

УДК 62-529; 004-021; 004.896

## НЕЛИНЕЙНЫЙ РЕГУЛЯТОР С КОМПЕНСАЦИЕЙ ВОЗМУЩЕНИЙ\*

С. И. Колесникова

*Томский государственный университет,  
634050, г. Томск, просп. Ленина, 36  
E-mail: skolesnikova@yandex.ru*

Рассматривается задача обобщения метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов на случай управления плохо формализуемым объектом на многообразиях в условиях неопределённости. Дается сравнительный обзор условий применимости двух методов управления на многообразиях и иллюстрируется свойство робастности данных методов. Приводится алгоритм синтеза системы управления многомерным нелинейным объектом в условиях неполной информации о правых частях описания, основанного на принципах синергетической теории управления. Получены результаты численного моделирования работы построенного регулятора в нерасчётных условиях (при аддитивных случайных помехах).

*Ключевые слова:* многомерный нелинейный объект, целевое многообразие, скользящее управление, адаптация на многообразиях, возмущения с неизвестным описанием.

**Введение.** Одно из ранних успешных применений формализма инвариантов для построения системы управления показано в работе [1], где впервые поставлена задача синтеза регулятора «с полной компенсацией». В методах нелинейной адаптации на многообразиях используются принципы направленной самоорганизации и декомпозиции нелинейных динамических систем [2–10]. На основе этих методов возможен аналитический синтез системы управления многомерными нелинейными объектами (в том числе и хаотическими [3]), учитывающий физические особенности управляемого объекта [2] через инварианты, образующие целевые многообразия (желаемые аттракторы).

В данной работе решается задача обобщения метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) [3] на случай управления сложным объектом с плохо формализуемой правой частью его описания.

**Постановка задачи.** Рассматривается класс нелинейных объектов с описанием:

$$\begin{aligned} \dot{x}_j(t) &= f_j(x_1, \dots, x_n; \theta) + \nu_j(t) + u_j, & j = \overline{1, m}; \\ \dot{x}_j(t) &= f_j(x_1, \dots, x_n; \theta), & j = \overline{m+1, n}; \\ y_j(t) &= x_j(t), & j = \overline{1, n}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $(x_1(t), \dots, x_n(t))$  — вектор состояний;  $\theta \in R^k$ ,  $k \leq n$ , — вектор постоянных параметров;  $(\nu_1(t), \dots, \nu_m(t))$  — вектор неизвестных возмущающих воздействий;  $(u_1(t), \dots, u_m(t))$ ,  $m < n$ , — вектор управлений;  $(f_1, \dots, f_m, f_{m+1}, \dots, f_n)$  — непрерывные нелинейные функции;  $y \in R^n$  — вектор выходных переменных (измерений).

Задача будет заключаться в синтезе динамического регулятора:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= R(y, z); \\ u &= u(y, z), \end{aligned} \quad (2)$$

\*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 13-08-01015).

обеспечивающего асимптотическую устойчивость системы управления в целом. Здесь  $z$  — вектор состояния.

Алгоритм синтеза управления на многообразиях предполагает выполнение следующих условий:

- 1) существует асимптотически устойчивая (в целом) целевая система, удовлетворяющая заданным технологическим требованиям;
- 2) все решения исходной системы ограниченные;
- 3) исходная модель состояния объекта стабилизируемая;
- 4) существует целевое аттрактивное многообразие по отношению к исходной системе уравнений объекта с описанием

$$\psi(x) = 0, \quad (3)$$

где  $\psi(x) = (\psi_1(x), \dots, \psi_m(x))$  — некоторая заданная непрерывная дифференцируемая векторная функция, отвечающая требуемым физическим свойствам целевого состояния [2], называемая целевой макропеременной;

- 5) функционал качества синтезируемой системы управления имеет вид

$$\Phi = \int_0^{\infty} \sum_{l=1}^m [\phi_l^2(\psi_l) + \omega_l^2 \dot{\psi}_l^2(t)] dt, \quad (4)$$

где функции  $\phi_l(\psi_l)$ ,  $l = \overline{1, m}$ , однозначные, непрерывные, дифференцируемые для всех  $\psi_l$ ;  $\phi_l(0) = 0$ ;  $\phi_l(\psi_l)\psi_l > 0$ ,  $\forall \psi_l \neq 0$ ; весовые коэффициенты  $\omega_l$  являются параметрами настройки регулятора и пропорциональны длительности движения изображающей точки до аттрактора  $\psi(x) = 0$ .

В указанных предположениях постановка задачи (1), (2) трансформируется в следующую: требуется осуществить управление в пространстве состояний объекта, переводящее объект из заданного начального состояния  $x_0$  в окрестность целевого многообразия  $\psi(x) = 0$  и доставляющее минимум функционалу качества вида (4) с учётом  $m$ -мерности управляющего воздействия.

**Решение задачи.** Теоретическое обоснование обобщения метода АКАР на случай управления сложным объектом с плохо формализуемой правой частью его описания будет опираться на известные результаты, изложенные в [3, 5, 6]. Представим методы управления на многообразиях в виде алгоритмов, предлагаемых для системы второго порядка:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x); \\ \dot{x}_2 &= f_2(x) + \nu(t) + u, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $f_1$  — известная функция;  $f_2, \nu$  — нелинейные функции, интерпретируемые как неопределённость в описании (если  $f_2$  неизвестна) и возмущение соответственно.

