

УДК 53.088

ОШИБКИ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ ОБРАБОТКЕ БИНАРНЫХ И ПОЛУТОНОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Т. В. Миронова

*Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН,
119991, Москва, Ленинский просп., 53
E-mail: tania@itep.ru*

Приведена оценка величины статистической погрешности корреляционного измерения сдвига в модели бинарных изображений. Исследовано влияние свойств изображений на точность субпиксельного измерения положения максимума корреляционного пика. Даны рекомендации для выбора параметров изображений и корреляционного алгоритма.

Ключевые слова: цифровая корреляция изображений, субпиксельная точность, ошибки измерений.

Введение. Цифровая регистрация изображений, используемых для измерений (например, корреляционных), обладает рядом преимуществ, основное из которых — это простота получения изображения и дальнейшей его обработки. Но вместе с тем цифровая регистрация приводит к проблемам, связанным с дискретизацией: непрерывная функция заменяется набором дискретных отсчётов, к тому же значения функции в отсчётах квантуются по некоторому набору дискретных уровней. Это приводит к систематическим ошибкам измерений субпиксельного масштаба.

При корреляционных измерениях смещений и в рефрактометрических экспериментах с использованием фоновых изображений важно добиться максимальной стабильности и точности субпиксельного определения положения максимума корреляционного пика. В работах [1–4], посвящённых рефрактометрическим измерениям, величина сдвига фоновых картин варьируется от единиц до сотых долей пикселя приёмной матрицы и величина измеряемого сдвига приближается к уровню статистического шума. Это делает задачу минимизации шума особенно актуальной.

Если размер информационного элемента изображения меньше 2 пикселей, определить положение максимума корреляционного пика становится практически невозможно вследствие возникновения эффекта «залипания» рассчитанного положения максимума на целом значении, так называемый "pixel locking effect". Если масштаб цифровых изображений, используемых для взаимной корреляции, достаточно велик, то корреляционный пик широкий и его форму можно аппроксимировать по большому числу отсчётов, что существенно уменьшает статистический разброс измерений. Однако на практике увеличение масштаба изображения обычно означает ухудшение локальности измерений, поэтому, как правило, берутся изображения с размером элементов порядка единиц пикселей. При этом субпиксельный расчёт положения максимума производится по ближайшей окрестности корреляционного пика.

Целью данной работы является иллюстрация возникновения статистической погрешности в корреляционных измерениях, а также исследование зависимости статистической и систематической величин погрешности от свойств изображений, используемых при корреляционных измерениях. Оценка величины статистической ошибки проводится на модели бинарных изображений. В отличие от реальных изображений со сложной структурой и статистикой эта модель позволяет легко получить количественные оценки точности работы корреляционного алгоритма в зависимости от параметров как изображений, так и

самого алгоритма. В [5] рассмотрен процесс получения корреляционной функции бинарных изображений оптическими методами. В [1–4] подобные изображения с успехом использовались в качестве фоновых картин в рефрактометрических экспериментах, поскольку они обладают одновременно максимальной плотностью информационных элементов и минимальным радиусом корреляции по сравнению, например, с изображениями, содержащими отдельные случайно расположенные точки или вейвлетный шум.

Оценка статистической погрешности измерения сдвига в модели бинарных изображений. Рассмотрим формирование автокорреляционной функции аналогично [5] для бинарного изображения, образованного случайным заполнением квадратной сетки прозрачными и чёрными элементами ($I(i, j) = 1$ либо $I(i, j) = 0$). Вероятность заполнения прозрачными элементами равна p , число элементов в рабочем окне N . Одно изображение фиксировано, а другое, идентичное, сдвигается вдоль первого по одной из координат на целое число элементов, и суммарное пропускание в рабочем окне формирует сечение двумерной функции корреляции по этой координате.

