УДК 684.511

АДАПТИВНО-ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СЛЕДЯЩАЯ СИСТЕМА ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО ОБЪЕКТА, АФФИННОГО ПО УПРАВЛЕНИЮ

Е. Л. Еремин[1], Е. А. Шеленок[2]

[1] *Амурский государственный университет,*
675000, г. Благовещенск, Игнатьевское шоссе, 21
[2] *Тихоокеанский государственный университет,*
680035, г. Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136
E-mail: ereminel@mail.ru
cidshell@mail.ru

Рассматривается задача построения системы комбинированного адаптивного управления периодическими режимами аффинного по управлению априорно неопределённого нелинейного динамического объекта. На этапе имитационного моделирования иллюстрируется качество работы полученной системы управления.

Ключевые слова: адаптивное управление, комбинированный алгоритм, генератор периодических сигналов, стационарный наблюдатель, критерий гиперустойчивости.

Введение. В настоящее время исследователи и разработчики систем автоматического управления уделяют особое внимание вопросам проектирования следящих систем для объектов периодического действия — периодических систем управления (ПСУ). Основным признаком ПСУ является наличие в контуре управления блока генератора периодических сигналов, обеспечивающего адаптацию к задающим и возмущающим воздействиям циклического характера. В ряде работ, затрагивающих вопросы построения ПСУ, решаются задачи проектирования контуров периодического управления для линейных объектов [1, 2] либо для нелинейных объектов с полностью измеримым вектором состояния [3, 4]. Необходимо отметить, что математическое описание большинства реальных технических объектов периодического действия с учётом их конструктивных особенностей содержит нелинейные параметры, которые необходимо учитывать при разработке алгоритмов управления. Кроме того, зачастую непосредственному измерению доступны не внутренние состояния объекта, а его выходной сигнал, что также усложняет проектирование управляющих систем.

Рассматривая работы [5–16], можно выделить класс нелинейных аффинных объектов, функционирующих в периодических режимах. К таким объектам, в частности, относятся электромагнитные подвесы [5–7, 10, 11], используемые при создании электромагнитных подушек высокоскоростных поездов, обратные маятники, применяемые в системах балансировки при создании гироскопов и в других областях [8]. В большинстве случаев разработка систем управления аффинными объектами осуществлялась с помощью функций Ляпунова [5–7, 10–12], а также методов нейронечёткого управления [8, 9]. Данные методы не всегда оказываются эффективными, поскольку отсутствуют общие подходы к нахождению решений для нелинейных априорно неопределённых систем. В работах [13–16] с помощью критерия гиперустойчивости В. М. Попова синтезированы робастные алгоритмы аффинных систем управления априорно неопределёнными нелинейными объектами с использованием фильтра-корректора.

Таким образом, разработка эффективных и универсальных алгоритмов ПСУ нелинейными аффинными априорно неопределёнными динамическими объектами с недоступным непосредственному измерению вектором состояния является актуальной и востребованной задачей.

В данной работе с помощью критерия гиперустойчивости строится комбинированная адаптивная ПСУ нелинейным априорно неопределённым динамическим объектом, аффинным по управлению, с относительным порядком больше единицы.

Исходное описание системы и постановка задачи. Рассматривается нелинейный априорно неопределённый объект, динамические свойства которого описываются соотношениями

$$dx(t)/dt = A(x,t,\xi)x(t) + b(x,t,\xi)u(t) + f(t,\xi), \quad y(t) = x_1(t), \;\; x(0) = x_0. \tag{1}$$

Здесь $A(x,t,\xi) = A(\xi) + b_0\alpha^T(x,t,\xi)$ — нелинейная матрица размера $(n \times n)$; $A(\xi) = A_0 + b_0\chi_0^T(\xi)$ — некоторая матрица в форме Фробениуса соответствующего размера; A_0 — гурвицева матрица; $b_0 = [0,\ldots,0,\ 1]^T$ — стационарный вектор порядка n; $\alpha(x,t,\xi)$ — нелинейная ограниченная по величине вектор-функция вида

$$\begin{gathered}\alpha^T(x,t,\xi) = [\alpha_1(x,t,\xi), \alpha_2(x,t,\xi),\ldots,\alpha_n(x,t,\xi)],\\ |\alpha_i(x,t,\xi)| \le \alpha_{0i}, \quad \alpha_{0i} = \mathrm{const} > 0; \quad i = 1,2,\ldots,n;\end{gathered} \tag{2}$$

