

## АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 621.391

ОЦЕНИВАНИЕ КООРДИНАТ УЗЛОВ РЕШЁТКИ  
КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИХ ТЕКСТУР  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ХАРАКТЕРИСТИК  
ДВУМЕРНЫХ ЛОКАЛЬНЫХ СПЕКТРОВИ. С. Грузман<sup>1</sup>, К. Ю. Петрова<sup>2</sup><sup>1</sup>Новосибирский государственный технический университет,  
630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20<sup>2</sup>Филиал фирмы «Самсунг Электроникс Ко., Лтд.»  
127018, Москва, ул. Девинцев, 12, корп. 1  
E-mail: isgruzman@gmail.com  
xenyu.petrova@samsung.com

Предложен алгоритм оценивания координат узлов деформированных решёток квазипериодических текстур без предварительного выбора типовых текстурных элементов. Приведены примеры, демонстрирующие высокую вычислительную эффективность алгоритма по реальным полутоновым изображениям, содержащим квазипериодические текстуры.

*Ключевые слова:* алгоритм оценивания, квазипериодическая текстура, узлы решётки, текстурный элемент, локальный двумерный спектр, решётка Браве.

DOI: 10.15372/AUT20160301

**Введение.** Локальные характеристики квазипериодических текстур (КПТ) широко используются при решении таких прикладных задач, как восстановление формы объектов по текстуре [1, 2], слежение за динамически изменяющимися поверхностями [3, 4], автоматическая коррекция фотографий в целях устранения решётчатой преграды [5, 6].

В рамках структурного подхода к описанию текстур полагается, что они состоят из двух компонент: текстурного элемента (ТЭ) и решётки [7]. Узлы решётки задают пространственное положение повторяющегося ТЭ. Если расстояние между узлами решётки постоянно, то текстура является периодической. Квазипериодическая текстура образуется из периодической путём деформации решётки при условии сохранения локальной регулярной топологии — в пределах малой окрестности текстура остаётся периодической. Деформация решётки обусловлена, например, проектированием трёхмерных текстурированных объектов на плоскость изображения, изменением углов наблюдения текстурированной плоскости [8] и т. п.

Основными задачами существующих методов анализа КПТ являются определение ТЭ и оценивание координат узлов решётки. Для сильно деформированных решёток большинство алгоритмов анализа КПТ строится следующим образом. На первом этапе тем или иным способом осуществляется выбор одного или нескольких типичных ТЭ [4, 9–12]. Из-за сильного различия характеристик КПТ и видов их деформации удовлетворительного автоматического метода выбора ТЭ пока не найдено. В [9, 10] ТЭ определяется в

интерактивном режиме. В [4, 11, 12] для автоматического выбора типичных ТЭ используются свойство локальной регулярности текстуры (т. е. текстура в локальной области должна быть строго периодической) и группировка особых точек на изображениях, обнаруженных с помощью детекторов углов [11] или SIFT-дескрипторов [12]. На втором этапе «выращивается» решётка от слабо деформированных областей текстуры к областям со значительной деформацией решётки и ТЭ при одновременной коррекции геометрических характеристик ТЭ. Кроме того, применяются итерационные алгоритмы, требующие больших временных и вычислительных ресурсов [10–12]. Эффективность работы алгоритмов анализа КППТ в значительной мере определяется первым этапом.

В [13] предложен алгоритм обнаружения КППТ, использующий в качестве решающей статистики числовые характеристики выбросов двумерных локальных спектров мощности (СМ). Спектры мощности фрагментов изображения анализируются независимо друг от друга, что обеспечивает устойчивую работу алгоритма при значительных деформациях решётки и его вычислительную эффективность.

Цель данного исследования — построение алгоритма оценивания координат узлов решётки КППТ на основе характеристик выбросов локальных спектров, не требующего предварительного определения ТЭ.

Оценки координат узлов решётки КППТ, полученные в результате работы алгоритма, предлагается использовать для вычисления границ ТЭ.