Величина максимума корреляционной функции при совпадении изображений пропорциональна числу прозрачных элементов, которое колеблется около среднего значения $\langle I_{\text{cor}} \rangle = pN$. Для нормального закона распределения величина этого разброса $\sigma_{\text{cor}} = \sqrt{Np(1-p)}$. Если изображения не совпадают, то средний сигнал (фон корреляционной функции) пропорционален квадрату вероятности заполнения: $\langle I_{\text{back}} \rangle = p^2 N$, $\sigma_{\text{back}} = 2p\sqrt{Np(1-p)}$. При сдвиге изображения на один шаг сетки в рабочем окне заменяется $2\sqrt{N}$ элементов. Число прозрачных элементов при этом в среднем остаётся тем же, а среднеквадратичное отклонение

$$\sigma_{\text{back}}^{\pm 1} = 2p\sqrt{2\sqrt{N}p(1-p)}. \quad (1)$$

Расчёты проиллюстрированы на рис. 1 для $N = 64$ и $p = 0,5$. Набор кривых — это сечения автокорреляционной функции одного и того же бинарного изображения, полученные для различных его участков размером 8×8 информационных элементов. Корреляционная функция рассчитывалась в рабочей программе и определялась как

$$K(i, j) = \frac{F^{-1}(F(I_1(i, j))(F(I_2(i, j)))^*)}{N \sqrt{\sum_{i, j} (I_1(i, j))^2 \sum_{i, j} (I_2(i, j))^2}}, \quad (2)$$

где $I_1(i, j) = I_2(i, j)$ (для автокорреляции) — интенсивность пикселя в точке (i, j) в серой

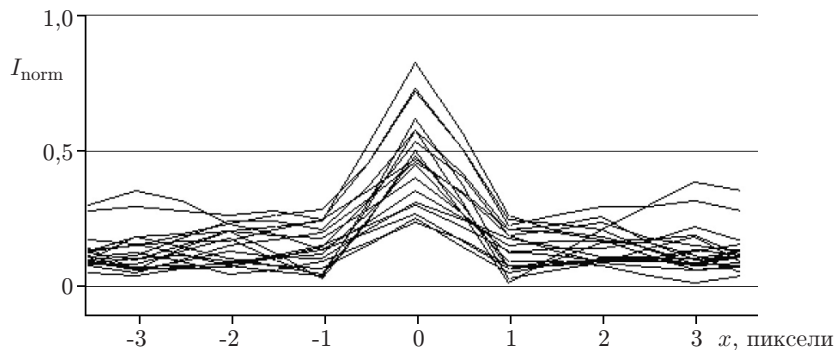


Рис. 1. Вариации сечения автокорреляционной функции для различных участков бинарного изображения

шкале; F и F^{-1} — процедуры прямого и обратного быстрого преобразования Фурье. Видно, что и величина корреляционного пика, и величина фонового сигнала варьируются в значительных пределах при изменении положения рабочего окна в изображении.

Это приводит к появлению статистической ошибки при расчёте субпиксельного значения сдвига, который проводится по значениям корреляционной функции в максимуме и в соседних точках. Обычно используется три алгоритма оценки положения максимума [6]: алгоритм центра масс, параболический и гауссов. Для зависимости только от одной координаты (т. е. для трёх измеренных значений R_0 , R_{-1} и R_{+1}) оценочные функции выглядят следующим образом:

$$\Delta x_{\text{ЦМ}} = \frac{R_{+1} - R_{-1}}{R_{-1} + R_0 + R_{+1}},$$

$$\Delta x_{\text{п}} = \frac{R_{-1} - R_{+1}}{2(R_{-1} - 2R_0 + R_{+1})}, \quad \Delta x_{\text{г}} = \frac{\ln R_{-1} - \ln R_{+1}}{2(\ln R_{-1} - 2 \ln R_0 + \ln R_{+1})}.$$

Автокорреляционная функция бинарных изображений имеет треугольное сечение, поэтому логично оценивать положение корреляционного пика не перечисленными выше функциями, а в предположении, что форма пика — конус. Это даёт для оценочной функции

$$\Delta x_{\text{к}} = \frac{R_{+1} - R_{-1}}{2(R_0 - R_{-1})}, \quad (3)$$

а для статистической ошибки субпиксельного расчёта положения максимума — зависимость от числа информационных элементов N и вероятности заполнения p с учётом (1) и (3):

$$\sigma(N, p) = 2 \sqrt{\frac{p}{N^{3/2}(1-p)}}. \quad (4)$$

В рамках данной модели можно рассмотреть зависимость статистической ошибки σ от величины измеряемого взаимного сдвига изображений. Для фиксированных величин вероятности заполнения и размера окна статистическая ошибка растёт пропорционально квадратному корню измеряемого смещения: $\sigma(\Delta x) \sim \sqrt{\Delta x}$.