$\chi_0^T(\xi)$ — некоторый стационарный вектор; $b(x,t,\xi) = b_0(1+\beta(x,t,\xi))$ — нелинейная вектор-функция; $\beta(x,t,\xi)$ — ограниченная нелинейная функция $0 < \beta(x,t,\xi) \le \beta_0$ ($\beta_0 = \mathrm{const} > 0$); $f(t,\xi) = [0,\ldots,0,f_n(t,\xi)]^T$ — вектор постоянно действующих внешних периодических возмущений с элементом, ограниченным по величине

$$|f_n(t,\xi)| = |f_n(t+T,\xi)| \le f_0 = \mathrm{const} > 0; \tag{3}$$

$T = \mathrm{const} > 0$ — период изменения функции; ξ — набор неизвестных параметров, удовлетворяющих гипотезе квазистационарности и принадлежащих известному конечному множеству Ξ.

Поскольку у рассматриваемого объекта управления непосредственному измерению доступна только выходная координата, для построения работоспособного контура управления подключим к его выходу наблюдатель состояния полного порядка с динамикой

$$\begin{gathered}dx_n(t)/dt = A_M x_n(t) + b_0 u(t) + N(y(t) - y_n(t)),\\ y_n(t) = x_{1,n}(t); \quad v_n(t) = \bar{g}^T x_n(t),\end{gathered} \tag{4}$$

где $x_n(t) \in R^n$ — оценки внутренних состояний объекта управления (переменные состояния наблюдателя); N — вектор постоянных параметров, обеспечивающий заданную точность оценки параметров системы [13]; $y_n(t) \in R$ — скалярный выход наблюдателя; $v_n(t) \in R$ — обобщённый выход наблюдателя; $\bar{g}^T = [\bar{g}_1, \bar{g}_2, \ldots, \bar{g}_n]$ — вектор, формирующий значение обобщённого выхода наблюдателя, рассчитываемый из условия $\bar{g} = gK^{-1}$;

$g^T = [g_1, g_2, \ldots, g_n]$ — вектор с положительными коэффициентами, формирующий скалярный выход эталонной модели, определяющей желаемую динамику переходных процессов объекта управления (2), (3):

$$dx_M(t)/dt = A_M x_M(t) + b_M r(t), \tag{5}$$

$$y_{M1}(t) = g^T x_M(t); \tag{6}$$

$x_M(t) \in R^n$ — эталонные переменные состояния; $b_M = b_0$ — вектор порядка n; $A_M = A_0$ — матрица с отрицательными собственными числами; $r(t) = r(t+T) \in R$ — командный сигнал (задающее воздействие) циклического характера; $y_{M1}(t)$ — скалярный выход эталона; K — коэффициент согласования выходов эталона (5), (6) и наблюдателя (4):

$$K = \lim_{s \to 0} g^T (sE - A_*)^{-1} N = -g^T A_*^{-1} N, \quad A_* = A_M - NL^T, \;\; L^T = [1, 0, \ldots, 0];$$

s — комплексная переменная; E — единичная матрица соответствующего размера.

Отметим два важных обстоятельства. Во-первых, при задании числовых значений матрицы A_M и соответствующем подборе коэффициентов вектора g [13] можно упростить техническую реализацию эталона (5), (6), поскольку его динамика выражается соотношением

$$y_{M1}(s) = [a_0/(s + a_0)] r(s), \quad a_0 = \text{const} > 0, \tag{7}$$

где $r(s), y_{M1}(s)$ — изображения по Лапласу входного и выходного сигналов.