**Алгоритм I. Управление в скользящем режиме на многообразиях.** Введём обозначение  $\tilde{f}_2(x, t) = f_2(x) + \nu(t)$ , при этом предполагается, что  $\tilde{f}_2$  — неизвестная функция. Алгоритм представлен для задачи построения закона управления с обратной связью по состоянию и для обеспечения стабилизации объекта в начале координат. Механизмы достижения многообразия и удерживания траекторий в его окрестности заключаются в следующих положениях.

1. Предполагается справедливость условия  $|c_1 f_1 + \tilde{f}_2| \leq \lambda(x)$ ,  $\forall x \in R^2$ , где  $\lambda(x)$  — известная функция-мажоранта,  $c_1 > 0$  — некоторая постоянная.

2. Задаётся целевое многообразие  $\psi(x) = c_1x_1 + x_2 = 0$ .
3. Используется функция Ляпунова в виде  $V(t) = 0,5\psi^2$ . Закон управления

$$u(x) = -\beta(x)\text{sign}(\psi(x)), \quad \beta(x) \geq \lambda(x) + \beta_0, \quad \beta_0 > 0$$

гарантирует выполнение условия отрицательности производной

$$\dot{V}(t) = \dot{\psi}\psi = (c_1\dot{x}_1 + \dot{x}_2)\psi = (c_1f_1 + f_2)\psi + u\psi \leq \lambda(x)\psi + u\psi \leq -\beta_0|\psi|.$$

Полученный закон управления  $u(x)$  удерживает траектории объекта (5) на многообразии (3), не зависит от функции  $f_2$  и является робастным по отношению к неопределённости  $f_2$ .

Основные особенности скользящего управления  $u(x)$ :

- а) не определено на поверхности скольжения  $\psi(x) = 0$ ;
- б) чувствительно к параметру многообразия  $c_1$  (рис. 1) и к присутствию неучтённой в модели динамики;
- в) требуется знание верхней границы  $\lambda(x)$  величины  $|c_1f_1 + \tilde{f}_2|$ , куда входит неопределённая величина  $\tilde{f}_2$ ;
- г) управление  $u(x)$  разрывное;
- д) закон управления в скользящем режиме гарантирует достижение многообразия за конечное время и удерживание траекторий на нём независимо от значений неопределённости  $\tilde{f}_2$  согласно редуцированной системе  $\dot{x}_1 = f_1(x_1, -c_1x_1)$ , так как на фазе скольжения выполнены соотношения

$$\begin{aligned} \psi(x) = c_1x_1 + x_2 = 0 &\Rightarrow x_2 = -c_1x_1 \Rightarrow \dot{x}_1 = f_1(x_1, -c_1x_1), \\ &\dot{x}_2 = -c_1\dot{x}_1 = -c_1f_1. \end{aligned}$$

