

## АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 004.932.2

ПОДАВЛЕНИЕ КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО ФОНА  
В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ИЗОБРАЖЕНИЙ  
ПОСРЕДСТВОМ МЕЖКАДРОВОЙ ОБРАБОТКИВ. С. Киричук<sup>1,2</sup>, В. П. Косых<sup>1,2</sup>, С. А. Попов<sup>1</sup>, В. В. Синельщиков<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт автоматики и электрометрии СО РАН,  
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет,  
630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 2

<sup>3</sup>ОАО «Корпорация "Комета"»,  
115280, Москва, ул. Велозаводская, 5  
E-mail: kosych@iae.nsk.su

Проведён анализ способов компенсации фона в последовательности изображений в условиях, когда основные изменения фона сводятся к его пространственному сдвигу. Рассмотрены различные способы формирования оценки фона в текущем кадре с использованием интерполяции данных, содержащихся в предыдущих кадрах, даны аналитические оценки ошибок компенсации в зависимости от спектральных свойств изображений и способов интерполяции. Приведены результаты численных экспериментов, подтверждающие аналитические оценки и показывающие, что применение локальных интерполирующих фильтров позволяет достичь практически предельно низких ошибок компенсации.

*Ключевые слова:* малоразмерные объекты, дробный сдвиг, компенсация фона.

**Введение.** Цель данной работы заключается в сравнении эффективностей разных методов межкадровой обработки в задаче поиска малоразмерных динамических объектов в последовательности изображений (кадров). Предполагается, что регистрируемая последовательность содержит квазистационарный фон, а текущее изображение — ещё и объекты, площадь которых пренебрежимо мала по сравнению с площадью изображения, и измерения сопровождаются случайным шумом. Под квазистационарным здесь понимается фон, основные изменения которого от кадра к кадру заключаются в пространственном сдвиге. Дисперсия фоновой компоненты значимо превосходит как дисперсию шума, так и амплитуду объектов. При обработке одиночного кадра отношение сигнал/шум, определяющее вероятностные характеристики обнаружения, даётся выражением  $A/\sqrt{\sigma_b^2 + \sigma^2}$ , где  $A$  — амплитуда объекта,  $\sigma^2$  — дисперсия шума,  $\sigma_b^2$  — дисперсия фона, и при большом уровне фоновой компоненты не позволяет посредством согласованной фильтрации достоверно обнаруживать объекты с амплитудой, сравнимой или меньшей среднеквадратичного уровня фона. Назначение межкадровой обработки состоит в использовании стационарности поведения фона в последовательности кадров для его подавления в текущем кадре. В тех случаях, когда дисперсия фоновой компоненты сравнима с дисперсией шума, проведение межкадровой обработки вряд ли оправдано, и этот вариант здесь не рассматривается.

В работах [1–4] приведены несколько моделей покадрового изменения фона и ряд алгоритмов компенсации этого изменения. В частности, в [2] предложены две модели: детерминированная (параметрическая) и стохастическая. Компенсация фона в первом случае

состоит в поиске решения системы нелинейных уравнений, во втором — в применении оптимального линейного прогноза (ОЛП) [5]. В данной работе сопоставляется эффективность использования этих моделей при различных характеристиках фоновой и случайной компонент.

**Постановка задачи.** Пусть  $\{\tilde{p}_l(x, y)\}$ ,  $l = \overline{1, n}$ , — последовательность непрерывных (предыдущих) изображений, а  $\tilde{d}(x, y)$  — непрерывное текущее изображение, содержащее малоразмерные объекты. Процедура обнаружения состоит в проверке гипотезы о наличии объектов и в случае её выполнения определении их координат и амплитуд. В процессе регистрации изображений матричными или линейными датчиками формируется последовательность цифровых кадров, получаемых дискретизацией непрерывных изображений с шагом  $\Delta$  (для простоты изложения полагаем, что каждый кадр содержит  $N \times N$  отсчётов, шаг дискретизации по обеим координатам одинаков):

$$p_l(i, j) = \tilde{p}_l(i\Delta, j\Delta) = \tilde{f}(i\Delta + \mu_l, j\Delta + \nu_l) + \xi_l(i, j);$$

$$d(i, j) = \tilde{d}(i\Delta, j\Delta) = \tilde{f}(i\Delta, j\Delta) + \sum_{m=1}^K A_m o_m(i\Delta - x_m, j\Delta - y_m) + \xi(i, j), \quad (1)$$

где  $i, j = \overline{0, N-1}$ ;  $A_m$  и  $o_m(x - x_m, y - y_m)$  — амплитуда и непрерывная функция, описывающая форму объекта с координатами  $x_m, y_m$ ;  $K$  — количество объектов;  $\xi$  — некоррелированный шум с дисперсией  $\sigma^2$ , сопровождающий измерения;  $\tilde{f}(x, y)$  — непрерывная функция, представляющая фоновую компоненту (поведение фона  $\tilde{f}(x, y)$  в промежутках между отсчётами неизвестно);  $\mu_l, \nu_l$ ,  $l = \overline{1, n}$ , — неизвестные дробные (меньше шага дискретизации) сдвиги предыдущих кадров последовательности относительно текущего. Способы оценки и компенсации сдвигов, кратных шагу дискретизации, хорошо известны (см., например, [3]).

