

УДК 004.932.2, 517.968

ВЕЙВЛЕТ-НЕЧЁТНЫЕ ВОЛНОВЫЕ ВЫТЯНУТЫЕ СФЕРОИДАЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ В ЗАДАЧЕ СЕГМЕНТАЦИИ ДВУМЕРНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

А. Н. Катулев¹, М. Ф. Малевинский²

¹Научно-исследовательский центр

Центрального научно-исследовательского Института войск ВКО Минобороны России,
170026, г. Тверь, Набережная Афанасия Никитина, 32

²Тверской государственный университет,

170100, г. Тверь, ул. Желябова, 33

E-mail: katuleva@mail.ru

Предложен вейвлет в виде первой нечётной волновой вытянутой сфероидальной функции для вейвлет-преобразования неоднородного $2D$ -изображения и формирования на нём кластеров вейвлет-коэффициентов. Изложены методы вычисления вейвлет-функции, кластеризации поля вейвлет-коэффициентов и построения соответствующих им оптимальных прямоугольных окон на изображении. Путём моделирования установлена высокая эффективность методов и реализующего их алгоритма при различных реальных условиях функционирования оптикоэлектронного прибора.

Ключевые слова: вейвлет, волновая вытянутая сфероидальная функция, неоднородное изображение, алгоритм, кластер вейвлет-коэффициентов, динамический объект.

DOI: 10.15372/AUT20160302

Введение. В разработанной вейвлет-теории [1–3] выбор вейвлет-функции, оптимальной для анализа конкретного нестационарного случайного процесса, остаётся субъективным. К настоящему времени он основан на реализации идеи конструирования ортогонального базиса из вейвлет-функции со свойствами ограниченности—конечности квадрата нормы, локализации в пространстве (времени) и по частоте при выполнении требований принципа неопределённости [1], должен иметь нулевое среднее, финитное преобразование Фурье, производные всех порядков, убывание и обладать самоподобием.

Нечётные волновые вытянутые сфероидальные функции (ВВСФ) любого порядка характеризуются такими свойствами. Доминирующей из них является ВВСФ первого порядка. Она преобладает над другими широко применяемыми вейвлетами. Подтверждение следует из анализа зависимости относительной доли энергии вейвлета от размера его носителя, представленной в таблице. Видно, что с уменьшением носителя снижается энергия всех вейвлетов, кроме ВВСФ, а значит, ухудшается и точность вейвлет-преобразования при их применении на малых носителях $[-T, T]$.

По нечётной ВВСФ первого порядка можно конструировать ортогональный базис в пространственной (временной) области и повышать разрешающую способность выявления перепадов и разрывов яркости на неоднородном изображении (доказательство далее), а также точность его сегментации при обнаружении на изображении динамических объектов (ДО).

$[-T, T]$ — размер носителя	Вейвлет Котельникова — Шеннона	Вейвлет первой производной гауссоиды	ВВСФ, $CT = 12$
0,5	0,3916	0,1988	0,9996
1,0	0,6387	0,7386	0,9998
1,5	0,8431	0,9707	1,000
2,0	0,9015	0,9989	1,000
2,5	0,9173	1,000	1,000
3,0	0,9272	1,000	1,000
3,5	0,9407	1,000	1,000
4,0	0,9498	1,000	1,000
4,5	0,9546	1,000	1,000
5,0	0,9584	1,000	1,000
5,5	0,9628	1,000	1,000
6,0	0,9664	1,000	1,000
6,5	0,9687	1,000	1,000
7,0	0,9706	1,000	1,000

В результате вейвлета ВВСФ преобразование будет высокочувствительным к локальным изменениям неоднородных изображений, формируемых оптикоэлектронным прибором (ОЭП) на фоноцелевом кадре по принятым оптическим излучениям различных динамических объектов и/или фоноцелеподобных образований.

Отмеченные достоинства ВВСФ определяют актуальность выбора первой нечётной ВВСФ для вейвлет-преобразования изображения при его сегментации.