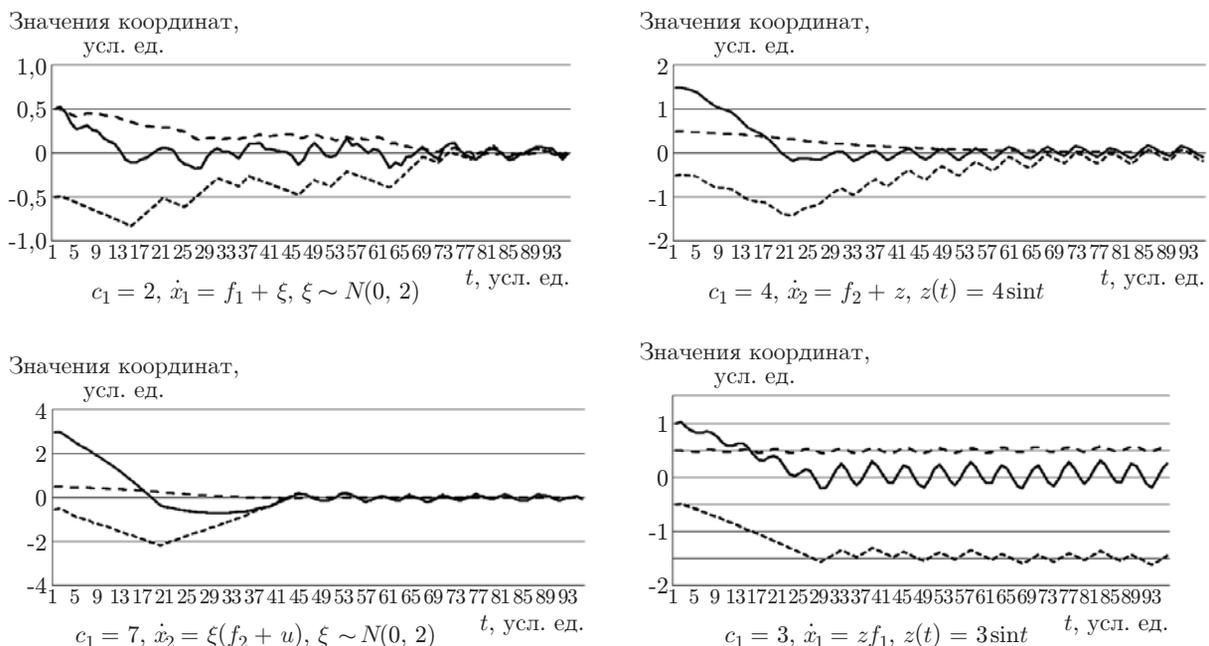


Рис. 1. Модельные траектории при управлении в скользящем режиме в зависимости от значения параметра  $c_1$ , типа и формы нерасчётных помех в правой части описания объекта ( $\psi$  — сплошные кривые,  $x_1$  — штриховые,  $x_2$  — пунктирные)

**Пример 1.** Пусть в описании (5)  $f_1 = x_2$ ,  $f_2 = x_2 + \text{sign}(\sin(x_1))$ ,  $|x_2| \leq d$ , тогда  $|c_1 f_1 + f_2| = |c_1 x_2 + x_2 + (\sin(x_1))| \leq (c_1 + 1)|x_2| + 1 = (c_1 + 1)d + 1 = \lambda(x)$ ,  $\forall x \in R^2$ ,

$$u(x) = -\beta(x)\text{sign}(c_1 x_1 + x_2), \quad \beta(x) = (c_1 + 1)d + 1 + \beta_0, \quad \beta_0 > 0.$$

Так как на целевом многообразии  $\psi = c_1 x_1 + x_2 = 0$  выполнено соотношение  $\dot{x}_1 = -c_1 x_1$ , то в силу  $c_1 > 0$  переменная  $x_1(t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ . Рассмотрим поведение системы управления (см. рис. 1) при наличии нерасчётных аддитивных и мультипликативных гладких  $z(t)$  и случайных  $\xi(t)$  возмущений, а именно  $\tilde{f}_1 = f_1 + \xi$ ;  $\tilde{f}_2 = f_2 + z$ ,  $z = z(t)$ ;  $\tilde{f}_2 = \xi(f_2 + u)$ ;  $\tilde{f}_1 = z f_1$ ,  $z = z(t)$ .

Задаваемые при моделировании начальные значения переменных и параметров:  $x_1(0) = 0,5$ ,  $x_2(0) = -0,5$ ,  $x_2(t) \leq 1$ ,  $\Delta = 0,01$ ,  $\beta_0 = 0,001$ ,  $\Delta$  — интервал дискретизации. Подбор параметра  $c_1$ , отвечающего за скорость приближения к целевому многообразию  $\psi(x) = c_1 x_1 + x_2 = 0$ , позволяет уменьшить влияние нерасчётного шума на переходной процесс.

### Алгоритм II. Управление по методу АКАР.

1. Согласно АКАР для объекта (5) с неопределённостью  $\nu(t)$  ( $f_2$  — известная функция) производится расширение фазового пространства за счёт введения дополнительной переменной  $x_3(t) = \nu(t)$ , при этом постулируется закон скорости изменения неопределённой функции (возмущения)  $\nu(t)$ :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x), \\ \dot{x}_2 &= f_2(x) + x_3(t) + u, \\ \dot{x}_3 &= \nu(t). \end{aligned}$$

2. После применения известной техники [3] с учётом целевого многообразия в виде  $\psi(x) = c_1 x_1 + x_2 = 0$  получают аналитическое выражение для управления, «навязывающего» координате  $x_3(t)$  изменение со скоростью  $u = -\omega^{-1}(\psi + \omega(c f_1 + f_2 + x_3))$  и асимптотически устойчиво выводящего объект (5) на заданное целевое многообразие с обеспечением минимума функционала качества

$$J = \int_0^{\infty} (\phi^2(\psi(t)) + \omega^2 \dot{\psi}^2(t)) dt.$$

Отметим, что, во-первых, после введения дополнительной переменной  $x_3$  исходный объект будет полно определённым; во-вторых, функция  $\nu(t)$  не является произвольной, её вид зависит от описания цели управления. Покажем это на примере стабилизации координат объекта (5).

**Пример 2.** Рассмотрим задачу управления объектом (5) с целевым многообразием вида  $\psi = x_1 - x_{10} = 0$  (стабилизация переменной  $x_1$  в окрестности многообразия  $\psi = 0$ , значение  $x_{10}$  задано) и предположением, что функция  $f_2$  известна. Алгоритм синтеза управления включает четыре шага:

Шаг 1. Вводится в описание переменная  $z$ , моделирующая поведение возмущения  $\nu$ :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1, \\ \dot{x}_2 &= f_2 + u + z, \\ \dot{z} &= \eta \psi_1^*, \quad \eta = \text{const}, \quad \eta > 0. \end{aligned}$$