**Алгоритм оценивания координат узлов решётки КППТ.** При построении алгоритма обнаружения КППТ [13] полагалось, что в анализируемом фрагменте  $\mathbf{z} = \{z(i_1, i_2), i_1 = \overline{-n, n}, i_2 = \overline{-n, n}\}$  размером  $N \times N = (2n + 1) \times (2n + 1)$  элементов содержится не менее  $2 \times 2$  ТЭ, где  $z(i_1, i_2)$  — отсчёты двумерной функции яркости. Фрагменты  $\mathbf{z}$  формируются с помощью перемещающегося по изображению окна с наперёд заданным шагом по каждой из координат. Спектр конечного фрагмента  $\mathbf{z}$  вычисляется путём дискретного преобразования Фурье. Отсчёты с нулевыми координатами располагаются в центре фрагмента как в пространственной, так и частотной областях. Функция яркости ТЭ представляет собой двумерный низкочастотный сигнал, поэтому максимальной амплитудой обладают выбросы локальных спектров в области низких частот.

В качестве модели решётки периодических текстур в [13] использовалась двумерная решётка Браве, координаты узлов  $\mathbf{s} = (s_1, s_2)^T$  которой определяются уравнением

$$\mathbf{s} = \mathbf{A}\mathbf{r}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{r} = (r_1, r_2)^T$  — произвольный целочисленный вектор;  $T$  — символ транспонирования;

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

— невырожденная матрица периодичности. Элементарная ячейка двумерной решётки представляет собой параллелограмм  $L$  площадью  $\det(\mathbf{A}) \neq 0$ , образованный векторами  $\mathbf{a}_1 = (a_{11}, a_{21})^T$  и  $\mathbf{a}_2 = (a_{12}, a_{22})^T$ .

Для конкретизации задачи будем считать, что в центре ТЭ двумерная функция яркости  $\mathbf{z}$  принимает экстремальное значение — минимум или максимум. Координаты центра ТЭ совпадают с координатами узла решётки. Чтобы определить координаты всех узлов периодической текстуры и выделить ТЭ, достаточно найти координаты одного узла и векторы  $\mathbf{a}_1$  и  $\mathbf{a}_2$ , задающие сдвиг между узлами решётки (центрами ТЭ). Для КППТ параметры векторов  $\mathbf{a}_1$  и  $\mathbf{a}_2$  зависят от пространственных координат.

Спектр мощности КПТ содержит выбросы, координаты максимумов которых  $\mathbf{f} = (f_x, f_y)^T$  определяются соотношением [13]

$$\mathbf{f} = N\mathbf{A}^{-T}\mathbf{k}, \quad (2)$$

где компоненты целочисленного вектора  $\mathbf{k}$  должны быть такими, чтобы не нарушалось условие ограниченности размеров дискретного спектра анализируемого фрагмента ( $|f_x| \leq n$  и  $|f_y| \leq n$ ). Очевидно, что положение выбросов на частотной плоскости задаётся матрицей периодичности  $\mathbf{A}$ . В спектрах мощности фрагмента КПТ должны присутствовать минимум два выброса, векторы координат которых являются неколлинеарными [13]. Определив координаты максимумов на частотной плоскости, можно, применяя соотношение (2), вычислить оценки векторов  $\mathbf{a}_1$  и  $\mathbf{a}_2$  для анализируемого фрагмента изображения.

Сдвиг узлов решётки (центров ТЭ) относительно центра фрагмента  $\mathbf{z}$  приводит к изменению фазочастотного спектра этого фрагмента. Таким образом, в отличие от задачи обнаружения КПТ [13] в задаче оценивания координат узлов кроме СМ необходимо дополнительно использовать фазочастотный спектр фрагмента  $\mathbf{z}$ .