Оптимальную вероятность заполнения изображения прозрачными элементами можно определить из исследования поведения величины превышения корреляционного сигнала над фоновым. От числа элементов в рабочем окне эта величина зависит линейно. Зависимость от вероятности заполнения при больших значениях N имеет максимум при $p = 0,5$ (рис. 2).

Исследование корреляционных характеристик в зависимости от свойств используемых изображений. Для исследования влияния различных параметров изображений на точность нахождения положения корреляционного пика нужно выйти за рамки модели бинарных изображений. Для изучения влияния степени размытия изображений на стабильность и точность определения положения корреляционного пика были смоделированы изображения с постоянной по площади степенью размытия. Из бинарного чёрно-белого изображения получены полутоновые изображения при размытии по Гауссу с разным радиусом. Качество аппроксимации формы корреляционного пика проверялось по величине среднеквадратичного отклонения при нахождении известного постоянного по площади сдвига двух изображений друг относительно друга. Вычисление положения корреляционного пика с субпиксельной точностью производилось по значениям корреляционной функции в окрестности пика. Было проведено сравнение результатов вычислений

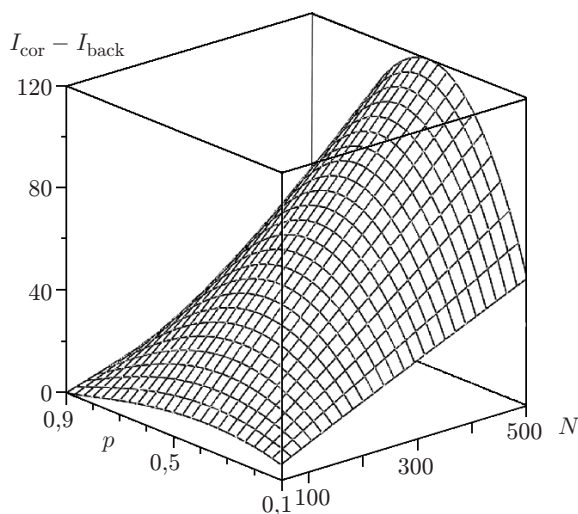


Рис. 2. Зависимость теоретической оценки превышения корреляционного сигнала над фоновым от вероятности заполнения изображения белыми элементами p и от числа информационных элементов в рабочем окне N

корреляционной функции при конической и параболической аппроксимациях формы корреляционного пика. Аппроксимация конусом даёт меньший статистический разброс для изображений при радиусе размытия ~ 2 пикселя, что соответствует ширине полутонового перехода между чёрным и белым в изображении около 9 пикселей. Это намного больше, чем ширина полутонового перехода в обычном изображении контрастного объекта. Поэтому можно сделать вывод, что при измерениях, особенно с использованием изображений бинарных объектов, для субпиксельного определения положения максимума корреляционной функции следует применять аппроксимацию формы пика поверхностью конуса [4].

Изображения одного и того же объекта, на которых проводятся корреляционные измерения, могут различаться по степени размытия, контрасту, яркости, зашумлённости и т. д. Важно представлять, как влияют на точность измерений вариации параметров используемых изображений. Была исследована величина среднеквадратичного отклонения при нахождении положения пика корреляционной функции для различных радиусов размытия изображений. Первое изображение бралось с фиксированным радиусом размытия, а радиус размытия второго изменялся. При корреляционном сравнении пары несмещённых изображений шумы минимальны, когда радиус размытия обоих изображений совпадает. В случае известного фиксированного взаимного смещения это утверждение верно для изображений со значительной степенью размытия, т. е. когда ширина полутонового перехода между чёрным и белым сравнима с размером информационного элемента.