Недостатком является отсутствие аналитического выражения ВВСФ и необходимость его восстановления посредством решения интегрального уравнения Фредгольма второго рода с ядром вида «синус x на x »:

$$\lambda_i \psi_i(t) = \int_{-T}^T \frac{\sin C(\tau - t)}{\pi(\tau - t)} \psi_i(\tau) d\tau, \quad -\infty < t < \infty, \quad i = 0, 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где C — верхняя граничная частота финитного спектра ВВСФ; T — правая граница носителя ВВСФ. Единого метода решения уравнения не имеется.

В известных работах по повышению разрешающей способности обнаружения объектов на изображениях с помощью ВВСФ [1, 4] аналитические выражения для их нахождения не приведены. В [5, 6] вычисление ВВСФ и их собственных значений основывается на разложении в ряды по полиномам Лежандра на бесконечные цепные дроби и степенные ряды. Эти методы медленно сходятся, и расчёты можно выполнять только для значений $CT \leq 5$. В [7] решение производится методом прямоугольников, который даёт удовлетворительную точность для небольших значений $CT < 5$. Далее воспользуемся предложенным в [8] методом, основанным на аппроксимации искомого ВВСФ конечным рядом Котельникова. При этом интеграл в уравнении сводится к табличному, снимается проблема быстрой осцилляции ядра для значений $CT \geq 8$, обеспечивается вычисление ВВСФ в реальном масштабе времени на современных ПЭВМ.

Цель данной работы — доказательство свойств близости разрешающей способности вейвлетов нечётных ВВСФ к идеальной и ортогональности системы вейвлет-функций по

переменной сдвига с последующим применением первой нечётной ВВСФ вейвлет-преобразования для сегментации неоднородных 2D-изображений, формируемых ОЭП в условиях нестационарной фоноцелевой обстановки; разработка алгоритма сегментации 2D-изображений при априорной неопределённости и оценка его чувствительности, разрешающей способности и точности.

Близость разрешающей способности вейвлета первой ВВСФ к идеальной.

Доказательство непосредственно следует из анализа решения уравнения (1) с ядром для предельного случая переменной масштаба $C \rightarrow \infty$, т. е. с ядром вида

$$\delta(\tau - t) = \lim_{C \rightarrow \infty} \{[\sin C(\tau - t)]/[\pi(\tau - t)]\}.$$

При таком ядре имеем выражения

$$\lambda\psi(t) = \int_{-T}^T \delta(\tau - t)\psi(\tau)d\tau = \psi(t) \rightarrow \lambda = 1, \quad \psi(t) \neq 0;$$

$$\psi'(t) = \int_{-T}^T \delta'(\tau - t)\psi(\tau)d\tau = -\psi'(t) \rightarrow \psi'(t) = 0.$$

Из них второе составлено как производная по t от первого. Анализируя выражения с учётом нечётности первой волновой вытянутой сфероидальной функции $\psi(t)$, приходим к выводу: при $C \rightarrow \infty$ вейвлет ВВСФ $\psi(t) = L$, если $t \in [-T, 0]$, и $\psi(t) = -L$, если $t \in [0, T]$, $L = \text{const}$, и, очевидно, при $T = 0,5$ и $L = 1$ становится вейвлетом Хаара, т. е. идеальным обнаружителем любых перепадов яркости на изображении. Аналогично преобразуя ВВСФ нулевого порядка, получим масштабирующую функцию вейвлета Хаара.

Метод вычисления ВВСФ сводится к проведению следующих операций:

1. Аппроксимация ВВСФ $\psi_i(t)$ конечным отрезком ряда Котельникова

$$\psi(\tau) = \sum_{k=-N}^N \psi_k \frac{\sin(C\tau - k\pi)}{C\tau - k\pi}, \quad (2)$$

где $\psi_k = \psi(k\Delta)$ — коэффициент, подлежащий вычислению, $k = \overline{-N, N}$; $\Delta = \pi/C$ — период дискретности (интервал между отсчётами) на носителе $[-T, T]$; C — параметр масштаба (верхняя граничная частота); $N = T/\Delta$, $2N + 1$, — число членов в конечном ряде Котельникова.