Поскольку фазочастотный спектр чувствителен к шумам, для обеспечения помехоустойчивости алгоритма оценивания координат узлов решётки будем использовать только два выброса с неколлинеарными векторами координат, обладающие максимальной мощностью. Тогда в качестве простейшей модели двумерной функции яркости фрагмента КПТ примем двумерную полигармоническую функцию

$$\tilde{\mathbf{z}} = \left\{ \tilde{z}(i_1, i_2) = \sum_{l=1}^2 u_l \cos \left( \frac{2\pi}{N} (f_{l,x}i_1 + f_{l,y}i_2) + \phi_l \right), \quad i_1 = \overline{-n, n}, \quad i_2 = \overline{-n, n} \right\}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{f}_l = (f_{l,x}, f_{l,y})^T$ ,  $l = \overline{1, 2}$ , — координаты двух неколлинеарных выбросов в частотной плоскости, обнаруженных в СМ фрагмента  $\mathbf{z}$  изображения с помощью алгоритма [13];  $(u_l, \phi_l)$ ,  $l = \overline{1, 2}$ , — амплитуда и фаза гармонических сигналов, определяемые значениями отсчётов спектра фрагмента  $\mathbf{z}$  в точках  $\mathbf{f}_l$ ,  $l = \overline{1, 2}$ .

Для модели (3) координаты ближайшего к центру фрагмента узла решётки вычисляются по формуле

$$\mathbf{i}_{\max} = \begin{bmatrix} i_{\max, 1} \\ i_{\max, 2} \end{bmatrix} = -\frac{N}{2\pi} \begin{bmatrix} f_{1,x} & f_{2,x} \\ f_{1,y} & f_{2,y} \end{bmatrix}^{-T} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

если полагать, что двумерная функция яркости в центре ТЭ принимает максимальное значение, или по формуле

$$\mathbf{i}_{\min} = \begin{bmatrix} i_{\min, 1} \\ i_{\min, 2} \end{bmatrix} = \frac{N}{2\pi} \begin{bmatrix} f_{1,x} & f_{2,x} \\ f_{1,y} & f_{2,y} \end{bmatrix}^{-T} \begin{bmatrix} \pi - \phi_1 \\ \pi - \phi_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

для минимального значения двумерной функции яркости. Используя (2), нетрудно показать, что оценка матрицы  $\mathbf{A}$  по координатам двух неколлинеарных выбросов в частотной области  $\mathbf{f}_l = (f_{l,x}, f_{l,y})^T$ ,  $l = \overline{1, 2}$ , будет иметь вид

$$\mathbf{A} = N \begin{bmatrix} f_{1,x} & f_{2,x} \\ f_{1,y} & f_{2,y} \end{bmatrix}^{-T}. \quad (6)$$

Алгоритм оценивания координат узлов решётки КПТ состоит из следующих этапов.

1. Если для текущего фрагмента  $\mathbf{z}$  принята гипотеза о его принадлежности КПТ (для этого используется алгоритм [13]), то определяются координаты двух неколлинеарных выбросов максимальной мощности  $\mathbf{f}_l = (f_{l,x}, f_{l,y})^T$ ,  $l = \overline{1, 2}$ . Для повышения точности оценки параметров  $\mathbf{f}_l = (f_{l,x}, f_{l,y})^T$ ,  $l = \overline{1, 2}$ , модели (3) применялась билинейная интерполяция. Следует отметить, что использование интерполяционных методов для повышения точности оценки начальных фаз  $\phi_l$ ,  $l = \overline{1, 2}$ , в (3) не дало удовлетворительных результатов.

2. Для данного фрагмента вычисляются оценки матрицы  $\mathbf{A}$  по формуле (6) и координаты  $\mathbf{i}$  ближайшего к центру фрагмента  $\mathbf{z}$  узла решётки (центральный узел) по формуле (4), если предположить, что в центре ТЭ яркость принимает максимальное значение, или по формуле (5) в противном случае.

3. С использованием оценки матрицы  $\mathbf{A}$  по формуле (1) находятся координаты восьми узлов ближайших соседей [14], расстояние от которых до центрального узла с координатами  $\mathbf{i}$  минимально.

Пункты 1–3 повторяются для всех положений перемещающегося по изображению окна с шагом  $n/2$  по каждой из координат. В результате для любого положения окна, принадлежащего КПТ, получим локальную решётку размером  $3 \times 3$  узла. Далее необходимо перекрывающиеся локальные решётки объединить в единую решётку КПТ. Для строго периодической текстуры при отсутствии ошибок оценивания  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{i}$  координаты узлов соседних локальных решёток совпадут. Для реальных изображений узлы локальных решёток образуют «сгустки». Разброс узлов в сгустке зависит от степени деформации решётки и ошибок оценивания  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{i}$ .