Шаг 2. Задаётся вспомогательная макропеременная в виде  $\psi^{(1)} = x_2 - \varphi(x_1, z)$  и вводится управление  $u$  с точностью до функции  $\varphi$  согласно методике АКАР-синтеза [3] из решения соответствующей вариационной задачи:

$$\Phi = \int_0^{\infty} (\psi^{(1)} + \omega_1^2 (\dot{\psi}^{(1)})^2) dt \rightarrow \min, \quad \omega_1 \dot{\psi}^{(1)} + \psi^{(1)} = 0 \Rightarrow u = -\omega_1^{-1} \psi^{(1)} - f_2 + \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} f_1 + \eta \frac{\partial \varphi}{\partial z} \psi.$$

Шаг 3. Производится редукция исходной системы на многообразии  $\psi^{(1)} = 0 \Rightarrow x_2 = \varphi$ :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, \varphi), \\ \dot{z} &= \eta \psi_1^*, \quad \eta > 0. \end{aligned}$$

Шаг 4. Используется целевая макропеременная в виде  $\psi^{(2)} = \psi + kz$ ,  $k > 0$ , и находится функция  $\varphi(x_1, z)$  из решения соответствующей вариационной задачи:

$$\Phi = \int_0^{\infty} (\psi^{(2)} + \omega_2^2 (\dot{\psi}^{(2)})^2) dt \rightarrow \min, \quad \omega_2 \dot{\psi}^{(2)} + \psi^{(2)} = 0 \Rightarrow u = u(x_1, x_2, f_1, f_2, \psi, \omega_1, \omega_2).$$

Поскольку второе уравнение в описании шага 3 на многообразии  $\psi^{(2)} = 0$  имеет вид  $\dot{z} = \eta \psi = -k\eta z$ ,  $k\eta > 0$ , то асимптотически устойчивое достижение целевого многообразия  $\psi = 0$  такое управление гарантирует.

### Алгоритм III. Управление с компенсацией неопределённости в описании.

Излагаемый далее алгоритм совмещает достоинства вышеизложенных двух алгоритмов и является, по сути, обобщением метода АКАР [3] на случай неполно определённого объекта в предположении ограниченности решений (1). Конкретизируем описание целей управления (1), введя для удобства новые обозначения переменных:

$$\begin{aligned} \psi_l^* &= \psi_l^*(x_l - x_{l0}) = 0, \quad l \in I \cup J, \quad I = \{1, \dots, s\}, \quad \bar{I} = \{s+1, \dots, m\}; \\ J &= \{m+1, \dots, m+k\}, \quad \bar{J} = \{m+k+1, \dots, n\}, \quad s \leq m, \quad k \leq n-m, \quad s+k=m. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь множества  $I$  и  $J$  содержат номера стабилизируемых переменных с управлениями в описании и без управлений соответственно. Отметим, что количество целевых макропеременных  $\psi_l^*$ ,  $l = \bar{1}, \bar{m}$ , должно совпадать с числом  $m$  управляющих воздействий в описании объекта управления. Алгоритм III включает следующие основные этапы:

Этап 1. Для объекта (1) задаются макропеременные вида (6) и применяется пошаговый аналитический вывод АКАР-управлений  $u_l^A$ ,  $l \in I \cup J$ , в пространстве состояний по схеме иерархического синтеза [3]:

а) для модели (1) с целевыми значениями (6) на шаге 1 вводится первая совокупность макропеременных, из них макропеременные  $\psi_i^{(1)}$ ,  $i \in J$ , носят вспомогательный характер и находятся с точностью до неизвестных функций, определяемых на шаге 2 АКАР-синтеза (см. пример 2):

$$\begin{aligned} \psi_i^{(1)} &= x_i - x_{i0} = \psi_i^*, \quad i \in I, \\ \psi_i^{(1)} &= x_i - \varphi_{i-s}(x_{j_1}, \dots, x_{j_k}), \quad i \in \bar{I} = \{s+1, \dots, m\}, \quad j_q \in J, \quad q = \overline{1, k}; \end{aligned} \quad (7)$$

функции  $u_i^A$ ,  $i = \overline{1, m}$ , и  $\varphi_1, \dots, \varphi_k$  интерпретируются как внешние и внутренние управления соответственно;

б) применяется аналитический вывод внешних управлений  $u_i^A$  в пространстве состояний согласно схеме вариационной задачи:

— формулируется критерий качества управления (сопровождающий оптимизирующий функционал):

$$\Phi_1 = \int_0^\infty \sum_{l=1}^m [(\psi_i^{(1)})^2 + (\omega_i^{(1)})^2 (\dot{\psi}_i^{(1)})^2] dt;$$

— составляются функциональные уравнения:  $\omega_i^{(1)} \dot{\psi}_i^{(1)} + \psi_i^{(1)} = 0$ ,  $i = \overline{1, m}$ , устойчивые решения которых доставляют безусловный минимум функционалу  $\Phi_1$ ;