На реальных изображениях всегда присутствует шум — случайный аддитивный сигнал. Очевидно, что зашумлённость изображений негативно сказывается на точности определения положения максимума корреляционной функции. Для исследования влияния шума были проведены тесты, в которых использовались пары модельных изображений, одно из которых соответствовало несмещённой поверхности, а второе отражало смещение поверхности на 1 пиксель. В первом варианте теста, для строго бинарных изображений, шум моделировался как случайно распределённые по всему полю исследуемого изображения точки с инвертированным значением сигнала. С повышением доли «испорченных» пикселей статистическая погрешность измерений растёт вначале незначительно, но по достижении некоторого критического уровня (около 30 %) резко увеличивается и корреляция исчезает (рис. 3, а). Во втором варианте теста на одно из пары идентичных монохромных изображе-

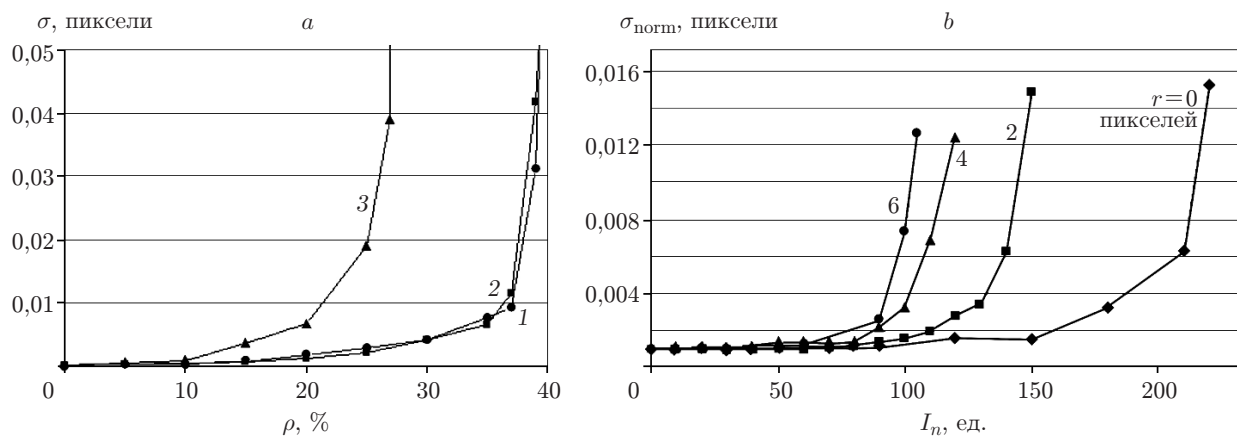


Рис. 3. Зависимость величины статистической ошибки от шумов изображений: *a* — от доли случайно инвертированных пикселей ρ для бинарных картин (кривые 1 и 2 — шум добавлен в одно изображение из пары, кривая 3 — в оба); *b* — от интенсивности аддитивного гауссового шума для изображений с разным радиусом размытия r

ний, сдвинутых относительно друг друга на 1 пиксель, накладывался случайный сигнал с гауссовой статистикой и возрастающей интенсивностью. Гауссов шум с максимальной амплитудой до 50–60 единиц (около $1/5$ динамического диапазона изображения 0–255) практически не сказывался на среднеквадратичном отклонении корреляционных измерений. При дальнейшем росте интенсивности шума статистическая погрешность быстро повышается и корреляция теряется (рис. 3, *b*). Критическая интенсивность шумового сигнала различна для изображений с разным радиусом размытия. Наиболее устойчивы к шуму бинарные изображения: даже при максимальной интенсивности аддитивного гауссового сигнала 200 единиц ($4/5$ интенсивности изображения) корреляционный сдвиг измеряется достаточно стабильно. Для сильно размытых изображений порог нахождения корреляции примерно в 2 раза ниже.

К вариациям яркости и контраста изображений корреляционный метод чувствителен весьма слабо. При понижении контраста одного из изображений в 100 раз среднеквадратичное отклонение увеличивается всего на 4 %.

