостатком параметрического метода является большое число шагов-итераций, достоинством — оценивание АФ одновременно с восстановлением изображения объектов.

**Альтернативные решения при оценивании АФ.** Наиболее простым из альтернативных подходов считается метод дельта-функции, основанный на свойстве свёртки: свёртка АФ с дельта-функцией даёт значения АФ [4]. Для дискретной модели (2) при $h = 1$ роль дельта-функции играет символ Кронекера: $kr(i-i_1, j-j_1) = 1$, $i = i_1$, $j = j_1$ и $kr(i-i_1, j-j_1) = 0$, $i \neq i_1$, $j \neq j_1$. При $h > 1$ матрица $Y$ интерполируется. Для реализации метода необходим точечный источник излучения с повышенным радиометрическим контрастом, создающий поле $x(i,j) = gkr(i-i_0, j-j_0)$, где $g$ — интенсивность излучения $(g \gg \sigma_p)$. Сканирование точечного источника даёт изображение АФ, причём для повышения контраста из полученного изображения вычитается изображение фона без точечного источника. Однако в реальности трудно найти точечный источник излучения и организовать его наблюдение в прореженной матрице.

В [9] даётся описание итерационного метода поиска АФ по известному эталонному изображению объекта, представляющего собой модификацию метода Люси — Ричардсона восстановления изображения. Метод основан на смене мест АФ и искомого изображения в формуле восстановления. Практика показывает ограниченность применения этого метода, работоспособного при заранее выбранном фрагменте изображения, что в реальности трудно осуществимо. При работе по всему полю изображения $X$ происходят сбои. Аналогичные результаты дают итерационные методы в [6] при их модификации для поиска АФ. В [10] предлагается метод восстановления изображений при неточно заданной АФ, однако решение возможно с помощью локального использования пространственных фильтров, которые могут искажать контур изображения. Все альтернативные методы не рассчитаны на работу с прореженной матрицей наблюдений.

**Экспериментальное исследование.** Для экспериментального исследования рассмотренных методов в условиях прореженной матрицы наблюдений разрабатывались соответствующие алгоритмы (включая альтернативные решения), которые апробировались на компьютерных моделях и на реальных изображениях объектов. Алгоритмы, основанные на матричном и итерационном методах, показывали близкие по точности и чёткости результаты восстановления для разного шага сканирования $h$. При этом метод градиента заметно уступал им по точности и чёткости. Настройка передаточной функции фильтра Винера осуществлялась подбором коэффициента $c_2$.

В табл. 1 приводятся данные компьютерного моделирования алгоритмов, основанных на матричном (итерационном) методе и методе фильтра Винера. Ширина ДНА составляла $(2m+1)\times(2n+1) = 7\times 7$, отношение сигнал/шум (С/Ш) 30 и 50 при максимальной амплитуде 5, шаг сканирования $h = 1, 2, 3$, размеры объекта наблюдения $L \times L = 5 \times 5$. Аппаратная функция задавалась в соответствии с (22). Дополнительно небольшим порогом снимались шумовые эффекты на восстановленном изображении. В ячейках таблицы даны оценки среднеквадратического отклонения (СКО) ошибки восстановления, полученные сравнением моделируемого и восстановленного изображений. Приемлемые результаты по чёткости восстановленного изображения достигались при $h = 2$, т. е. при сканировании по углу места со смещением на 1/3 ширины ДНА.

Для оценки разрешающей способности по углу места при восстановлении изображений [5] моделировались три протяжённых объекта, расположенных горизонтально — параллельно строкам матрицы изображения $X$ на расстоянии $d$ друг от друга, где $d$ измерялось в количестве строк между соседними объектами. Степень разрешения $S$ (способность отдельно различать объекты) оценивалась по формуле $S = 1 - A_1(d)/A_2(d)$ в зависимости от $d$, где $A_1$ — средняя амплитуда точек на восстановленном изображении, расположенных между объектами; $A_2$ — средняя амплитуда точек, принадлежащих объектам. При первом выполнении неравенства $S(d_{\min}) \geq 0{,}7$ величина $d_{\min}$ принималась за разрешение по углу места (в количестве строк). Аналогично оценивалась разрешающая способность по азимуту (в количестве столбцов) при вертикальном расположении объектов. При шаге $h = 2$ и С/Ш $\geq 30$ в данных условиях моделирования разрешение составило $d_{\min} = 3$, что соответствует 2/3 ширины ДНА. При шаге $h = 1$ получалось $d_{\min} = 2$, что соответствует

Таблица 1

| С/Ш | $h$ | Матричный метод | Метод Винера |
|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 1,07 | 1,06 |
| | 2 | 1,56 | 1,73 |
| | 3 | 2,42 | 2,76 |
| 50 | 1 | 0,89 | 0,87 |
| | 2 | 1,48 | 1,67 |
| | 3 | 2,36 | 2,74 |

Таблица 2

| С/Ш | $h$ | СКО |
|---|---|---|
| 30 | 1 | 1,02 |
| | 2 | 1,03 |
| | 3 | 1,22 |
| | 4 | 1,58 |
| 50 | 1 | 0,86 |
| | 2 | 0,89 |
| | 3 | 1,08 |
| | 4 | 1,56 |

Таблица 3

| С/Ш | $h$ | Матричный метод | Формула (20) |
|---|---|---|---|
| 30 | 1 | 0,015 | 0,010 |
| | 2 | 0,015 | 0,030 |
| | 3 | 0,015 | 0,079 |
| | 4 | 0,015 | 0,213 |
| 50 | 1 | 0,011 | 0,009 |
| | 2 | 0,011 | 0,029 |
| | 3 | 0,011 | 0,078 |
| | 4 | 0,011 | 0,213 |

Таблица 4

| $\mu$ | С/Ш = 50 | С/Ш = 30 |
|---|---|---|
| 0,1 | 3,57 | 3,61 |
| 0,2 | 1,39 | 2,20 |
| 0,3 | 0,74 | 2,25 |
| 0,4 | 1,68 | 3,07 |
| 0,5 | 3,07 | 3,94 |

1/2 ширины ДНА. Таким образом, стремление уменьшить время наблюдения за счёт $h > 1$ приводит к ухудшению разрешающей способности.