— разрешаются указанные уравнения относительно управлений с учётом уравнений объекта (1):

$$\begin{aligned} u_i^A &= -\left(\frac{\partial \psi_i^{(1)}}{\partial x_i}\right)^{-1} \left(\omega_i^{-1} \psi_i^{(1)} + \frac{\partial \psi_i^{(1)}}{\partial x_i} f_i\right) = -\widehat{f}_i - \left(\frac{\partial \psi_i^*}{\partial x_i} \omega_i^{(1)}\right)^{-1} \psi_i^*, \quad i \in I; \\ u_i^A &= -f_i + \dot{\varphi}_{i-s}^{(1)} - \left(\frac{\partial \psi_{i-s}^{(1)}}{\partial x_i} \omega_i^{(1)}\right)^{-1} \psi_i^{(1)}, \\ \dot{\varphi}_{i-s}^{(1)} &= \sum_{r=m+1}^k \frac{\partial \varphi_{i-s}^{(1)}}{\partial x_r} f_r, \quad i \in \bar{I} = \{s+1, \dots, m\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Этап 2. Корректируются внешние управления по формуле  $u_i = u_i^A + v_i$ ,  $v_i = \Delta u_i^A$ ,  $i \in \{1, \dots, m\}$ , где невязки  $v_i$  подлежат определению, а также корректируются уравнения с номерами  $1, \dots, m$  в (6) в соответствии с новым представлением  $u_i(t)$ :

$$\begin{aligned} x_i &= \Delta \widehat{f}_i - \left(\frac{\partial \psi_i^*}{\partial x_i} \omega_i^{(1)}\right)^{-1} \psi_i^* + v_i, \quad i \in I; \\ x_i &= -\left(\frac{\partial \psi_{i-s}^{(1)}}{\partial x_i} \omega_i^{(1)}\right)^{-1} \psi_i^{(1)} + \dot{\varphi}_{i-s}^{(1)} + v_i, \quad i \in \bar{I} = \{s+1, \dots, m\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь  $\widehat{f}_i$ ,  $i \in 1, \dots, m$ , — функции, аппроксимирующие неопределённость  $f_i$ ,  $i \in 1, \dots, m$ , из условия асимптотически устойчивого достижения многообразия, находятся далее.

Этап 3. Привлекается функция Ляпунова в виде

$$V(t) = 0,5 \sum_{i=1}^m ((\psi_i^{(1)})^2 + v_i^2).$$

Управления  $v_i$ ,  $i = \overline{1, m}$ , удовлетворяющие уравнению  $\Delta \widehat{f}_i + \dot{\varphi}_i^{(1)} + a_i v_i - \dot{v}_i = 0$ ,  $i = \overline{1, m}$ , гарантируют отрицательность производной функции Ляпунова  $\dot{V}(t) < 0$ .

Этап 4. Находятся функции (внутренние управления)  $\varphi_l$ ,  $l = \overline{1, k}$ , по схеме:

а) декомпозируется система (1) с учётом соотношений  $\psi_i^{(1)} = 0$ ,  $i = \overline{1, m}$ , заданных на шаге 1 АКАР-синтеза:  $x_i = x_{i0}$ ,  $i \in I$ ;  $x_i = \varphi_{i-s}(\cdot)$ ,  $i \in \bar{I}$ ;

б) задаётся вторая совокупность макропеременных (шаг 2 иерархического АКАР-синтеза) для достижения оставшихся целевых инвариантов  $\psi_i^*$ ,  $i \in \bar{I}$ , в случае декомпозированной системы:

$$\psi_j^{(2)} = x_j - x_{j0} = \psi_j^*, \quad j \in J; \quad (10)$$

с) решается вариационная задача, в соответствии с которой макропеременные  $\psi_j^{(2)}$ ,  $j \in J$ , должны удовлетворять системе функциональных уравнений:

$$\omega_j^{(2)} \dot{\psi}_j^{(2)}(t) + \psi_j^{(2)}(t) = 0, \quad j \in J,$$

устойчивые решения которых доставляют безусловный минимум функционалу

$$\Phi_2 = \int_0^\infty \sum_{j \in J} [(\psi_j^{(2)})^2 + (\omega_j^{(2)})^2 (\dot{\psi}_j^{(2)})^2] dt;$$

решение этих уравнений с учётом уравнений декомпозированной системы и требований (10) даёт выражения для функций  $\varphi_l$ ,  $l = \bar{1}, k$ , внутренних управлений.

Синтез системы управления закончен (рис. 2).

**Замечание.** Многошаговость синтеза АКАР-управлений (здесь для нахождения  $u_i^A$ ,  $i = \bar{1}, m$ , использовано два шага) зависит от типа целевых многообразий и формы