Корреляционная функция не инвариантна относительно изменения масштаба, но в некотором диапазоне масштаба корреляционный метод всё-таки применим. Корреляционные измерения дают достаточно устойчивый результат при изменении масштаба одного изображения относительно другого на величину до 10–15 %.

Размер окна обработки кардинально влияет на величину как систематической, так и статистической ошибки. Как было продемонстрировано выше (4), в модели бинарных изображений статистическая ошибка зависит от числа элементов в рабочем окне пропорционально $N^{-0,75}$. Поведение статистической ошибки при реальных расчётах корреляционной функции подтверждает эту зависимость. Систематическая ошибка измерений при увеличении размера окна асимптотически стремится к нулю.

Механизм возникновения систематической ошибки при цифровой записи и дальнейшей цифровой корреляционной обработке лазерных спекл-картин подробно описан в [7]. Аналогичное рассмотрение можно провести и для регистрации искусственных спекл-структур в белом свете. Если критерий Найквиста (в случае регистрации лазерных спеклов $\max |\Delta x, \Delta y| \leq 0,41b_s$, где b_s — размер спекла, а Δx и Δy — периоды матрицы сенсоров) не выполняется, то в спектре пространственных частот возникают паразитные компоненты, которые приводят в результате к систематической ошибке при корреляционных вы-

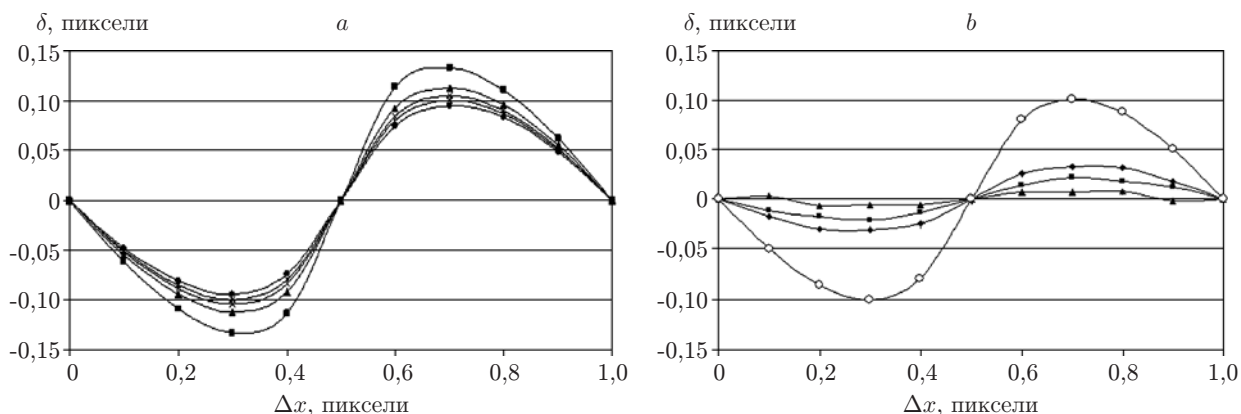


Рис. 4. Зависимость систематической ошибки измерений от сдвига. Элемент, по которому рассчитывалась корреляция: *a* — квадрат с резкими краями размером 2×2 (■), 3×3 (▲), 4×4 (×), 5×5 (*), 8×8 пикселей (●); *b* — квадрат размером 5×5 пикселей с радиусом размытия 0 (○), 0,5 (◆), 1,0 (■), 3,0 пикселя (▲)

числениях — ошибке вследствие шумов дискретизации. В случае, когда корреляционным методом обрабатываются изображения, в которых границы элементов резкие, без значительного размытия, в спектре изображения появляются высокие пространственные частоты, приводящие при корреляционных расчётах к систематической ошибке измерений.

