УДК 681.51

СИНТЕЗ МНОГОКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ РОБОТОМ-МАНИПУЛЯТОРОМ НА ОСНОВЕ МЕТОДА РАЗДЕЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЙ*

В. Д. Юркевич

Новосибирский государственный технический университет,
630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20
E-mail: yurkev@ac.cs.nstu.ru

Решается задача синтеза регуляторов для нелинейных многоканальных динамических объектов. Предлагаемый метод синтеза рассматривается на примере задачи управления движением многозвенного манипулятора. В основе применяемого подхода к расчёту параметров регулятора лежит преднамеренное формирование разнотемповых процессов в системе управления, где устойчивость быстрых процессов обеспечивается выбором параметров регулятора, а формируемые медленные процессы соответствуют эталонной модели желаемого поведения нелинейной системы. Приведены результаты численного моделирования для манипулятора с двумя звеньями.

Ключевые слова: нелинейные многоканальные системы управления, управление манипулятором, метод разделения движений.

DOI: 10.15372/AUT20160213

Введение. Актуальной проблемой управления робототехническими комплексами, промышленными манипуляторами и автономными подвижными системами является разработка методов синтеза многоканальных систем управления, обеспечивающих декомпозицию каналов управления, заданные динамические показатели качества переходных процессов и высокую точность регулирования [1, 2]. Основное направление в развитии методов синтеза высокоточных систем управления состоит в использовании больших коэффициентов усиления в законе обратной связи [3, 4], где структуру регулятора необходимо выбирать таким образом, чтобы можно было снять противоречие между устойчивостью системы и точностью регулирования в условиях неполной информации о внешних возмущениях и объекте управления. В рамках указанного направления в данной работе предлагается методика синтеза следящих систем управления, которая является развитием результатов [5] для случая многоканальных нелинейных динамических систем.

Постановка задачи. Предлагаемый подход к синтезу многоканальных систем управления обсуждается на примере задачи синтеза многоканальной следящей системы управления движением манипулятора, состоящего из p жёстких звеньев [2]:

$$D(q)q^{(2)} + C(q, q^{(1)}) + G(q) = u + w, \tag{1}$$

где $q = [q_1, \ldots, q_p]^T$ — доступный для измерения вектор ориентаций шарнирно соединённых звеньев манипулятора (q_i — угол отклонения i-го узла относительно $(i-1)$-го узла); $D(q)$ — симметричная положительно-определённая матрица инерций; $C(q, q^{(1)})$ — вектор центробежных сил и сил Кориолиса; $G(q)$ — вектор гравитационных сил; $u =$

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 14-08-01004).

$= [u_1, \ldots, u_p]^T$ — вектор обобщённых управляющих воздействий (управляющих моментов); w — вектор обобщённых возмущающих воздействий, недоступный для измерения. Источником возмущающих воздействий w могут быть, например, силы, которые образуются при движении манипулятора в вязкой среде, а также иные внешние силы, возникающие при взаимодействии манипулятора с внешней средой. Предполагается, что возмущающие воздействия w являются неизвестными гладкими функциями, т. е. ограничены по величине вместе со своими производными. В данной работе не рассматривается динамика приводов, формирующих вектор обобщённых управляющих воздействий u.

Полагаем, что вектор $q_d(t) = [q_{d1}(t), \ldots, q_{dp}(t)]^T$ есть заданная гладкая траектория, которая определяет желаемый вид конфигурации манипулятора в текущий момент времени t, соответственно $e(t) = q_d(t) - q(t)$ — ошибка реализации желаемой конфигурации манипулятора в текущий момент времени t. Обсуждаемая задача синтеза состоит в выборе структуры и параметров регулятора для обеспечения слежения за указанной траекторией $q_d(t)$, т. е. для выполнения условия $\lim\limits_{t\to\infty} \|e(t)\| \le \delta$ (δ — произвольная малая положительная величина). Кроме того, необходимо сформировать технически приемлемую величину времени переходных процессов в системе управления.