Во-вторых, эталонное движение объекта будет описываться отличающейся от (7) эталонной моделью [15, 16], которая определяется неявно путём расчёта параметров контура наблюдения и принимает вид

$$y_{M2}(s) = \frac{a_0 K g_1}{(s + a_0) K (g_n s^{n-1} + g_{n-1} s^{n-2} + \ldots + g_2 s + g_1)} \, r(s) =$$

$$= \frac{a_0 \bar{g}_1}{(s + a_0)(\bar{g}_n s^{n-1} + \bar{g}_{n-1} s^{n-2} + \ldots + \bar{g}_2 s + \bar{g}_1)} \, r(s). \tag{8}$$

Структуру контура управления зададим комбинированным способом в виде

$$u(t) = k\theta(t) - \chi^T(t) x_n(t), \quad \theta(t) = \theta(t - T) + z(t); \quad \theta(s) = 0, \;\; s \in [-T; 0], \tag{9}$$

где $k = \text{const} > 0$; $\chi(t) = \chi_1(t) + \chi_2(t)$ — настраиваемый коэффициент регулятора; $\chi_1(t)$, $\chi_2(t)$ — интегральная и периодическая части коэффициента настройки соответственно; $\theta(t)$ — выход генератора периодических сигналов; $z(t)$ — сигнал рассогласования выходов эталона (5), (6) и наблюдателя (4). Отметим, что использование контура наблюдения позволяет построить для рассматриваемого объекта управления замкнутую систему, регулятор которой будет содержать оценки переменных состояния объекта.

Постановка задачи. Для нелинейного объекта (1)–(3) с помощью эталонной модели и дополнительного контура наблюдения требуется определить адаптивный алгоритм настройки параметра $\chi(t)$ регулятора (9), который обеспечивал бы при любых начальных условиях $x(0)$, любых ограниченных внешних возмущениях (3) и любом уровне априорной неопределённости $\xi \in \Xi$ выполнение целевых условий:

$$\lim_{t\to\infty} |y_{M1}(t) - y(t)| \le \vartheta_0, \quad \vartheta_0 = \text{const} > 0;$$
$$\lim_{t\to\infty} \|\chi_1(t)\| \le \Delta_{01}, \quad \Delta_{01} = \text{const} > 0; \tag{10}$$
$$\lim_{t\to\infty} \chi_{2,i}(t) = \chi^*_{2,i}(t+T), \quad i = 1, 2, \ldots, n.$$

Метод решения и алгоритмы контура управления. Воспользуемся критерием гиперустойчивости при разработке управляющего контура для рассматриваемой комбинированной адаптивной системы. Уравнение рассогласования векторов состояния эталонной модели $x_M(t)$ и объекта управления $x(t)$, соответствующее эквивалентному математическому описанию синтезируемой системы, с учётом выражений (1)–(6) примет вид

$$\frac{de(t)}{dt} = A_0 e(t) + b_0 \mu(t), \quad z(t) = g^T e(t),$$
$$\mu(t) = (1+\beta(x))\{-k[\theta(t) - \tilde\theta(t,x)] + [\chi_1(t) - \chi_0]^T x(t) + [\chi_2(t) - \tilde\alpha(x)]^T x(t)\}, \tag{11}$$
$$\tilde\theta(t) = \frac{r(t) + f_n(t)}{k(1+\beta(x))}, \quad \tilde\alpha(x) = \frac{\alpha(x) - \chi_0\beta(x)}{1+\beta(x)},$$

где $e(t) = x_M(t) - x(t) \in R^n$ — вектор рассогласования; $\mu(t) \in R$ — сигнал видоизменённого управления; $z(t)$ — выход эквивалентной системы (ошибка регулирования по основному контуру системы); $\tilde\theta(t,x)$, $\tilde\alpha(x)$ — скалярная и векторная нелинейно-периодические функции.