Размер элементов картины также влияет на результат, но в меньшей степени. На рис. 4 показаны зависимости ошибки от шумов дискретизации при обработке двух изображений, содержащих по одному информационному элементу (пятну) с различными характеристиками. С увеличением размера элемента ошибка уменьшается, но незначительно, оставаясь на уровне $\sim 0,1$ пикселя (рис. 4, *a*). При увеличении радиуса размытия систематическая ошибка заметно падает: от 0,1 пикселя при чётких краях до 0,01 пикселя для радиуса размытия 3 пикселя (рис. 4, *b*). Измерения выполнены при модельных сдвигах с шагом 0,1 пикселя при билинейной интерполяции. Нужно отметить, что зависимости на рис. 4 получены без учёта статистических эффектов, т. е. не для случайных картин, реальных или модельных, а для одного элемента (пятна). Величина ошибки при этом не зависит

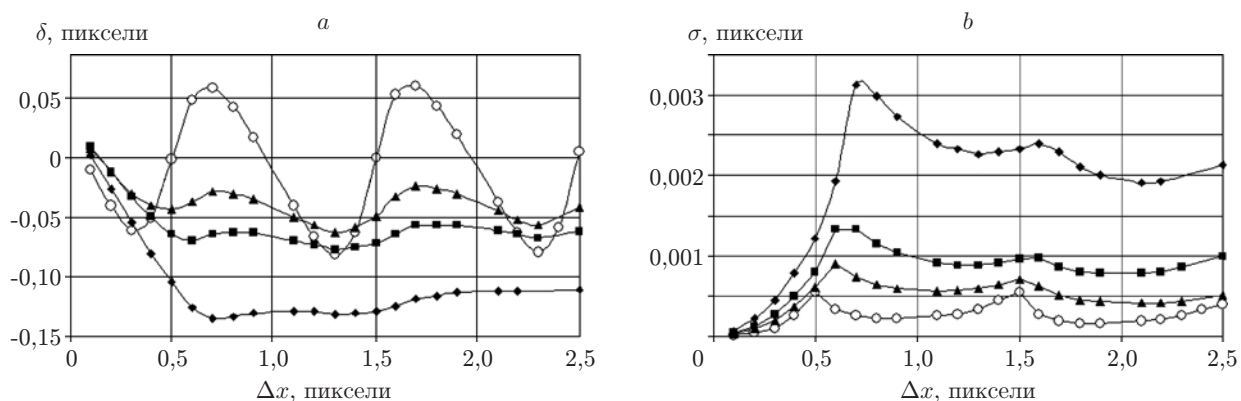


Рис. 5. Зависимость точности корреляционных измерений от величины сдвига между модельными изображениями: *a* — систематическая ошибка δ , *b* — среднеквадратичное отклонение σ . Радиусы размытия: $r = 0,2$ (○), 0,6 (▲), 1 (■), 2 пикселя (◆). Размер элементов 6×6 пикселей, размер окна 64×64 , усреднение по 100 измерениям

от размера окна корреляционной обработки. Это ошибка вследствие шумов дискретизации в чистом виде.

Для цифровых изображений, содержащих много элементов, ошибка из-за дискретизации изменяется довольно сложным образом в зависимости от размера элементов, радиуса размытия изображения, размера окна корреляции и величины сдвига. На рис. 5 показана зависимость систематической ошибки и среднеквадратичного отклонения корреляционного определения сдвига от величины сдвига при разных радиусах размытия.

Заключение. В данной работе проиллюстрированы механизм возникновения статистической ошибки и зависимость ошибок от свойств используемых изображений и параметров корреляционного алгоритма. Необходимо отметить, что исследованиям ошибок корреляционных измерений за последние годы посвящено множество публикаций, например [8–13], особенно в связи с бурным развитием объёмного компьютерного зрения и трёхмерных корреляционных методов [14]. Было показано [15], что ошибки измерений можно уменьшить, подвергая изображения предварительной обработке, сглаживая как возможную неоднородность расположения приёмных элементов матрицы, так и шумы интенсивности изображений. Точность измерений также улучшает статистическая обработка фотографий, полученных с камеры в «сыром» (RAW) формате [16]. Такие меры могут, в принципе, обеспечить точность определения положения корреляционного максимума лучше 0,01 пикселя.