Замечание 1. Заданная траектория движения $q_d(t)$ в зависимости от назначения манипулятора может формироваться оператором при выполнении работ в опасных условиях и агрессивных средах либо программно, например, в машиностроении при обработке материалов, а также в сборочном производстве. При этом предполагается, что функция $q_d(t)$ наперёд является неизвестной.

Структура алгоритма управления. Обсуждаемая структура системы управления манипулятором представлена на рис. 1. Предлагается использовать централизованный алгоритм управления следующего вида:

$$u = K_0\tilde{u}; \quad \mu^2\tilde{u}^{(2)} + d\mu\tilde{u}^{(1)} = T^{-2}e + aT^{-1}e^{(1)} + e^{(2)}, \tag{2}$$

где K_0 — согласующая матрица ($K_0 \in R^{p\times p}$); $\tilde{u} = [\tilde{u}_1, \ldots, \tilde{u}_p]^T$; $\mu = \mathrm{diag}[\mu_1, \ldots, \mu_p]$, $T = \mathrm{diag}[T_1, \ldots, T_p]$, $a = \mathrm{diag}[a_1, \ldots, a_p]$, $d = \mathrm{diag}[d_1, \ldots, d_p]$ — диагональные матрицы с положительными элементами, методика выбора которых будет приведена в данной работе. В силу диагональной структуры матриц μ, T, a и d многоканальный регулятор (2) состоит из согласующей матрицы K_0 и p отдельных одноканальных регуляторов $\mathrm{C}_1, \mathrm{C}_2, \ldots, \mathrm{C}_p$, как показано на рисунке, т. е.

$$u = K_0\tilde{u}; \quad \mu_i^2\tilde{u}_i^{(2)} + d_i\mu_i\tilde{u}_i^{(1)} = T_i^{-2}e_i + a_iT_i^{-1}e_i^{(1)} + e_i^{(2)}, \quad i = 1, \ldots, p. \tag{3}$$

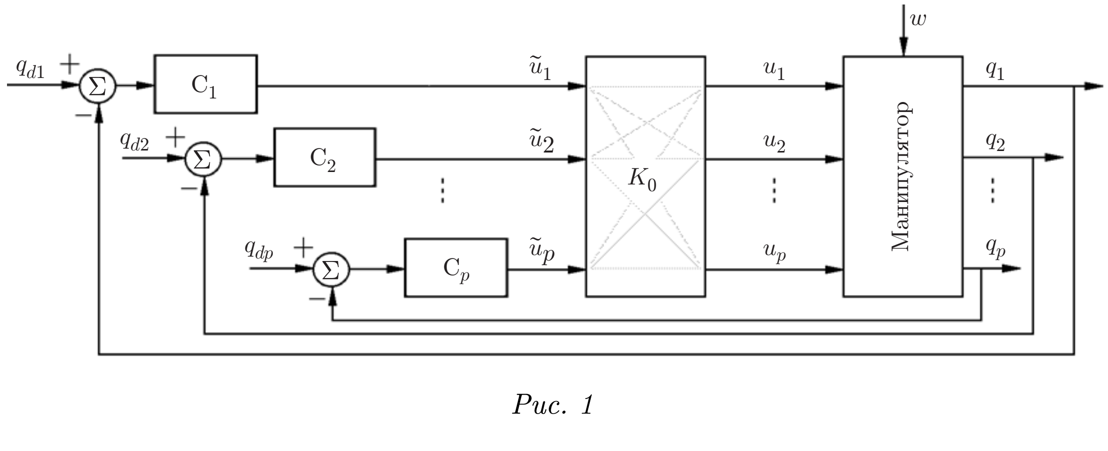

Рис. 1

Привлекая преобразование Лапласа при нулевых начальных условиях, каждый из одноканальных регуляторов в выражении (3) можно представить в виде

$$\tilde{u}_i(s) = \frac{s^2 + a_i T_i^{-1} s + T_i^{-2}}{\mu_i^2 s^2 + d_i \mu_i s}\, e_i(s). \tag{4}$$

З а м е ч а н и е 2. Так как (4) является правильной передаточной функцией, т. е. выполняется без операции идеального дифференцирования, использование алгоритма управления (2) не требует измерения производных $\dot{q}$, $\ddot{q}$, $\dot{q}_d$, $\ddot{q}_d$. При практической реализации регулятора всегда можно перейти от правильной передаточной функции к системе дифференциальных уравнений, представленных в виде управляемой или наблюдаемой канонической формы.