Опираясь на результаты работ [3, 4], можно показать, что за счёт синтеза интегральной и периодической настройки регулятора (9) в виде

$$\frac{d\chi_{1,i}(t)}{dt} = \begin{cases} -\delta_{1,i} x_{n,i}(t) z(t), & \forall\, z(t) > \varphi, \\ 0, & \forall\, z(t) < \varphi; \end{cases} \qquad \chi_{2,i}(t) = \chi_{2,i}(t-T) - \delta_{2,i} x_{n,i}(t) z(t), \tag{12}$$

где $\delta_{1,i} = \text{const} > 0$; $\delta_{2,i} = \text{const} > 0$; $\varphi = \text{const} > 0$; $i = 1, 2, \ldots, n$, для эквивалентной системы (11), а следовательно, и для исходной системы (1)–(7), (9), которая будет гиперустойчивой в заданном классе $\xi \in \Xi$, выполняются целевые условия функционирования (10).

Пример работы системы. В качестве примера работы предложенных алгоритмов управления рассмотрим управление движением нелинейного объекта в условиях неопределённости, динамику которого опишем аналогично [8] с помощью уравнений

$$dx_1(t)/dt = x_2(t),$$
$$dx_2(t)/dt = \rho(x) + b(x)u(t) + f(t),$$
$$y(t) = x_1(t),$$

где

$$\rho(x) = \frac{g\sin(x_1) - \frac{mlx_2^2\cos(x_1)\cdot\sin(x_1)}{M+m}}{l\left(\frac{4}{3} - \frac{m\cos^2(x_1)}{M+m}\right)}; \quad b(x) = \frac{\frac{\cos(x_1)}{M+m}}{l\left(\frac{4}{3} - \frac{m\cos^2(x_1)}{M+m}\right)};$$

$$f(t) = 0{,}1\sin(0{,}5t); \quad g = 9{,}81; \quad M = 1; \quad l = 0{,}5; \quad 0{,}1 \le m \le 5{,}2.$$

Задающее воздействие — кусочно-синусоидальный сигнал с переключаемой амплитудой

$$r(t) = \begin{cases} \pi/15\sin(t), & t \in [0;\ 25{,}12), \\ \pi/30\sin(t), & t \in [50;\ 75{,}12), \\ 0, & t \in [25{,}12;\ 50) \cup [75{,}12;\ 100]. \end{cases}$$

Априорно неопределённый параметр m, меняющий вид нелинейных функций $\rho(x)$ и $b(x)$, примем со значениями: 0,1 при $t \in [0;\ 15)$; 1,6 при $t \in [15;\ 35)$; 3,2 при $t \in [35;\ 60)$; 2,5 при $t \in [60;\ 100)$. Зададим параметр эталона (7) со значением $a_0 = 12$ и рассчитаем параметры контура наблюдения (4), в соответствии с которыми эталон (8) запишем в виде

$$y_{M2}(s) = \frac{12 \cdot 1{,}002}{(s+12)(0{,}0835s + 1{,}002)}\, r(s).$$

В ходе имитационного моделирования значения числовых параметров комбинированного регулятора (11), (14), (15) были подобраны из соображений увеличения быстродействия контура адаптации со следующими значениями: $k = 15000$; $\delta_{1,1} = 2000$; $\delta_{1,2} = 2000$; $\delta_{2,1} = 10000$; $\delta_{2,2} = 10000$; $T = 2{,}2$; $\varphi = 0{,}0001$.

Вычислительный эксперимент проводился при начальных условиях $x(0) = (-0{,}2; 0)$, переключении амплитуды командного сигнала и изменении нелинейностей $\rho(x)$, $b(x)$. Его результаты показывают (рис. 1–3), что с помощью предлагаемого контура (9), (12) в системе управления обеспечивается достаточно хорошее качество слежения за эталонным воздействием: ошибка регулирования при эталонной амплитуде $\pi/15$ в установившемся