Как следует из представления последовательности кадров (1), поиск объектов наиболее просто осуществляется, если из текущего кадра вычесть фоновую составляющую:

$$\Delta d(i, j) = d(i, j) - f(i, j) = \sum_{m=1}^K A_m o_m(i\Delta - x_m, j\Delta - y_m) + \xi(i, j).$$

Для этого на основе анализа предыдущих кадров должна быть построена оценка фона текущего кадра

$$\hat{f}(i, j) = R\{p_l(i, j), l = \overline{1, n}\},$$

где  $R$  — некоторый оператор над кадрами предыстории. Исследование алгоритмов формирования оценки фона (построения оператора  $R$ ), обеспечивающих минимальную погрешность оценивания и, следовательно, максимизацию отношения сигнал/помеха, является основной задачей предлагаемой работы.

**Алгоритмы компенсации фона.** Один из наиболее распространённых способов компенсации стационарного фона заключается в усреднении сигнала всех предыдущих кадров с последующим вычитанием полученного среднего из текущего кадра:

$$\bar{p}(i, j) = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n p_l(i, j); \quad \Delta d(i, j) = d(i, j) - \bar{p}(i, j). \quad (2)$$

Здесь и далее черта сверху означает усреднение по предыдущим кадрам. Этот алгоритм требует хранения предыстории из  $n$  кадров, к тому же можно показать, что его эффективность невысока. Действительно, используя ограниченное членами второй степени разложение  $\tilde{f}(x, y)$  в ряд Тейлора

$$\tilde{f}(i\Delta + \mu_l, j\Delta + \nu_l) \approx f(i, j) + f'_x(i, j)\mu_l + f'_y(i, j)\nu_l + \frac{1}{2}f''_{xx}(i, j)\mu_l^2 + \frac{1}{2}f''_{yy}(i, j)\nu_l^2,$$

получим

$$\begin{aligned} \Delta d(i, j) = d(i, j) - \bar{p}(i, j) &\approx \sum_{m=1}^K A_m o_m(i\Delta - x_m, j\Delta - y_m) + \\ &+ \xi(i, j) - f'_x(i, j)\bar{\mu} - f'_y(i, j)\bar{\nu} - \frac{1}{2}f''_{xx}(i, j)\bar{\mu}^2 - \frac{1}{2}f''_{yy}(i, j)\bar{\nu}^2 - \overline{\xi(i, j)}. \end{aligned}$$

Все слагаемые этого выражения, кроме первого, представляют собой ошибку межкадровой разности (2), маскирующую полезный сигнал. Учитывая некоррелированность шумовой составляющей с остальными слагаемыми и полагая, что усреднённые по кадрам сдвиги  $\bar{\mu}$  и  $\bar{\nu}$  малы, можно показать, что средний квадрат этой ошибки в точке  $(i, j)$  есть

$$\begin{aligned} s_{\Delta}^2(i, j) &= M \left\{ \left[ \Delta d(i, j) - \sum_{m=1}^K A_m o_m(i\Delta - x_m, j\Delta - y_m) \right]^2 \right\} \approx \\ &\approx \frac{1}{4}f''_{xx}(i, j)\bar{\mu}^2 + \frac{1}{4}f''_{yy}(i, j)\bar{\nu}^2 + \frac{1}{2}f''_{xx}(i, j)f''_{yy}(i, j)\bar{\mu}^2\bar{\nu}^2 + \left(1 + \frac{1}{n}\right)\sigma^2, \end{aligned}$$

а средний по кадру квадрат ошибки —

$$s_{\Delta}^2 \approx \left(1 + \frac{1}{n}\right)\sigma^2 + \frac{1}{4}\langle f''_{xx} \rangle \bar{\mu}^2 + \frac{1}{4}\langle f''_{yy} \rangle \bar{\nu}^2, \quad (3)$$

где  $\langle \cdot \rangle$  — усреднение по отсчётам кадра.