З а м е ч а н и е 3. Особенность регулятора (3) заключается в том, что параметры μ_i для всех $i = 1, \ldots, p$ рассматриваются как малые величины. Это приводит к формированию разнотемповых процессов в замкнутой системе, что позволяет применить метод разделения движений [6–8] при анализе свойств системы управления и в результате получить аналитические соотношения для расчёта параметров регулятора.

Анализ свойств замкнутой системы. Обозначим $\bar{q}_1 = q$, $\bar{q}_2 = q^{(1)}$, $\bar{u}_1 = \tilde{u}$, $\bar{u}_2 = \mu\tilde{u}^{(1)}$, $\bar{q}_{1,\,d} = q_d$, $\bar{q}_{2,\,d} = q_d^{(1)}$, $\bar{q}_{3,\,d} = q_d^{(2)}$ и представим уравнения системы (1) с алгоритмом управления (2) в виде

$$\begin{aligned}
&\bar{q}_1^{(1)} = \bar{q}_2;\\
&\bar{q}_2^{(1)} = D^{-1}(\bar{q}_1)[-C(\bar{q}_1, \bar{q}_2) - G(\bar{q}_1) + K_0\bar{u}_1 + w];\\
&\mu\bar{u}_1^{(1)} = \bar{u}_2;\\
&\mu\bar{u}_2^{(1)} = -d\bar{u}_2 + T^{-2}[\bar{q}_{1,\,d} - \bar{q}_1] + aT^{-1}[\bar{q}_{2,\,d} - \bar{q}_2] + \bar{q}_{3,\,d} - \bar{q}_2^{(1)}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Заменив $\bar{q}_2^{(1)}$ в последнем уравнении системы (5) правой частью второго уравнения, получим

$$\begin{aligned}
&\bar{q}_1^{(1)} = \bar{q}_2;\\
&\bar{q}_2^{(1)} = D^{-1}(\bar{q}_1)[-C(\bar{q}_1, \bar{q}_2) - G(\bar{q}_1) + K_0\bar{u}_1 + w];\\
&\mu\bar{u}_1^{(1)} = \bar{u}_2;\\
&\mu\bar{u}_2^{(1)} = -d\bar{u}_2 - D^{-1}(\bar{q}_1)K_0\bar{u}_1 + \phi(\bar{q}_1, \bar{q}_2, \bar{q}_{1,\,d}, \bar{q}_{2,\,d}, \bar{q}_{3,\,d}, w),
\end{aligned} \tag{6}$$

где

$$\phi(\bar{q}_1, \bar{q}_2, \bar{q}_{1,\,d}, \bar{q}_{2,\,d}, \bar{q}_{3,\,d}, w) =$$

$$= T^{-2}[\bar{q}_{1,\,d} - \bar{q}_1] + aT^{-1}[\bar{q}_{2,\,d} - \bar{q}_2] + \bar{q}_{3,\,d} + D^{-1}(\bar{q}_1)[C(\bar{q}_1, \bar{q}_2) + G(\bar{q}_1) - w]. \tag{7}$$