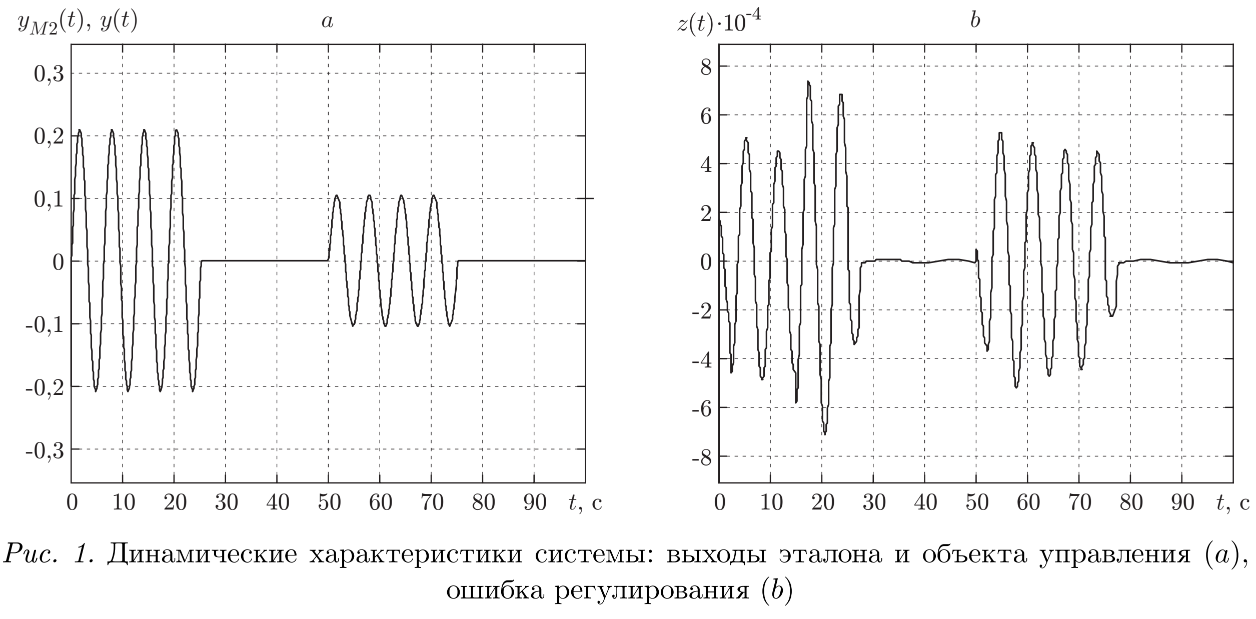

Рис. 1. Динамические характеристики системы: выходы эталона и объекта управления (a), ошибка регулирования (b)