2. Подстановка (2) в уравнение (1), которое должно выполняться на дискретном множестве точек $t_l = \Delta l$, $l \in \overline{-N, N}$. В результате имеем задачу полной проблемы собственных значений

$$\lambda\psi_l = \sum_{k=-N}^N \psi_k a_{lk}, \quad l = \overline{-N, N}, \quad (3)$$

где

$$a_{lk} = \int_{-T}^T \frac{\sin C(\tau - l\Delta) \cdot \sin C(\tau - k\Delta)}{\pi(\tau - l\Delta)(C\tau - k\pi)} d\tau, \quad l, k = \overline{-N, N}.$$

3. Вычисление собственных векторов и чисел системы (3), например, QR-алгоритмом.

4. Подстановка решения (3) в аналитическое выражение (2) для первой ВВСФ.

Докажем, что ВВСФ ортогональны по переменной сдвига $b_n = n\Delta$, $n = \pm 1, \pm 2, \dots$

Для этого запишем исходное выражение скалярного произведения в пространстве L_2 :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)\psi(t - n\Delta)dt = \sum_{l=-N}^N \sum_{k=-N}^N \psi_l\psi_k \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(Ct - l\pi)}{(Ct - l\pi)} \frac{\sin(Ct - (n+k)\pi)}{(Ct - (n+k)\pi)} dt. \quad (4)$$

Согласно [9] интеграл в (4) равен

$$\frac{\sin(l - k\pi)}{(l - k)\pi - n\pi} (-1)^n \Delta. \quad (5)$$

Подставив (5) в (4), будем иметь

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)\psi(t - \Delta n)dt = \sum_{l=-N}^N \sum_{k=-N}^N \psi_l\psi_k \frac{\sin(l - k)\pi}{(l - k)\pi - n\pi} (-1)^n \Delta. \quad (6)$$

Из (6) следует доказательство ортогональности, так как

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)\psi(t - n\Delta)dt = \begin{cases} G_N, & \text{если } n = 0, \\ 0, & \text{если } n = \pm 1, \pm 2, \dots, \end{cases}$$

где $G_N = \sum_{l=-N}^{l=N} \psi_l^2 \Delta$ — норма ВВСФ в пространстве L_2 .

Сегментация изображения. Под сегментацией изображения понимается его разбиение на непересекающиеся кластеры, каждый из которых подлежит покрытию прямоугольным окном с минимальной площадью для последующей оценки фрактальной размерности изображения окна и максимального собственного значения пространственной корреляционной матрицы яркости пикселей. Такие оценки являются статистиками обнаружения ДО [10]. Поэтому метод сегментации должен обеспечить высокую пространственную и частотную разрешающие способности изображений ДО и/или целеподобных изображений на фоноцелевых кадрах ОЭП, оптимальность локализации изображений ДО и/или целеподобных образований и максимальное отношение яркости пикселей окна с изображением ДО к шуму.

Первое требование реализуется только при выполнении сегментации изображения с использованием в рассматриваемом случае вейвлета ВВСФ преобразования. Действительно, на основании доказанной близости разрешающей способности нечётной ВВСФ к идеальному разрешению можно утверждать, что вейвлет ВВСФ преобразования обеспечит в пространственной и частотной областях высокое разрешение близких изображений различных ДО на фоноцелевом кадре ОЭП, в том числе и целеподобных изображений. Последние отмечены потому, что вейвлет-преобразование выполняется при априорной неопределённости текущего состояния фоноцелевой обстановки в зоне контроля ОЭП.