Рассматривая элементы матрицы μ как малые параметры, получаем систему (6), которая имеет вид стандартной сингулярно-возмущённой системы дифференциальных уравнений [6–8], где при $\mu \to 0$ возникают быстрые и медленные процессы. Привлекая методику выделения уравнений быстрых и медленных движений, после соответствующих преобразований из (6) имеем уравнения подсистемы быстрых движений (ПБД)

$$\begin{aligned} &\mu \bar{u}_1^{(1)} = \bar{u}_2; \\ &\mu \bar{u}_2^{(1)} = -d\bar{u}_2 - D^{-1}(\bar{q}_1)K_0\bar{u}_1 + \phi(\bar{q}_1, \bar{q}_2, \bar{q}_{1,\,d}, \bar{q}_{2,\,d}, \bar{q}_{3,\,d}, w), \end{aligned} \tag{8}$$

где на интервале времени переходных процессов в (8) аргументы функции (7) рассматриваются как постоянные величины, значит элементы матрицы $D^{-1}(\bar{q}_1)$ также являются постоянными. Тогда устойчивость процессов в ПБД (8) определяется корнями характеристического полинома

$$\det \begin{bmatrix} \mu s & -I_p \\ D^{-1}K_0 & \mu s + d \end{bmatrix}. \tag{9}$$

Если принять $K_0 = D(\bar{q}_1)$, тогда происходит декомпозиция подсистем быстрых движений каналов управления и полином (9) будет иметь вид

$$\prod_{i=1}^{p} (\mu_i^2 s^2 + d_i \mu_i s + 1). \tag{10}$$

Выбором параметров d_i обеспечивается желаемая степень демпфирования быстрых процессов, например, полагаем $d_i = 2$ для всех $i = 1, \ldots, p$, а выбором параметров μ_i — желаемое время затухания быстрых процессов. Для равновесного режима ПБД (8), где $\bar{u}_1^{(1)} = 0$ и $\bar{u}_2^{(1)} = 0$, получаем $\bar{u}_1 = \bar{u}_1^s$:

$$\bar{u}_1^s = K_0^{-1} D(\bar{q}_1)\phi(\bar{q}_1, \bar{q}_2, \bar{q}_{1,\,d}, \bar{q}_{2,\,d}, \bar{q}_{3,\,d}, w). \tag{11}$$

При равновесном режиме ПБД уравнения замкнутой системы (6) принимают вид

$$\begin{aligned} &\bar{q}_1^{(1)} = \bar{q}_2; \\ &\bar{q}_2^{(1)} = D^{-1}(\bar{q}_1)[-C(\bar{q}_1, \bar{q}_2) - G(\bar{q}_1) + D(\bar{q}_1)\phi(\bar{q}_1, \bar{q}_2, \bar{q}_{1,\,d}, \bar{q}_{2,\,d}, \bar{q}_{3,\,d}, w) + w]. \end{aligned} \tag{12}$$

Подставляя выражение (7) в (12), получим уравнение подсистемы медленных движений (ПМД)

$$e^{(2)} + aT^{-1}e^{(1)} + T^{-2}e = 0 \tag{13}$$

с характеристическим полиномом вида

$$\prod_{i=1}^{p} (s^2 + a_i T_i^{-1} s + T_i^{-2}). \tag{14}$$

Здесь выбором параметров a_i обеспечивается желаемая степень демпфирования медленных процессов, например, полагаем $a_i = 2$ для всех $i = 1, \ldots, p$, а выбором параметров T_i — желаемое время переходных процессов в ПМД (13), задаваемое корнями полинома (14).

Требуемая степень разделения темпов быстрых и медленных процессов гарантируется выбором параметров μ_i в соответствии с условием $\mu_i = T_i/\eta$, где η — желаемая степень разделения темпов быстрых и медленных процессов в системе (6), например $\eta \geq 10$. В силу известных свойств сингулярно-возмущённых систем дифференциальных уравнений

[6–8] при достаточно малой величине параметров матрицы μ из экспоненциальной устойчивости процессов в ПБД (8) и в ПМД (13) следует устойчивость процессов в системе (6). После затухания устойчивых быстрых процессов в (6) поведение ошибки слежения в замкнутой системе стремится к свойствам переходных процессов в ПМД (13). Тем самым обеспечивается решение поставленной задачи управления.