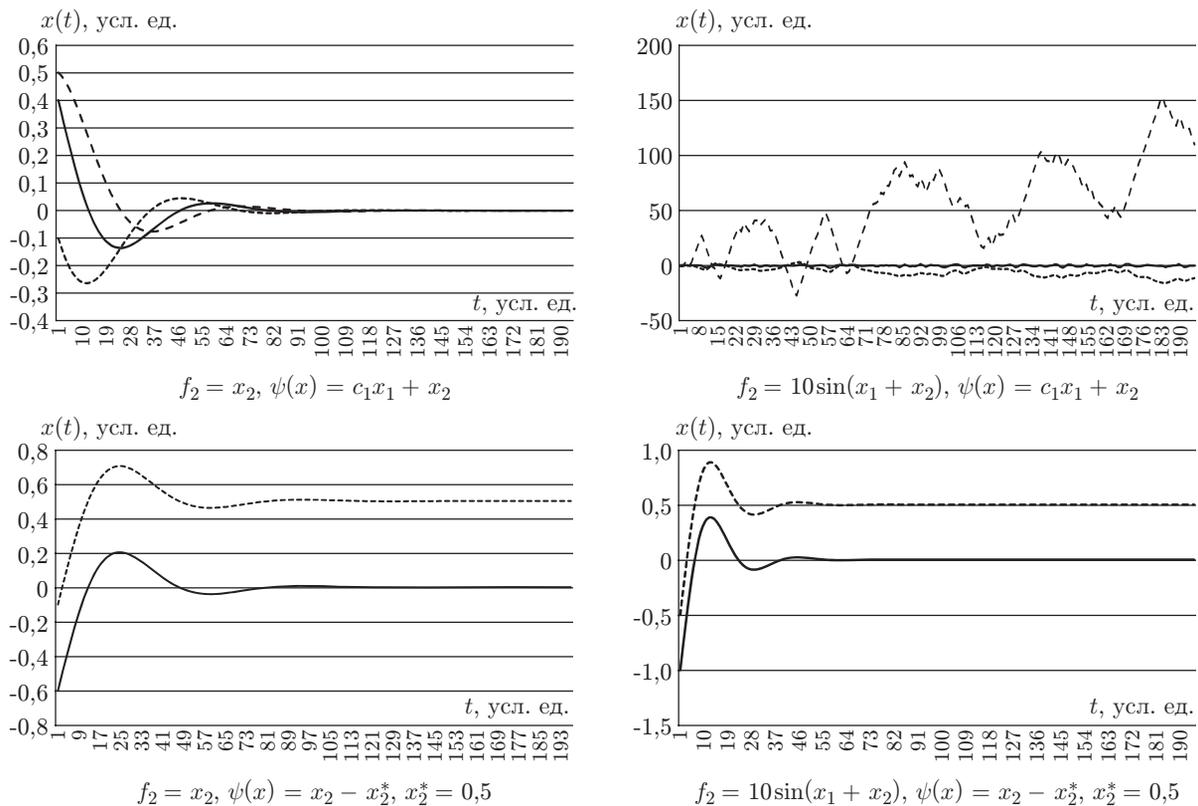


Рис. 2. Поведение траекторий объекта управления (5) в зависимости от вида правой части описания  $f_2$ , целевых многообразий  $\psi = 0$  и параметров настройки регулятора ( $\psi$  — сплошные кривые,  $x_1$  — штриховые,  $x_2$  — пунктирные)

описания целевых переменных (например, являются ли целевые переменные управляемыми). Так, получение регулятора для стабилизации управляемой переменной может быть одношаговым.

**Синтез системы управления для объекта «самолёт-амфибия» и сравнение особенностей систем управления, построенных по алгоритмам II и III.** Приведём пример синтеза управления с компенсацией неопределённости в описании по алгоритму III на объекте, рассмотренном в работе [6], где решалась задача синтеза системы управления продольным движением самолёта-амфибии. Такая задача состояла в определении векторного управления  $u(x)$ , которое обеспечивало бы выход объекта на движение со скоростью  $x_{10} = V_0$ , высотой  $x_{40} = H_0$ , углом тангажа  $x_{50} = \vartheta_0$ . Эти требования реализуются естественными технологическими инвариантами вида  $\psi_i^* = x_i - x_{i0}$ ,  $i = \overline{1, 3}$ .

Ставится задача синтеза управления вывода объекта на целевое многообразие и стабилизации его на заданном многообразии, а именно требуется найти закон векторного управления, обеспечивающий достижение цели управления  $\psi(x) = 0$  и компенсирующий неопределённость в описании управляемых координат  $x_1, x_2, x_3$ . Подробный вывод системы управления для этого объекта схематично может быть представлен в виде диаграммы (рис. 3), где использованы следующие обозначения систем уравнений на каждом из этапов синтеза управления:

А. Исходный объект:

$$\dot{x}_i = f_i + a_i u_i, \quad \dot{x}_j = f_j, \quad i = \overline{1, 3}, \quad j = \overline{4, 6}.$$

В. Этап 1:

$$\dot{x}_i = f_i + a_i u_i, \quad \dot{x}_j = f_j, \quad i = \overline{1, 3}, \quad j = \overline{4, 6}; \quad u_i^A = u_i^A(f_i, \bar{\varphi}), \quad \bar{\varphi} = (\varphi_1, \varphi_2).$$

С. Этап 2:

$$\dot{x}_i = f_i + a_i(u_i^A + v_i), \quad \dot{x}_j = f_j, \quad i = \overline{1, 3}, \quad j = \overline{4, 6}; \quad u_i^A = u_i^A(f_i, \bar{\varphi}).$$

Д. Этап 3:

$$\dot{x}_i = \tilde{f}_i + a_i v_i, \quad \dot{x}_j = f_j, \quad v_i = v_i(\varphi_1, \varphi_2), \quad i = \overline{1, 3}, \quad j = \overline{4, 6}.$$