4. Для разделения узлов, принадлежащих разным сгусткам, применяется алгоритм DBSCAN [15] при следующих параметрах: радиус  $\varepsilon$ -окрестности равен  $\sqrt{2}$ , минимальное число точек в кластере — 6. Оценкой координат узлов объединённой решётки служат центры тяжести полученных кластеров.

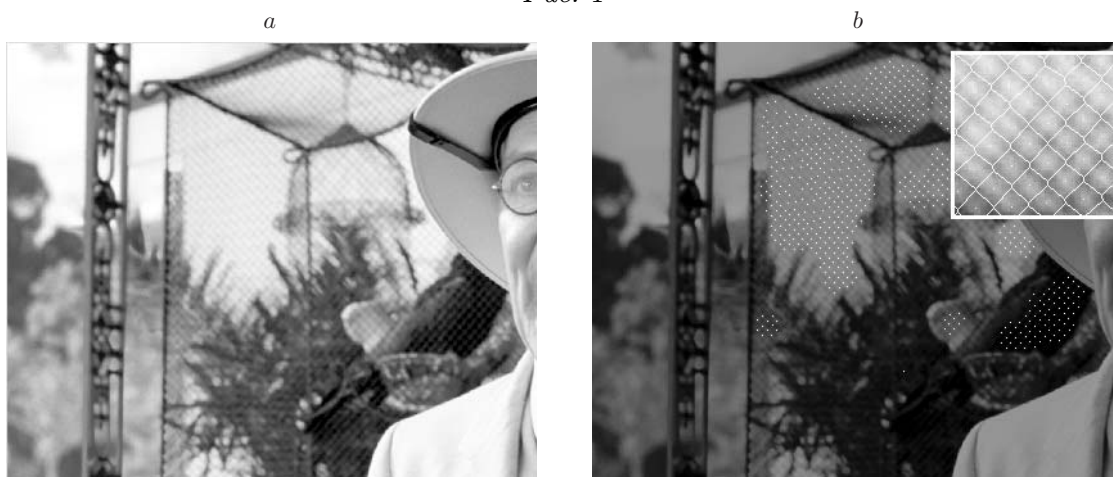
**Формирование ТЭ.** Текстурный элемент представляет собой примитивную ячейку решётки Браве [14], содержащую только один узел решётки. Такой элемент можно выделить для каждой локальной решётки, используя оценку локальной матрицы  $\mathbf{A}$ . Однако даже для периодической текстуры могут быть выбраны максимумы спектра для несовпадающих целочисленных векторов  $\mathbf{k}$  в (2) из-за эффекта растекания спектра, возникающего вследствие некратности размеров анализируемого фрагмента  $\mathbf{z}$  периода текстуры, различной величины смещения центральных узлов относительно центров фрагментов, изменений локальных средних значений яркости и контраста. Например, для одного фрагмента  $\mathbf{k}_1 = (1, 0)^T$  и  $\mathbf{k}_2 = (0, 1)^T$ , а для другого  $\mathbf{k}_1 = (1, 1)^T$  и  $\mathbf{k}_2 = (0, 1)^T$ . В результате получим разные примитивные ячейки одной и той же решётки Браве, обусловленные неоднозначностью способа их определения [14].

Проблему неоднозначности выбора примитивной ячейки можно исключить, задав единое правило для всех узлов объединённой решётки (кроме пограничных). Для формирования ТЭ относительно текущего узла используем диаграмму Вороного [14], в соответствии с которой к ТЭ относятся все отсчёты изображения, расположенные к данному узлу решётки ближе, чем к любому другому.