Замечание 4. Выбор матрицы согласования в соответствии с условием $K_0 = D(\bar{q}_1)$ упрощает анализ устойчивости быстрых процессов, но данный выбор не является строго обязательным для работоспособности системы управления. Важно, чтобы при $K_0 \neq D(\bar{q}_1)$ сохранялись устойчивость быстрых процессов и требуемая степень разделения темпов быстрых и медленных движений. Таким образом, отсутствует необходимость в полной информации о параметрах матрицы $D(\bar{q}_1)$.

Замечание 5. При достаточно высокой степени разделения темпов процессов в ПБД по отношению к темпам процессов в ПМД свойства замкнутой системы задаются корнями характеристических полиномов (9), (14) независимо от вида функций $C(q, q^{(1)})$, $G(q)$ и внешних возмущений w, т. е. для решения поставленной задачи управления не нужна информация о виде функций $C(q, q^{(1)})$, $G(q)$ и внешних возмущениях w.

Замечание 6. Ограничения диапазона формируемых управляющих моментов $u = [u_1, \ldots, u_p]^T$ требуют снижения скорости изменения $q_d(t)$. При этом вопрос анализа реализуемости заданной траектории движения $q_d(t)$ приводит к рассмотрению пределов изменения функции (11), которая является решением обратной задачи динамики.

Пример. Рассмотрим манипулятор, состоящий из двух жёстких звеньев, схема которого представлена на рис. 2. Математическая модель (1) (где $q = [q_1, q_2]^T = [\theta, \varphi]^T$), описывающая движение манипулятора с двумя жёсткими звеньями, имеет вид [9]

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11}(\varphi) & \alpha_{12}(\varphi) \\ \alpha_{21}(\varphi) & \alpha_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\beta(\varphi)(\dot{\theta}^2 + 2\dot{\theta}\dot{\varphi}) \\ \beta(\varphi)\dot{\varphi}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_1(\theta,\varphi)g \\ \gamma_2(\theta,\varphi)g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Здесь использованы обозначения: $\alpha_{11}(\varphi) = (m_1 + m_2)l_1^2 + m_2 l_2^2 + 2m_2 l_1 l_2 \cos\varphi$; $\alpha_{12}(\varphi) = m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos\varphi$; $\alpha_{22} = m_2 l_2^2$; $\gamma_1(\theta, \varphi) = (m_1 + m_2)l_1 \cos\theta + m_2 l_2 \cos(\theta + \varphi)$; $\gamma_2(\theta, \varphi) = m_2 l_2 \cos(\theta + \varphi)$; $\beta(\varphi) = m_2 l_1 l_2 \sin\varphi$; g — гравитационная постоянная.

Моделирование выполнялось при следующих параметрах системы (15): $m_1 = m_2 = 1$ кг, $l_1 = l_2 = 1$ м, $g = 9{,}8$ м/с^2. Были заданы параметры регулятора: $T_1 = T_2 = 0{,}2$ с,