Вейвлет-преобразование (пусть изображение любой строки x) по определению представляется выражением скалярного произведения

$$W_{Cb} = (f(y), \psi_{Cb}(y)) \Big|_{x \text{ строка}} = \sqrt{C/G_N} \int_{-\infty}^{\infty} f(y) \psi(Cy - b) dy,$$

где W_{Cb} — вейвлет-коэффициент; $f(y)$ — функция-изображение строки $x \in X$; $\psi_{Cb}(y) = \psi(Cy - b)$ — вейвлет ВВСФ; y — переменная в строке x .

Так как носитель ВВСФ есть отрезок $[(b - T)/C, (b + T)/C]$, то выражение для W_{Cb} запишем в виде

$$W_{Cb} = (f(y), \psi_{Cb}(y)) \Big|_{x \text{ строка}} = (\sqrt{C}/\sqrt{G_N}) \int_{(b-T)/C}^{(b+T)/C} f(y + T) \psi(Cy - b) dy. \quad (7)$$

В интеграле (7) сделаем замену переменной интегрирования по формуле $y = t/C$.

В результате интеграл примет вид

$$W_{Cb} = 1/\sqrt{CG_N} \int_{b-T}^{b+T} f(t/C + T) \psi(t - b) dt. \quad (8)$$

После замены интеграла в (8) суммой формулу для расчёта W_{Cb} запишем как

$$W_{Cb_n} = 1/\sqrt{CG_N} \sum_{k=n-N}^{k=n+N} f((k/C + N)\Delta) \psi((k - n)\Delta) \Delta, \quad n = 0, 1, \dots$$

Вычисленные вейвлет-коэффициенты есть нормально распределённые случайные величины. Нормализация обуславливается структурой скалярного произведения как интегрального преобразования изображения, дающего реализацию случайного процесса [11].

Теперь их необходимо проверить на принадлежность ситуации H_1 (нахождение ДО в зоне контроля ОЭП) или альтернативной ситуации H_2 (только неоднородный сложный фон в зоне контроля ОЭП). Для этого сформируем соответствующие нормальные функции правдоподобия $f(W_{Cb_n} | H_1)$ и $f(W_{Cb_n} | H_2)$, предварительно оценив для них по результатам обработки экспериментальных данных по реальным сложным фоноцелевым ситуациям первые два момента. Установлено: в ситуациях H_1 и H_2 математические ожидания вейвлет-коэффициентов равны 0, а дисперсии принимают значения из интервалов 5–31 и 3–27 соответственно. Отсюда видно, что ситуации близкие, значит, правило проверки вейвлет-коэффициентов следует формировать по локальному наиболее мощному несмещённому критерию. Такой критерий выводится из отношения правдоподобия вида [12]

$$\begin{aligned} & \ln[f(W_{Cb_n} | \sigma + \delta) / f(W_{Cb_n} | \sigma)] = \\ & = \ln f(W_{Cb_n} | \sigma + \delta) - \ln f(W_{Cb_n} | \sigma) \approx \frac{\partial \ln f(W_{Cb_n} | \sigma)}{\partial \sigma} \delta = \\ & = \frac{\partial \ln(1/\sqrt{2\pi}\sigma) \cdot \exp\{-W_{Cb_n}^2/2\sigma^2\}}{\partial \sigma} \delta = -\frac{1}{\sigma} \delta + \frac{W_{Cb_n}^2}{\sigma^3} \delta \geq \ln \Pi(\alpha) \end{aligned}$$

и представляется выражением

$$W_{Cb_n}^2 \geq (\sigma^3/\delta) \ln \Pi(\alpha) + \sigma^2,$$

где δ — малая величина отклонения параметра σ_2 при ситуации H_2 от параметра σ при альтернативной ситуации H_1 ; размерность δ совпадает с размерностью σ ($\sigma_2 = \sigma + \delta$); α — допустимая вероятность отнесения фонового вейвлет-коэффициента к вейвлет-коэффициентам изображений ДО; $\Pi(\alpha)$ — пороговое значение оптимального включения вейвлет-коэффициентов в кластеры, определяемое по таблице [12]; $W_{Cb_n}^2$ имеет χ^2 -распределение с одной степенью свободы.