Повысить разрешающую способность можно благодаря двухканальной обработке. В табл. 2 представлены результаты, полученные в аналогичных условиях моделирования матричным методом восстановления при совместной обработке двух матриц наблюдений $Y_1$ и $Y_2$. За счёт уменьшения ошибки восстановления достигается разрешающая способность $d_{\min} = 2$, что составляет 1/2 ширины ДНА.

Для исследования методов оценивания АФ разрабатывались алгоритмы, основанные на матричном или параметрическом методе, а также на альтернативных методах: дельта-функции, Люси — Ричардсона, итерационном, причём последние показали худшие результаты. Найденные алгоритмами оценки АФ сравнивались с моделируемой АФ.

В табл. 3 представлены оценки СКО, полученные матричным методом при разном шаге сканирования $h$ и отношении С/Ш = 30 и 50 в условиях, аналогичных восстановлению изображений. Данные первой строки значений СКО указывают на способность алгоритма при шаге сканирования $h > 1$ извлекать из прореженной матрицы наблюдений $Y$ информацию о форме АФ с помощью дополнительной процедуры. Вторая строка СКО показывает работу алгоритма с предварительной интерполяцией матрицы $Y$ при оценивании АФ с применением формулы (20). При $h = 1$ виден выигрыш точности за счёт уменьшения числа оцениваемых параметров формулы (20), но при $h > 1$ точность теряется из-за ошибок интерполяции. Альтернативный алгоритм, основанный на методе дельта-функции, в аналогичных условиях моделирования показал СКО от 0,300 до 0,330.

В табл. 4 представлены результаты исследования параметрического метода оценивания АФ, который реализовывался при восстановлении изображения с помощью фильтра Винера. В ячейках таблицы даны усреднённые значения показателя $\sqrt{J_K/(MN)}$, где $J_K$ определён в (23) на последней $K$-й итерации в зависимости от параметра $\mu$ АФ (22) при разных отношениях сигнал/шум. Оптимальное значение $\mu = 0{,}3$ в смысле минимума квадратичного показателя $J_K$ достигалось при большом отношении С/Ш (первая строка таблицы). С уменьшением отношения С/Ш (вторая строка таблицы) минимум показателя смещался и выбор правильного значения параметра $\mu$ осуществлялся визуально по чёткости восстановленного изображения.

**Заключение.** В условиях модельного эксперимента наибольшую точность восстановления искомого поля в условиях прореженной матрицы наблюдений показал матричный метод, основанный на двухканальной обработке. Однако его реализация требует дополнительных аппаратных затрат. Также возникают трудности с обращением матриц большой размерности. В этом смысле более практичен метод, основанный на фильтре Винера. Исследуется применение фильтра Винера при двухканальной обработке.

Наибольшую точность оценивания АФ показал матричный метод. Однако его использование требует знания эталонного изображения, что в реальных условиях не всегда осуществимо. Более реалистичен параметрический метод, в котором начальное описание АФ даётся на основе ДНА, характеристика которой обычно известна. При этом оценивание АФ происходит совместно с восстановлением изображения.

Предложенные методы могут найти применение в радиометрических системах микроволнового диапазона, а также в радиолокационных системах [11], предназначенных для формирования изображений объектов методом восстановления.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Шарков Е. А.** Радиотепловое дистанционное зондирование Земли: Физические основы. М.: ИКИ РАН, 2014. Т. 1. 544 с.
2. **Николаев А. Г., Перцов С. В.** Радиотеплолокация (пассивная радиолокация). М.: Сов. радио, 1964. 335 с.
3. **Клочко В. К., Кузнецов В. П.** Восстановление изображений объектов по прореженной матрице наблюдений // Вестн. РГРТУ. 2016. № 1(55). С. 111–117.
4. **Василенко Г. И., Тараторин А. М.** Восстановление изображений. М.: Радио и связь, 1986. 304 с.
5. **Клочко В. К.** Математические методы восстановления и обработки изображений в радиотеплооптоэлектронных системах. Рязань: РГРТУ, 2009. 228 с.
6. **Пирогов Ю. А., Тимановский А. Л.** Сверхразрешение в системах пассивного радиовидения миллиметрового диапазона // Радиотехника. 2006. № 3. С. 14–19.
7. **Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С.** Цифровая обработка изображений в среде MATLAB: Пер. с англ. М.: Техносфера, 2006. 616 с.
8. **Клочко В. К.** Восстановление изображений объектов в условиях атмосферных искажений // Вестн. РГРТУ. 2010. № 3(33). С. 24–28.
9. **Конюхов А. Л., Костевич А. Г., Курячий М. И.** Определение функции рассеяния точки по характерным фрагментам изображений // Докл. ТУСУР. 2012. № 2(26). Ч. 1. С. 116–120.
10. **Воскобойников Ю. Е.** Комбинированный нелинейный алгоритм восстановления контрастных изображений при неточно заданной аппаратной функции // Автометрия. 2007. № 6. С. 3–16.
11. **Клочко В. К.** Формирование трёхмерного изображения земной поверхности в бортовой доплеровской радиолокационной станции // Автометрия. 2015. **51**, № 4. С. 68–75.

*Поступила в редакцию 29 февраля 2016 г.*