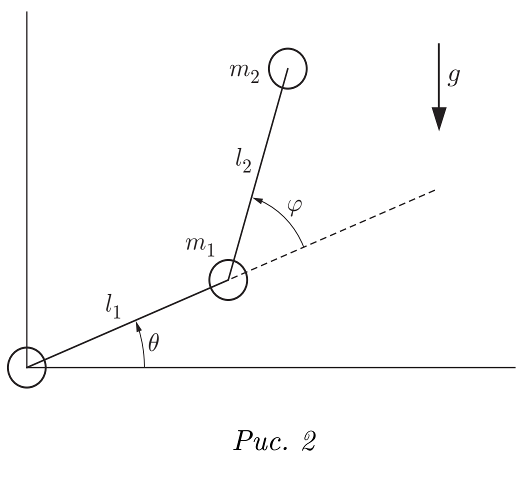

Рис. 2

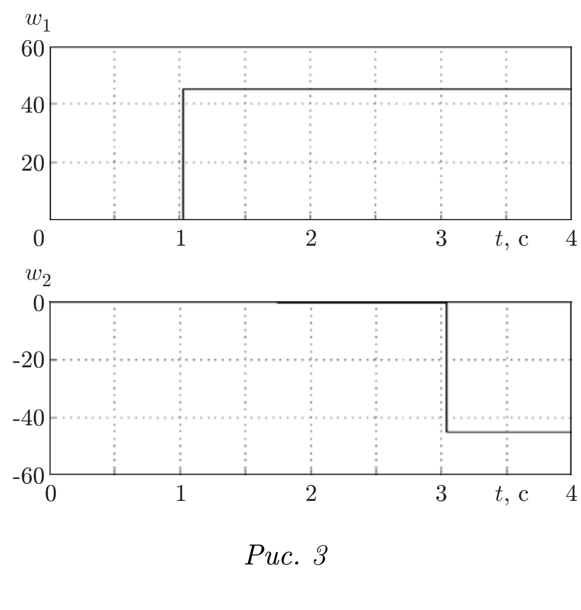

Рис. 3

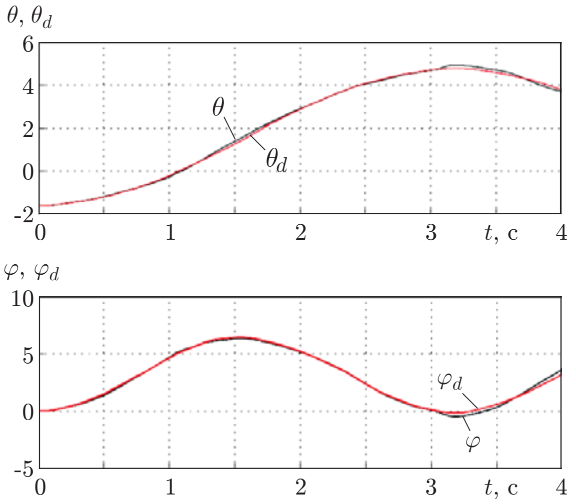

Рис. 4

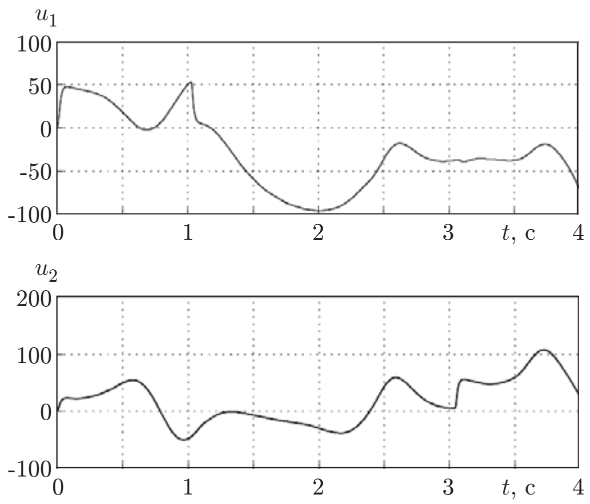

Рис. 5

$\eta = 20$, $\mu_1 = T_1/\eta$, $\mu_2 = T_2/\eta$, $a_1 = a_2 = d_1 = d_2 = 2$,

$$K_0 = \begin{bmatrix} \alpha_{11}(\varphi) & \alpha_{12}(\varphi) \\ \alpha_{21}(\varphi) & \alpha_{22} \end{bmatrix}.$$

Начальное состояние для формулы (15) определено условием $[\theta(0), \dot{\theta}(0), \varphi(0), \dot{\varphi}(0)]^T = [-\pi/2, 0, 0, 0]^T$, что соответствует свободно висящим звеньям манипулятора (см. рис. 2). Желаемый вид для изменения углов θ и φ запишем в виде функций $\theta_d(t) = 0{,}5\pi + \pi\sin(t - 0{,}5\pi)$, $\varphi_d(t) = \pi + \pi\sin(2t - 0{,}5\pi)$. Внешние возмущающие воздействия заданы функциями ступенчатого вида $w_1(t) = 45 \cdot 1(t-1)$, $w_2(t) = -45 \cdot 1(t-3)$, как показано на рис. 3. Графики результатов моделирования системы (15) с алгоритмом управления (3) при $\eta = 20$ изображены на рис. 4–6, где $e_1 = \theta_d - \theta$, $e_2 = \varphi_d - \varphi$.