При реализации построенного правила, очевидно, усиливается разрешающая способность метода сегментации в ситуации H_1 и при этом подтверждается второе к нему требование: оптимальность локализации кластеров вейвлет-коэффициентов.

Докажем выполнимость третьего требования. Для этого изображение на текущем фоноцелевом кадре ОЭП запишем в виде [13]

$$f(x, y) = \phi(x, y)S(x, y) + B_\phi(x, y) + n(x, y),$$

где $\phi(x, y)$ — функция воздействия (по закону Бугера) среды распространения оптического излучения на $S(x, y)$ — оптическое излучение ДО; $B_\phi(x, y)$ — функция оптического излучения фона; $n(x, y)$ — нормальный результирующий шум ОЭП на изображении; x, y — целочисленные координаты на фоноцелевом кадре ОЭП. В $f(x, y)$ не учитывается составляющая излучения атмосферы между ДО и ОЭП (ДО затеняет некоторую часть фона).

Теперь введём и оценим метрику отличия функции $f(x, y)$ от двумерных сепарабельных нормированных вейвлетов ВВСФ $\psi_{Cb}(x, y)$ при варьировании переменных $b = (b_x, b_y)$ и $C = (c_x, c_y)$ на множествах их значений, воспользовавшись выражением вейвлет-преобразования как взаимной корреляционной связью между $f(x, y)$ и $\psi_{Cb}(x, y)$. Выражение этой связи запишем как

$$K_{f\psi}[C, b] = \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} f(x, y)\psi_{Cb}(x, y),$$

а метрики — в виде

$$\max_{b_x \in X, b_y \in Y, c_x > 0, c_y > 0} K_{f\psi}[b_x, b_y, c_x, c_y].$$

В подтверждение метрики отметим, что минимальное отличие изображения ДО (или целеподобного изображения) от вейвлет-функции будет иметь место только при достижении максимальной корреляции между ними, что и осуществляется с помощью операции $\max_{b_x \in X, b_y \in Y, c_x > 0, c_y > 0}$. Естественно, при высокой чувствительности вейвлета к неоднородностям изображения будет установлено в общем случае несколько локальных максимумов, каждый из которых можно считать «центром своего» одного из выделяемых кластеров вейвлет-коэффициентов.

Применив к корреляционной связи неравенство Коши — Буняковского, получим с учётом вида правой части функции изображения $f(x, y)$ неравенство

$$\left| \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} f(x, y)\psi_{Cb}(x, y) \right| \leq \left[\sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} \phi^2(x, y)S^2(x, y) \right]^{1/2} \left[\sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} \psi_{Cb}^2(x, y) \right]^{1/2} +$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} B_{\phi}^2(x, y) \right]^{1/2} \left[\sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} \psi_{Cb}^2(x, y) \right]^{1/2} + \\
& + \left[\sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} n^2(x, y) \right]^{1/2} \left[\sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} \psi_{Cb}^2(x, y) \right]^{1/2}.
\end{aligned}$$

В нормальном шуме $n(x, y)$ содержатся гармоники с малыми амплитудами, имеющими одинаковые (близкие) среднеквадратические значения. Такие гармоники должны сильно ослабляться вейвлет-функциями при достижении максимума корреляции между ними и изображением ДО или изображением целеподобного фона. Это естественное требование к корреляционному обнаружителю структурных особенностей изображения, иначе на фонецелевом кадре ОЭП будет выявляться недопустимо большое количество ложных шумовых особенностей изображения, т. е. корреляционная связь $\sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} n(x, y) \psi_{Cb}(x, y)$ должна

быть малой при $\max_{b_x \in X, b_y \in Y, c_x > 0, c_y > 0} K_{f\psi}[b_x, b_y, c_x, c_y]$, что подтверждается моделированием. Поэтому в правой части неравенства Коши — Буняковского достаточно учитывать только два первых слагаемых, которые, в свою очередь, могут проявляться одновременно, но в разных частях фоноцелевого кадра, так как динамический объект затеняет некоторую часть фона и оптическое излучение аппликативного фона не накладывается на оптическое излучение ДО.