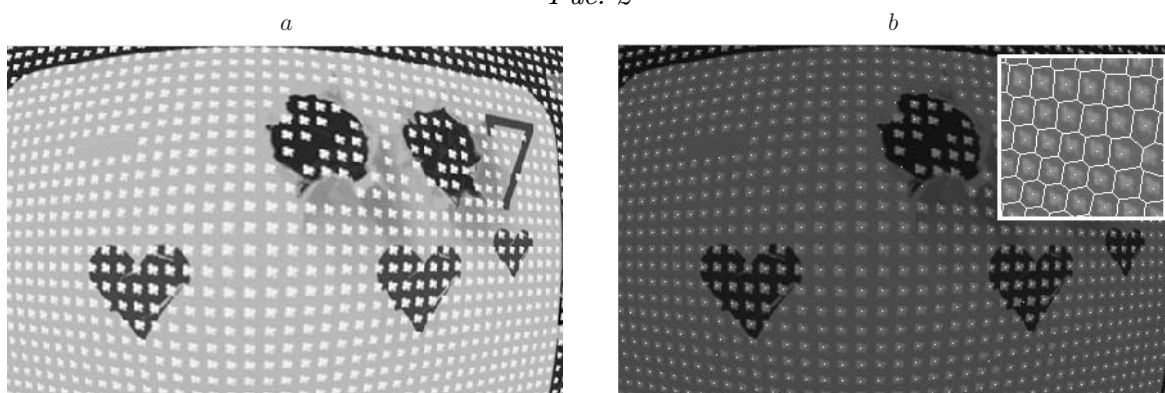
**Экспериментальные исследования алгоритма оценивания координат узлов решётки КПТ.** Тестирование алгоритма проводилось по полутоновым реальным и искусственно деформированным изображениям, содержащим КПТ. Примеры таких изображений приведены на рис. 1,  $a$ —4,  $a$ . Для обнаружения КПТ применялся алгоритм, предложенный в работе [13]. Анализируемые фрагменты формировались с помощью перемещающегося по изображению окна с шагом 5 пикселей по каждой координате. Для обнаруженных



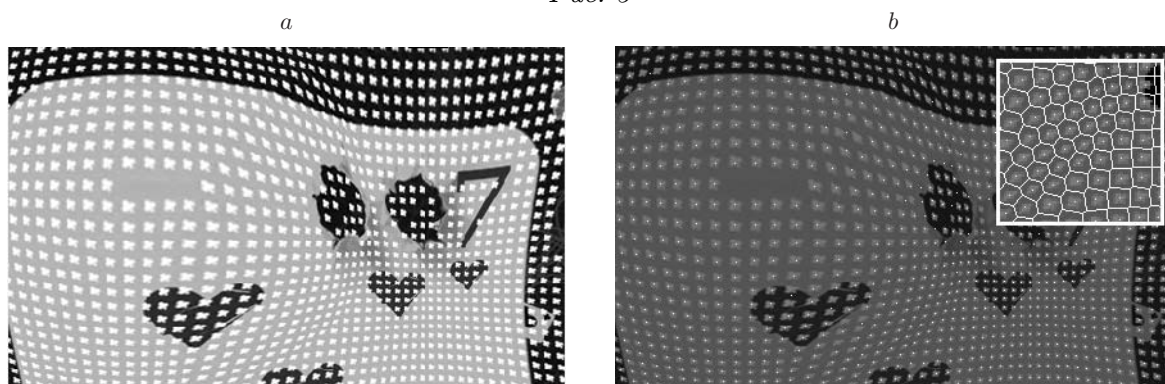
*Рис. 1*



*Рис. 2*



*Рис. 3*



*Рис. 4*

фрагментов КПП оценивались координаты узлов решётки, отмеченных на изображениях рис. 1,  $b=4$ ,  $b$  белыми маркерами, и определялись границы ТЭ; в правых верхних углах этих рисунков показаны увеличенные фрагменты соответствующих изображений.