На рис. 7 представлены графики ошибок слежения $e_1(t)$ и $e_2(t)$ для разных значений параметров μ_i, полученных при $\eta = 20, 40$ и 80. С увеличением степени разделения темпов быстрых и медленных процессов (т. е. при уменьшении параметров μ_i) происходит

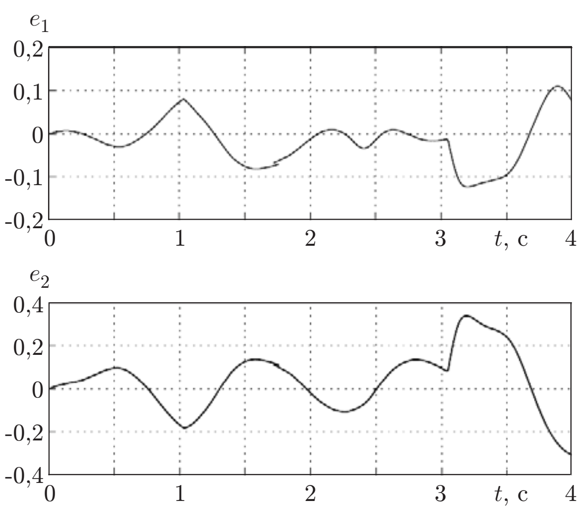

Рис. 6

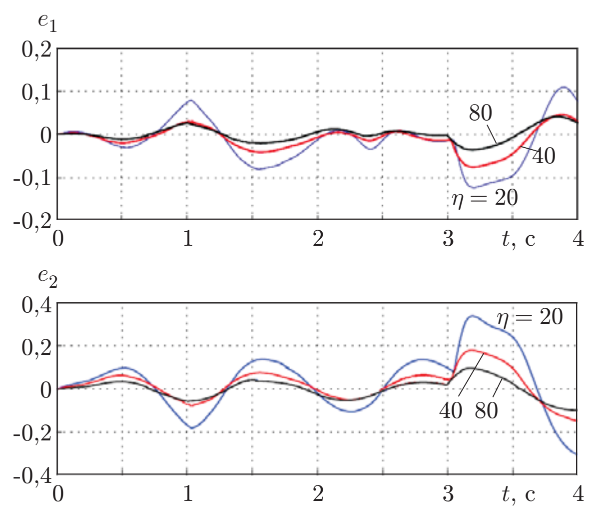

Рис. 7

равномерное на всём интервале моделирования уменьшение ошибок слежения в каналах управления.

Заключение. Структура регулятора в виде динамической системы (2) позволяет снять противоречие между требованиями устойчивости системы управления и одновременно высокой точности слежения, а также обеспечивает решение задачи слежения в условиях неполной информации о параметрах модели объекта управления и внешних возмущающих воздействиях. Данный алгоритм управления является аналогом рассмотренного в работе [10, с. 71, выражение (3.12)], где было показано, что линейная одноканальная система с этим алгоритмом управления имеет величину скоростной ошибки, пропорциональную малому параметру регулятора μ.