Тогда при одном и том же значении переменной масштаба, но при разных значениях переменной сдвига вейвлет-функций в разных частях фоноцелевого кадра одновременно могут проявляться кластеры с изображениями ДО и целеподобными изображениями либо только с изображениями ДО, либо только с целеподобными изображениями.

Теперь имеются основания утверждать, что найдутся такие совокупности значений $b_x^*, b_y^*, c_x^*, c_y^*$ переменных $b_x \in X, b_y \in Y$ и $c_x, c_y > 0$, при которых будет выполнено условие локальной тождественности с точностью до некоторой мультипликативной константы вычисленной корреляционной связи $K_{f\psi}[b_x^*, b_y^*, c_x^*, c_y^*]$ выходу «своего» согласованного фильтра [14]. В рассматриваемом случае это условие для каждого четвёрки $(b^*, C^*) = (b_x^*, b_y^*, c_x^*, c_y^*)$ записывается в виде одного из равенств:

$$\phi(x, y)S(x, y) = C_1 \psi_{C^* b^*}(x, y), \quad B_{\phi} = C_1 \psi_{C^* b^*}(x, y).$$

Равенство $\phi(x, y)S(x, y) \wedge B_{\phi} = C_2 \psi_{C^* b^*}(x, y)$ (символ « \wedge » — обозначение «и») не реализуемо, так как объект затеняет фон ($\phi(x, y)$ — безразмерная функция, которая определяется законом Бугера).

При выполнении какого-либо из равенств в процессе обработки изображения фоноцелевого кадра ОЭП на выходе рассмотренного вейвлет-коррелятора как согласованного фильтра будет иметь место максимальное отношение яркости полезного изображения ДО или целеподобного изображения к шуму ОЭП и, очевидно, максимум значения вейвлет-коэффициента W_{Cb} . Это означает выполнимость третьего требования к методу сегментации.

В результате выводится алгоритм сегментации, состоящий из следующих операций:

1. Вычисление вейвлет-коэффициентов вейвлетов волновых вытянутых сфероидальных функций преобразования каждой строки.
2. Отбор вейвлет-коэффициентов, которые превышают пороговую величину $(\sigma^3/\delta) \times \ln \Pi(\alpha) + \sigma^2$.

3. Поиск в каждой строке локальных максимальных и минимальных вейвлет-коэффициентов методом Хука — Дживса с лебеговым разбиением области значений вейвлет-коэффициентов по переменным масштаба и сдвига.

4. Определение для каждого локального максимального вейвлет-коэффициента строки ближайших слева и справа локальных минимальных вейвлет-коэффициентов.

5. Нахождение по переменной сдвига для каждого максимального локального вейвлет-коэффициента окрестности значений вейвлет-коэффициентов между ближайшими слева и справа локальными минимальными вейвлет-коэффициентами строки.

6. Установление признака соответствия окрестностей i -й и $(i + 1)$ -й строк по их множественному пересечению по переменной сдвига.

7. Идентификация пар окрестностей с локальными максимальными вейвлет-коэффициентами смежных i -й и $(i + 1)$ -й строк с признаком их соответствия по непараметрическому критерию однородности Колмогорова [12].

8. Формирование кластеров идентифицированных окрестностей локальных максимальных вейвлет-коэффициентов строк изображения фоноцелевого кадра.

9. Выполнение операций 2–8 для столбцов изображения фоноцелевого кадра.

10. Вычисление множественного пересечения кластеров вейвлет-коэффициентов столбцов и строк, формирование кластеров вейвлет-коэффициентов в целом на фоноцелевом кадре.