Е. Этап 4:

$$\dot{x}_i = \tilde{f}_i + a_i v_i, \quad i = \overline{1, 3}; \quad \dot{x}_j = f_j, \quad j = \overline{4, 6}; \quad v_i = v_i(\varphi_1, \varphi_2), \quad i = \overline{1, 3};$$

$$\varphi_l = \varphi_l(\bar{\psi}^*, x_4, x_5), \quad l = 1, 2; \quad \bar{\psi}^* = (\psi_1^*, \psi_2^*, \psi_3^*).$$

Здесь правые части описания объекта управления, используемые в приведённой схеме алгоритма III, обозначены следующим образом:  $f_1 = -g \sin x_5$ ,  $f_2 = -g \cos x_5$ ,  $f_3 = 0$ ,

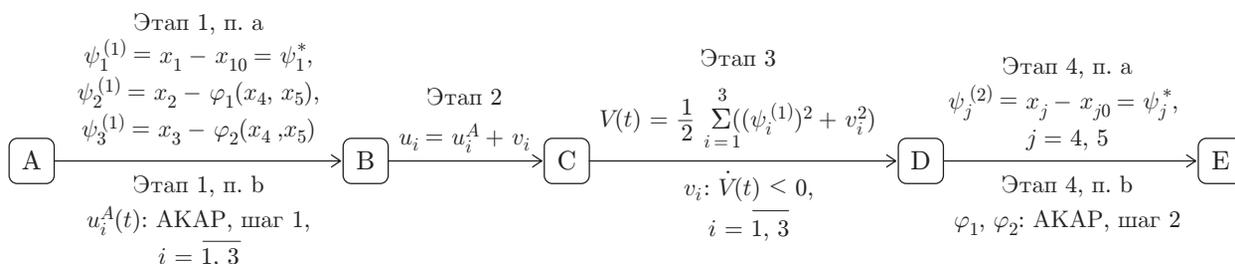


Рис. 3. Алгоритм III вывода управления для неполно определённого объекта самолёт-амфибия

$$f_4 = x_1 \sin x_5 + x_2 \cos x_5, f_5 = x_3, f_6 = x_1 \cos x_5 - x_2 \sin x_5, \tilde{f}_1 = \widehat{\Delta f}_1 - (a_1 \omega_1)^{-1} \psi_1^{(1)}, \tilde{f}_l = \widehat{\Delta f}_l - \omega_l^{-1} \psi_l^{(1)} + \dot{\varphi}_{l-1}, l = 2, 3 (g = \text{const}).$$

Система А содержит описание исходного нелинейного объекта; В, С, D — промежуточные системы, полученные на этапах 1–3 алгоритма III; E — итоговая система управления, устойчиво выводящая на целевое многообразие (6) исходный объект (см. рис. 3).

Заметим, что в [6] была синтезирована система управления, включающая в себя регулятор, условием применимости которого является знание всех правых частей описания А и определённого класса (интервальных, детерминированных синусоидальных) возмущений. На основе синтеза алгоритмов I и II (скользящего управления и АКАР), составляющих базовую часть алгоритма III, осуществлено обобщение метода АКАР на случай плохо формализуемого объекта (см. рис. 3), при этом вид полученной системы управления достаточно простой.

Выводы по результатам численного моделирования (рис. 4) систем управления по алгоритмам II и III следующие: 1) значения параметров системы управления  $\omega_i, i = \overline{1, 5}$ , оказывают существенное влияние на качество переходных процессов при фиксированных значениях параметров объекта; 2) наличие аддитивного шума в самих управляющих сигналах слабо влияет на качество переходных процессов за счёт адаптации; 3) аддитивный шум в координатах (нерасчётные условия) существенно влияет на переходные процессы в зависимости от числа и типа координат, на которые действуют помехи. В среднем (усреднение осуществлялось по 100 реализациям) система управления на базе алгоритма III на