Обработка изображений осуществлялась на компьютере с процессором Intel Core i7-2630QM 2.0 ГГц и оперативной памятью объёмом 8 Гбайт. Время работы предложенного алгоритма составило от 0,51 с (для изображения на рис. 1,  $a$ ) до 1,6 с (для изображения на рис. 4,  $a$ ) без учёта временных затрат на работу алгоритма обнаружения КПП [13]. Время, измеряемое с помощью стандартных функций tic и toc пакета MATLAB, зависело от числа фрагментов, для которых принята гипотеза об их принадлежности к КПП, но не зависело от степени деформации текстуры.

**Заключение.** Предложен алгоритм оценивания узлов решётки КПП, использующий свойства спектров фрагментов анализируемого изображения. Относительно небольшие размеры этих фрагментов, содержащих минимум  $2 \times 2$  текстурных элемента, и независимая оценка координат узлов локальных решёток обеспечивают устойчивую работу алгоритма при значительных деформациях решётки КПП (см. рис. 3, 4). Для оценивания координат узлов локальных и объединённой решёток не требуется предварительно выбирать текстурные элементы, что гарантирует высокую вычислительную эффективность алгоритма. Границы текстурных элементов определяются по координатам узлов объединённой решётки с помощью диаграммы Вороного.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Szeliski R.** Computer Vision: Algorithms and Applications. London: Springer-Verlag, 2011. 812 p.
2. **Lobay A., Forsyth D. A.** Shape from texture without boundaries // Intern. Journ. Comput. Vision. 2006. **67**, N 1. P. 71–91.
3. **Guskov I.** Efficient tracking of regular patterns on non-rigid geometry // Proc. of the 16th Intern. Conf. on Pattern Recognition (ICPR). Quebec, Canada, 2002. Vol. 2. P. 1057–1060.
4. **Lin W., Liu Y.** A lattice-based MRF model for dynamic near-regular texture tracking // IEEE Trans. Pattern Anal. and Mach. Intell. 2007. **29**, N 5. P. 777–792.
5. **Liu Y., Belkina T., Hays J. H., Lubliner R.** Image de-fencing // IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Anchorage, USA, 2008. P. 1–8.
6. **Park M., Brocklehurst K., Collins R. T., Liu Y.** Image de-fencing revisited // Proc. of the 10th Asian Conf. on Computer Vision (ACCV). Berlin — Heidelberg: Springer-Verlag, 2011. Pt. IV. P. 422–434.
7. **Харалик Р. М.** Статистический и структурный подходы к описанию текстур // ТИИЭР. 1979. **67**, № 5. С. 98–120.
8. **Шапиро Л., Стокман Дж.** Компьютерное зрение. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. 752 с.
9. **Sookocheff K., Mould D.** One-click lattice extraction from near-regular texture // Proc. of the 3rd Intern. Conf. on Computer Graphics and Interactive Techniques in Australasia and South East Asia (GRAPHITE). N. Y.: ACM Press, 2005. P. 265–268.
10. **Cai Y., Vaciu G.** Detection of repetitive patterns in near regular texture images // Proc. of the 10th IEEE IVMSWP Workshop. Ithaca, USA, 2011. P. 60–65.
11. **Park M., Brocklehurst K., Collins R. T., Liu Y.** Deformed lattice detection in real-world images using mean-shift belief propagation // IEEE Trans. Pattern Anal. and Mach. Intell. 2009. **31**, N 10. P. 1704–1816.

12. **Hilsmann A., Schneider D. C., Eisert P.** Warp-based near-regular texture analysis for image-based texture overlay // Proc. of the 16th Intern. Workshop on Vision, Modeling, and Visualization. Berlin: Eurographics Association, 2011. P. 73–80.
13. **Грузман И. С., Петрова К. Ю.** Обнаружение квазипериодических текстур с использованием характеристик двумерного спектра мощности // Автометрия. 2015. **51**, № 2. С. 3–10.
14. **Ашкрофт Н., Мермин Н.** Физика твердого тела. М.: Мир, 1979. Т. 1. 399 с.
15. **Ester M., Kriegel H.-P., Sander J., Xu X.** A density-based algorithm for discovering clusters in large spatial databases with noise // Proc. of the 2nd Intern. Conf. on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD). Portland, USA, 1996. P. 226–231.

*Поступила в редакцию 13 апреля 2015 г.*