Для выбора параметров фоновых изображений и корреляционного алгоритма приведём некоторые рекомендации:

- использовать фоновые изображения с вероятностью заполнения 0,5;
- для изображений с размером элементов больше 3 пикселей аппроксимировать форму корреляционного пика конусом;
- при сравнении изображений разного качества (в частности, эталонного изображения и фотографии) обеспечивать одинаковую степень размытия;
- учитывать систематическую ошибку для конкретных параметров изображений;
- при измерении больших сдвигов применять ступенчатую процедуру: на первом этапе определять сдвиг с точностью до пикселя, на втором уточнять измерения с переносом центра измерительного окна и, возможно, уменьшением его размера;
- увеличение размера окна корреляции улучшает статистические характеристики измерений, но приводит к потере их локальности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Крайский А. В., Миронова Т. В.** Применение корреляционной обработки изображений для определения дисторсионных и хроматических искажений фотографических камер и объективов // Измерительная техника. 2011. № 5. С. 26–29.
2. **Крайский А. В., Кудрявцев Е. М., Миронова Т. В., Султанов Т. Т.** Применение корреляционного метода для анализа деформаций в прозрачных материалах // Краткие сообщения по физике ФИАН. 2012. № 9. С. 18–24.
3. **Крайский А. В., Миронова Т. В.** Рефрактометрические измерения процесса диффузии: корреляционный фоновый метод и голографическая интерферометрия с нестационарной опорной волной // Тр. XII Междунар. науч.-техн. конф. «Оптические методы исследования потоков». М.: НИУ «МЭИ», 2013. [CD-ROM. ISBN 978-5-91940-663-1].
4. **Миронова Т. В.** Анализ деформаций, оптических неоднородностей и дисторсионных искажений с помощью искусственных спеклов в цифровой фотографии: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. М., 2013. 19 с.

5. **Зубов В. А., Крайский А. В., Миронова Т. В. и др.** Оптико-электронная обработка случайных бинарных транспарантов // *Автометрия*. 1988. № 2. С. 9–13.
6. **Tropea С., Yarin А. L., Foss J. F.** Springer Handbook of Experimental Fluid Mechanics. Springer, 2007. 1557 p.
7. **Sjö Dahl M., Benckert L. R.** Systematic and random errors in electronic speckle photography // *Appl. Opt.* 1994. **33**, N 31. P. 7461–7471.
8. **Sjö Dahl M.** Accuracy in electronic speckle photography // *Appl. Opt.* 1997. **36**, N 13. P. 2875–2885.
9. **Giachetti A.** Matching techniques to compute image motion // *Image Vision Comput.* 2000. **18**, N 3. P. 247–260.
10. **Любутин П. С., Панин С. В.** Исследование точности и помехоустойчивости построения векторов перемещений при оценке деформаций оптико-телевизионным методом // *Вычислительные технологии*. 2006. **11**, № 2. С. 52–66.
11. **Schreier H. W., Braasch J. R., Sutton M. A.** Systematic errors in digital image correlation caused by intensity interpolation // *Opt. Eng.* 2000. **39**, Is. 11. P. 2915–2921.
12. **Pan B., Qian K., Xie H., Asundi A.** On errors of digital image correlation due to speckle patterns // *Proc. SPIE*. 2008. **7375**. 73754Z.
13. **Vinnichenko N. A., Znamenskaya I. A., Glazyrin F. N., Uvarov A. V.** Study of background oriented schlieren method accuracy by means of synthetic images analysis // *Proc. of the 22nd Intern. Symp. on Transport Phenomena*. Delft, Netherlands: TU Delft, 2011. P. 19(1)–19(2).
14. **Hu Z., Xie H., Lu J. et al.** Study of the performance of different subpixel image correlation methods in 3D digital image correlation // *Appl. Opt.* 2010. **49**, N 21. P. 4044–4051.
15. **Sutton M. A., Orteu J. J., Schreier H.** Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements. Springer, 2009. 322 p.
16. **Фомин Н. А., Мелеева О. В.** Корреляционный анализ цифровых изображений течений с субпиксельной точностью // *Автометрия*. 2012. **48**, № 3. С. 82–89.

Поступила в редакцию 23 декабря 2013 г.