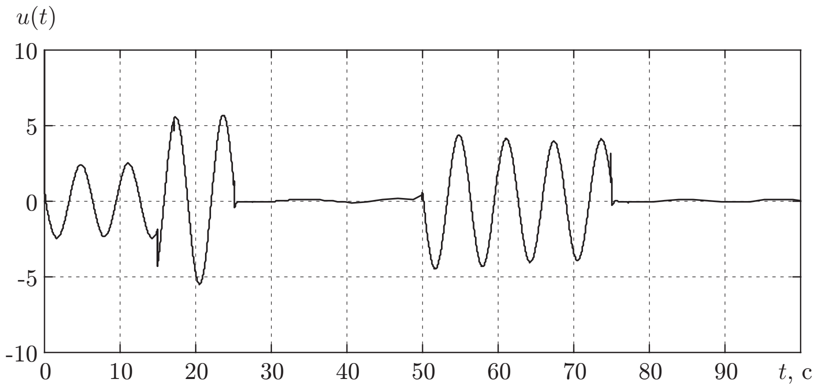

Рис. 2. Сигнал управления

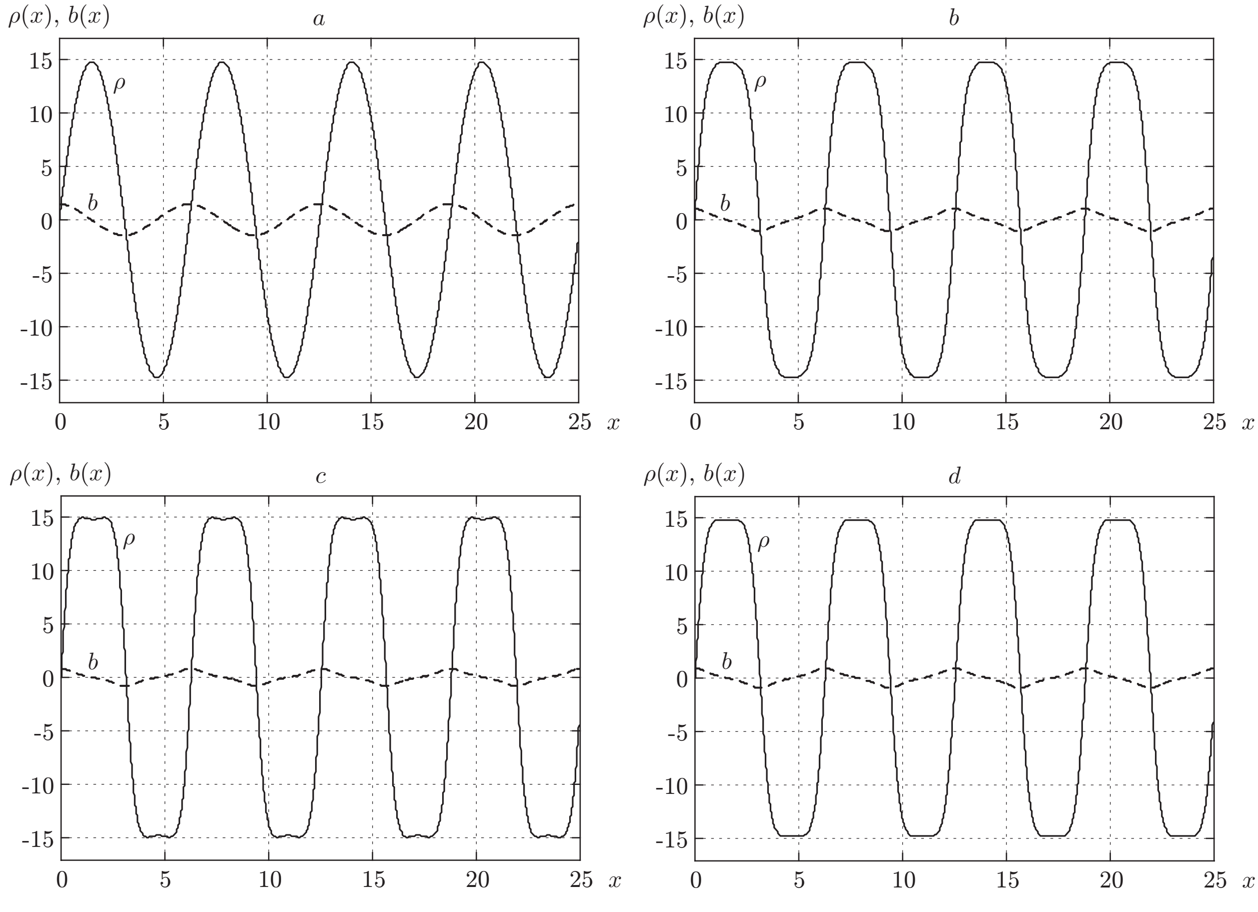

Рис. 3. Вид функций $\rho(x)$ и $b(x)$: при $m = 0{,}1$ (*a*), $m = 1{,}6$ (*b*), $m = 3{,}2$ (*c*), $m = 2{,}5$ (*d*)

режиме не превышает 0,4 %, при амплитуде $\pi/30$ ошибка составляет 0,5 % (см. рис. 1); в режиме управляемого равновесия рассогласование практически нулевое. При этом сигнал управления (см. рис. 2) имеет незначительные пики, обусловленные как переключением нелинейностей (15 с) (см. рис. 3), так и изменением амплитуды требуемого перемещения объекта (25,12 с; 50 с; 75,12 с).