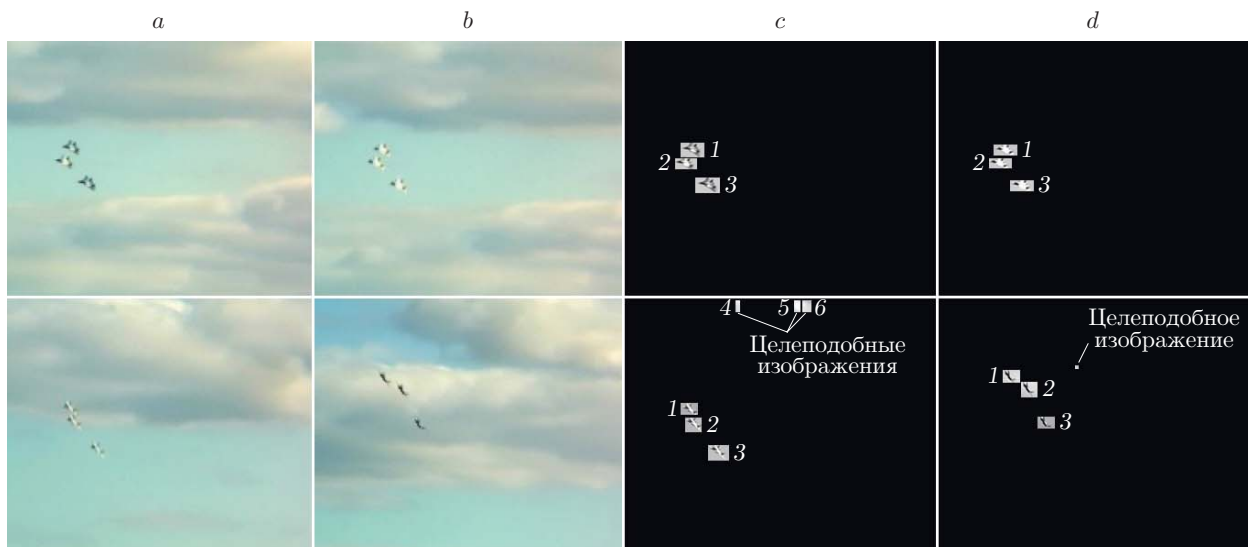
11. Построение выпуклых оболочек в виде прямоугольных окон, накрывающих соответствующие кластеры вейвлет-коэффициентов. Окна восстанавливаются по результатам фиксации граничных левого ($y_{лj}$) и правого ($y_{пj}$) столбцов вейвлет-коэффициентов каждого кластера ($j = 1, \dots$) и его граничных верхней ($x_{вj}$) и нижней ($x_{нj}$) строк.

12. Отображение построенных операцией 11 выпуклых оболочек кластеров вейвлет-коэффициентов в прямоугольные окна яркости пикселей фоноцелевого кадра.

Характеристики качества алгоритма сегментации оценены математическим моделированием по фоноцелевым изображениям (см. рисунок, a, b — фрагменты воздушной обстановки), полученным от ОЭП в реально изменяющихся условиях полёта ДО.

Моделированием установлено, что алгоритм обеспечивает:

— сегментацию двумерного изображения с локализацией практически с единичной вероятностью кластеров структурных особенностей изображения, обусловленных нахождением ДО в зоне контроля ОЭП; при этом в сложных условиях могут локализоваться с



вероятностью не более 0,25–0,3 целеподобные кластеры изображений, близкие по размерам к выделенным изображениям ДО (см. рисунок, *c, d* — сегментированные изображения); точность сегментации 85–90 %;

— формирование прямоугольных окон с минимальными площадями покрытия локализованных кластеров структурных особенностей пространственно протяжённых и малоразмерных контрастных и слабоконтрастных изображений на сложном нестационарном фоне; сформированные окна наряду с изображением истинного или ложного ДО могут содержать 25–30 % аппликативного фона; на рисунке, *c, d* представлены построенные окна на фоноцелевых кадрах для ситуаций, предлагаемых на рисунке, *a, b*;

— практически безошибочную идентификацию структурных особенностей изображений по вейвлет-коэффициентам строк (столбцов) фоноцелевого кадра; при этом обнаруженные структурные особенности изображения не идентифицируются с изображениями истинных ДО или фоноцелеподобных изображений;

— чувствительность к структурным изменениям изображений 2–3 пикселя и разрешающую способность изображений ДО 1–3 пикселя.