Степень разделения темпов быстрых и медленных процессов в практических приложениях ограничена наличием малых неучтённых инерционностей приводов, конечной жёсткостью звеньев манипулятора и помехами измерительных элементов. Необходимо также отметить, что запись одноканальных регуляторов в форме (4) позволяет явно раскрыть взаимосвязь параметров i-го регулятора с показателями качества быстрых и медленных процессов в i-м канале управления для замкнутой системы. Очевидно, что регулятор (4) может быть представлен в виде

$$\tilde{u}_i(s) = \Big[k_i^p + \frac{k_i^I}{s} + \frac{k_i^D s}{\tau_i s + 1}\Big] e_i(s), \tag{16}$$

где

$$k_i^p = \frac{a_i d_i T_i - \mu_i}{\mu_i d_i^2 T_i^2}; \quad k_i^I = \frac{1}{\mu_i d_i T_i^2}; \quad k_i^D = \frac{\mu_i^2 + d_i^2 T_i^2 - a_i d_i \mu_i T_i}{\mu_i d_i^3 T_i^2}; \quad \tau_i = \frac{\mu_i}{d_i}.$$

Однако при записи регулятора (4) в виде (16) теряется ясность во взаимосвязи параметров k_i^p, k_i^I, k_i^D, τ_i используемого ПИД-регулятора с показателями качества переходных процессов в замкнутой системе.

При формировании управляющих моментов с помощью двигателей постоянного тока с широтно-импульсным преобразователем в якорной цепи может применяться каскадный принцип построения системы управления. Тогда во внутреннем контуре осуществляется управление моментом (фактически управление током якоря), а во внешнем — решается задача формирования желаемой траектории движения манипулятора $q_d(t)$. Метод разделения движений также может быть использован при синтезе регулятора для внутреннего контура [11].

Представленный в данной работе подход к синтезу многоканальных следящих систем управления может найти применение в задачах управления многомерными нелинейными динамическими объектами [12–14].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Юревич Е. И.** Основы робототехники. С.-Пб.: БХВ-Петербург, 2010. 368 с.
2. **Spong M. W., Vidyasagar M.** Robot Dynamics and Control. N. Y.: John Wiley & Sons, 1989. 352 p.
3. **Мееров М. В.** Системы многосвязного регулирования. М.: Наука, 1965. 384 с.
4. **Крутько П. Д.** Декомпозирующие алгоритмы робастно устойчивых нелинейных многосвязных управляемых систем // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2005. № 1. С. 28–45.
5. **Юркевич В. Д.** Расчёт и настройка регуляторов для нелинейных систем с разнотемповыми процессами // Автометрия. 2012. **48**, № 5. С. 24–31.

6. **Тихонов А. Н.** Системы дифференциальных уравнений, содержащие малые параметры при производных // Математический сборник. 1952. **31**, № 3. С. 575–586.
7. **Красовский Н. Н.** Об устойчивости решений системы двух дифференциальных уравнений // Прикладная математика и механика. 1953. **17**, вып. 6. С. 651–672.
8. **Zhang Y., Naidu D. S., Cai C., Zou Y.** Singular perturbations and time scales in control theory and applications: An overview 2002–2012 // Intern. Journ. Inform. Syst. Sci. 2014. **9**. P. 1–36.
9. **Young K.-K. D.** Controller design for a manipulator using theory of variable structure systems // IEEE Trans. Syst., Man and Cybern. 1978. **SMC-8**, N 2. P. 101–109.
10. **Юркевич В. Д.** Синтез нелинейных нестационарных систем управления с разнотемповыми процессами. С.-Пб.: Наука, 2000. 287 с.
11. **Степанов Н. А., Юркевич В. Д.** Синтез системы стабилизации скорости вращения двигателя постоянного тока с ШИМ в канале управления на основе метода разделения движения // ДАН ВШ РФ. 2014. № 2–3 (23–24). С. 111–124.
12. **Золотухин Ю. Н., Нестеров А. А.** Управление перевёрнутым маятником с учётом диссипации энергии // Автометрия. 2010. **46**, № 5. С. 3–10.
13. **Колесникова С. И.** Нелинейный регулятор с компенсацией возмущений // Автометрия. 2015. **51**, № 4. С. 104–113.
14. **Лебедев А. В., Филаретов В. Ф.** Самонастраивающаяся система с эталонной моделью для управления движением подводного аппарата // Автометрия. 2015. **51**, № 5. С. 42–52.

Поступила в редакцию 31 июля 2015 г.