Заключение. Решена задача построения комбинированной адаптивной системы управления по выходу нелинейным аффинным по управлению динамическим объектом в периодических режимах, которая работоспособна при скачкообразных изменениях внутренних нелинейных параметров и амплитуды задающего сигнала. Предложена структура регулятора, обеспечивающего эталонное движение объекта, заданное как с помощью неявного (выбор значений параметров числителя передаточной функции наблюдателя), так и явного эталона (формирование динамики основного контура управления).

Полученные результаты могут быть использованы при управлении аффинными объектами с относительной степенью больше единицы и при наличии запаздываний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Lu W., Zhou K., Wang D.** General parallel structure digital repetitive control // Intern. Journ. Control. 2013. **86**, N 1. P. 70–83.
2. **Tan C., Tao G., Qi R.** A discrete-time parameter estimation based adaptive actuator failure compensation control scheme // Intern. Journ. Control. 2013. **86**, N 2. P. 70–83.
3. **Еремин Е. Л., Капитонова М. С.** Адаптивная система управления T-периодическими нелинейными объектами // Проблемы управления. 2007. № 1. С. 2–7.
4. **Еремин Е. Л., Теличенко Д. А., Шеленок Е. А.** Комбинированные алгоритмы системы робастно-периодического управления нелинейным объектом с запаздыванием // Информатика и системы управления. 2009. № 3(21). С. 125–135.
5. **Satoh Y., Nakamura H., Katayama H., Nishitani H.** Robust nonlinear adaptive control for the magnetic levitation system // Proc. of the 15th Mediterranean Conference on Control & Automation. Athens, Greece, July 27–29, 2007. 6 p.
6. **Zhang L., Zhang Z., Long Z., Hao A.** Sliding mode control with auto-tuning law for maglev system // Engineering. 2010. **2**, N 2. P. 107–112.
7. **Moghaddam E. T., Ganji J.** Sliding mode control of magnetic levitation system using hybrid extended Kalman filter // Energy Sci. and Technol. 2011. **2**, N 2. P. 35–42.
8. **Bahita M., Belarbi K.** Neural feedback linearization adaptive control for affine nonlinear systems based on neural network estimator // Serbian Journ. Electr. Eng. 2011. **8**, N 3. P. 307–323.
9. **Chiang C.-C.** Robust adaptive fuzzy control of uncertain nonlinear systems with unknown dead-zone // Amer. Journ. Intelligent Systems. 2012. N 2(7). P. 191–199.
10. **Alipour H., Sharifan M. B. B., Afsharirad H.** A PID sliding mode control for ropeless elevator maglev guiding system // Energy and Power Eng. 2012. N 4. P. 158–164.
11. **Ramirez-Neria M., Gonzales-Sierra J., Garcia-Antonio J. L. et al.** On the sliding mode control of magnetic levitation system case: Thomson's jumping ring // Proc. of the Intern. Conf. on Control, Dynamic Systems, and Robotics. Ottawa, Canada, May 15–16, 2014. Paper N 105.
12. **Meena N., Sharma B. B.** Backstepping algorithm with sliding mode control for input-affine nonlinear systems // Proc. of the 2nd Intern. Conf. on Emerging Trends in Engineering and Technology (ICETET'2014). London, UK, May 30–31, 2014. P. 125–130.
13. **Чепак Л. В.** Робастное управление аффинной системой по выходной переменной // Информатика и системы управления. 2013. № 4(38). С. 139–148.
14. **Еремин Е. Л., Чепак Л. В.** Робастное управление нелинейной системой с фильтр-корректором // Информатика и системы управления. 2014. № 1(39). С. 115–126.
15. **Еремин Е. Л., Чепак Л. В.** Робастная система управления с фильтр-корректором для объекта с запаздыванием // Информатика и системы управления. 2014. № 2(40). С. 138–146.
16. **Еремин Е. Л., Чепак Л. В.** Робастная система управления аффинным объектом в схеме с двумя эталонными моделями // Информатика и системы управления. 2014. № 3(41). С. 121–129.

Поступила в редакцию 3 декабря 2014 г.