Заключение. Предложенный новый эффективный метод решения актуальной проблемы автоматической сегментации $2D$ -изображений с использованием вейвлета первой нечётной ВВСФ при обнаружении ДО в реальных условиях функционирования ОЭП представляет собой вклад в теорию и практику цифровой обработки фоноцелевых кадров, формируемых ОЭП при априорной неопределённости.

Метод обладает высокими чувствительностью к структурным изменениям изображений на реальных фоноцелевых кадрах ОЭП, точностью сегментации изображений при адаптивном определении оптимальных размеров окон, содержащих изображения ДО, разрешающей способностью изображений ДО на фоноцелевых кадрах ОЭП, инвариантностью к особенностям полёта и визирования ДО; метод реализуется в реальном масштабе времени на современных ЭВМ.

Близкий алгоритм сегментации изображений [15], основанный на вейвлете Хаара, применяется для простых условий функционирования ОЭП. Вейвлет Хаара, как доказано в данной работе, является частным случаем вейвлета ВВСФ первого порядка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам: Пер. с англ. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 464 с.
2. Донцов А. А., Козирацкий Ю. Л. Алгоритм локализации малоразмерных объектов на изображениях с использованием вейвлет-преобразований // Автометрия. 2013. **49**, № 2. С. 42–48.
3. Кравченко В. Ф., Рвачев В. Л. Алгебра логики, атомарные функции и вейвлеты в физических приложениях. М.: Физматлит, 2006. 416 с.
4. Броварова М. А., Хонина С. Н. Повышение разрешающей способности с помощью вытянутых сфероидальных волновых функций // Компьютерная оптика. 2001. Вып. 21. С. 53–57.
5. Комаров И. В., Пономарев Л. И., Славянов С. Ю. Сфероидальные и кулоновские сфероидальные функции. М.: Физматлит, 1976. 320 с.
6. Фламмер К. Таблицы волновых сфероидальных функций. М.: ВЦ АН СССР, 1976. 435 с.
7. Хонина С. Н. Исследование матричного метода вычисления вытянутых сфероидальных функций нулевого порядка // Изв. СамНЦ РАН. 2001. **3**, № 1. С. 111–117.
8. Кудинов А. Н., Катулев А. Н., Малевинский М. Ф. Математические методы оценки показателей безопасности состояний динамических систем. М.: Изд-во МГУ, 2005. 375 с.

9. Хургин Я. И., Яковлев В. П. Финитные функции в физике и технике. М.: Наука, 1971. 408 с.
10. Катулев А. Н., Храмичев А. А., Гузенко О. Б. Критерий и алгоритм обнаружения динамического объекта на сложном фоне по точечному слабоконтрастному изображению // Автометрия. 2015. 51, № 2. С. 38–48.
11. Розанов Ю. А. Случайные процессы (краткий курс). М.: Наука, 1971. 288 с.
12. Ивченко Г. И., Медведев Ю. И. Математическая статистика. М.: Высш. шк., 1984. 250 с.
13. Потапов А. А. Фракталы в радиофизике и радиолокации. М.: Логос, 2002. 664 с.
14. Свистов В. М. Радиолокационные сигналы и их обработка. М.: Сов. радио, 1977. 448 с.
15. Лысенко Н. В., Никитин Р. В. Сегментация изображения с использованием wavelet-декомпозиции и watershed-преобразования // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2006. Вып. 5. С. 34–41.

Поступила в редакцию 31 июля 2015 г.