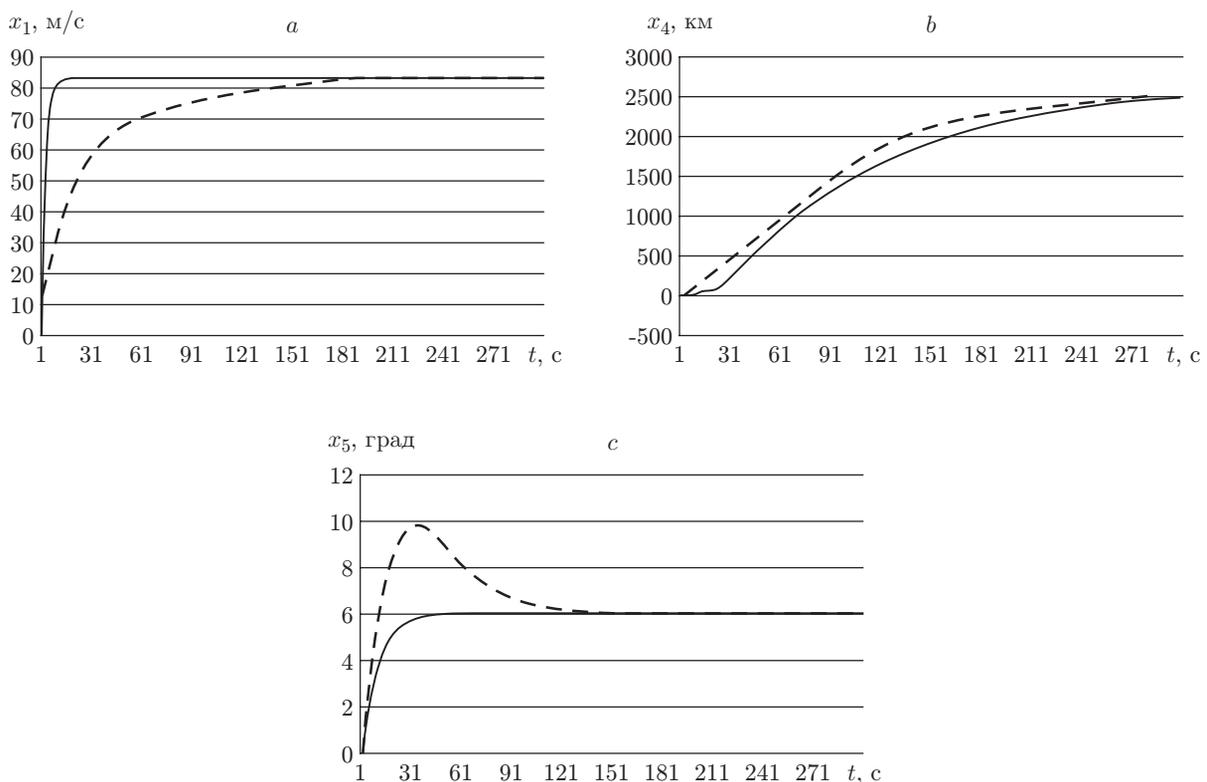


Рис. 4. Переходные процессы стабилизируемых переменных при управлении по алгоритму III (сплошные кривые) в предположении, что  $f_1, f_2, f_3$  неизвестны, при управлении по алгоритму II (пунктирные кривые) в предположении, что  $f_1, f_2, f_3$  известны:  $x_{10} = V_0 = 83$  м/с (а),  $x_{40} = H_0 = 2500$  км (б),  $x_{50} = \vartheta_0 = 6^\circ$  (с)

5–20 % эффективнее по критерию оценки среднеквадратического отклонения траектории от заданного её целевого значения в установившемся режиме при действии аддитивных помех на координаты  $x_1, x_2, x_3$  одновременно.

Следует также отметить, что теоретические результаты в виде методов управления в скользящем режиме и аналитического конструирования агрегированных регуляторов являются обоснованием и нечёткого регулятора из работы [11], фактически построенного на принципах АКАР и идеологии нелинейного и множественного управления [8].

**Заключение.** Алгоритм III представляет собой обобщение алгоритма, реализующего метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов на случай неполного описания объекта. Схема построения системы управления с компенсацией возмущений неизвестного характера для нелинейного многомерного объекта с неполной информацией (плохо формализуемого объекта) основана на синтезе двух классических методов: управления в скользящем режиме и АКАР. Система управления апробирована на объекте самолёт-амфибия в целях сравнения с методом построения регулятора АКАР. Результаты работы могут быть актуальны в системах управления плохо формализуемыми динамическими объектами.

Автор благодарит д-ра техн. наук А. А. Колесникова за постановку задачи и магистранта Е. В. Михайлову за проведение численного моделирования.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Щипанов Г. В.** Теория, расчет и методы проектирования автоматических регуляторов // Автоматика и телемеханика. 1939. № 1. С. 49–66.
2. **Красовский А. А.** Математическая и прикладная теория. Избранные труды. М.: Наука, 2002. 362 с.
3. **Синергетика** и проблемы теории управления: Сб. науч. тр. /Под ред. А. А. Колесникова. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 504 с.
4. **Astolfi A., Ortega R.** Immersion and invariance: A new tool for stabilization and adaptive control of nonlinear systems // IEEE Trans. Automat. Control. 2003. **48**, N 4. P. 590–606.
5. **Халил Х. К.** Нелинейные системы. Москва — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2009. 832 с.
6. **Колесников А. А., Кобзев В. А.** Динамика полета и управление: синергетический подход. Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009. 198 с.
7. **Isidori A.** Robust feedback design for nonlinear systems: a survey // Turk. Journ. Electr. Eng. and Comput. Sci. 2010. **18**, N 5. P. 693–714.
8. **Narendra K. S., Balakrishnan J.** Adaptive control using multiple models // IEEE Trans. Autom. Control. 1997. **42**, N 2. P. 171–187.
9. **Колесникова С. И.** Использование апостериорной информации для управления плохо формализуемым динамическим объектом // Автометрия. 2010. **46**, № 6. С. 78–89.
10. **Белоконь С. А., Золотухин Ю. Н., Мальцев А. С. и др.** Управление параметрами полёта квадрокоптера при движении по заданной траектории // Автометрия. 2012. **48**, № 5. С. 32–41.
11. **Коломейцева М. Б., Хо Д. Л.** Синтез адаптивной системы управления на базе нечеткого регулятора для многомерного динамического объекта // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2002. № 3. С. 34–37.