Из (3) следует, что даже при отсутствии шума ошибку межкадровой разности нельзя подавить увеличением количества кадров, поскольку  $s_{\Delta}^2$  зависит от квадратов вторых производных изображения и средних квадратов сдвигов. Значительного снижения ошибки и тем самым повышения надёжности обнаружения можно достичь, если оценку фоновой компоненты строить с учётом сдвигов кадров последовательности относительно текущего. Для учёта дробных сдвигов необходимо доопределить поведение фоновой компоненты предыдущих кадров между отсчётами. Когда это поведение определено, межкадровая разность представляется в виде

$$\Delta d(i, j) = d(i, j) - \bar{\hat{p}}(i, j),$$

где  $\bar{\hat{p}}(i, j)$  — оценка фоновой компоненты текущего кадра, построенная из значений отсчётов предыдущих кадров. В частности, линейная оценка имеет вид

$$\bar{\hat{p}}(i, j) = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \hat{p}_l(i, j) = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \sum_{s, t \in \Omega} h(l, s, t | \mu_l, \nu_l) p_l(i + s, j + t). \quad (4)$$

Здесь  $h(l, s, t | \mu_l, \nu_l)$  — интерполяционные коэффициенты, зависящие от величины сдвигов и модели поведения фона между отсчётами;  $\Omega$  — область определения интерполяционных коэффициентов.

Для получения интерполяционных коэффициентов воспользуемся методом наименьших квадратов, минимизируя средний квадрат межкадровой разности:

$$J = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j} [\Delta d(i, j)]^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j} \left[ d(i, j) - \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \sum_{s,t \in \Omega} h(l, s, t | \mu_l, \nu_l) p_l(i + s, j + t) \right]^2. \quad (5)$$

В общем случае возможны два подхода к минимизации этого функционала: параметрический и статистический. В первом случае строится явная параметрическая модель зависимости поведения фоновой компоненты от дробных сдвигов  $\mu, \nu$  в промежутках между отсчётами, задаваемая параметрическим представлением интерполяционных коэффициентов  $h(l, s, t | \mu_l, \nu_l) = h(s, t, \mu_l, \nu_l)$ , и минимизация достигается посредством оценивания параметров модели:

$$\min_{\mu_l, \nu_l} J = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j} \left[ d(i, j) - \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \sum_{s,t \in \Omega} h(s, t, \mu_l, \nu_l) p_l(i + s, j + t) \right]^2. \quad (5a)$$

Во втором — осуществляется оптимальный линейный прогноз — непосредственное оценивание коэффициентов трёхмерного линейного фильтра  $h(l, s, t | \mu_l, \nu_l) = h(l, s, t)$ , обеспечивающего минимизацию разности между опорным кадром и всеми кадрами предыстории:

$$\min_{h(l, s, t)} J = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j} \left[ d(i, j) - \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \sum_{s,t \in \Omega} h(l, s, t) p_l(i + s, j + t) \right]^2. \quad (5б)$$

Представляет интерес сравнение этих подходов. Достаточно очевидно, что ошибка межкадровой разности, полученной минимизацией (5б), должна быть меньше, чем ошибка при минимизации (5а), так как в (5б) значительно больше степеней свободы (параметров, по которым выполняется минимизация), чем в (5а). Кроме того, минимизация (5б) состоит в решении системы линейных уравнений, тогда как минимизация (5а) — задача нелинейная. С другой стороны, при минимизации (5б) требуется вычисление и обращение матриц значительно большей размерности, чем при минимизации (5а), и, что значительно важнее, выполнение более трудоёмких процедур для получения устойчивого решения.

Для простоты изложения далее будем рассматривать только один кадр предыстории, учёт большего числа кадров громоздок, но не представляет принципиальной сложности. Обозначим через  $\mu, \nu$  сдвиги предыдущего кадра относительно текущего, а  $f_{\mu, \nu}$  — фоновую составляющую предыдущего кадра. Функционал (5) примет вид

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{N^2} \sum_{i,j} \left[ d(i, j) - \sum_{s,t} h(s, t | \mu, \nu) p(i + s, j + t) \right]^2 \approx \\ &\approx \frac{1}{N^2} \sum_{i,j} \left[ f(i, j) - \sum_{s,t \in \Omega} h(s, t | \mu, \nu) f_{\mu, \nu}(i + s, j + t) \right]^2 + \sigma^2 \left[ 1 + \sum_{s,t \in \Omega} h^2(s, t | \mu, \nu) \right]. \quad (6) \end{aligned}$$

Здесь в силу некоррелированности фоновой и шумовых составляющих мы пренебрегли членами вида  $\sum_{i,j} \xi(i, j) f(i, j)$  и положили  $1/N^2 \sum_{i,j} \xi^2(i, j) \approx \sigma^2$ .

Слагаемое  $\sigma^2 \left[ 1 + \sum_{s, t \in \Omega} h^2(s, t | \mu, \nu) \right]$  характеризует ошибку компенсации фона, обусловленную присутствием случайного шума, тогда как слагаемое

$$\delta^2 = 1/N^2 \sum_{i, j} \left[ f(i, j) - \sum_{s, t \in \Omega} h(s, t | \mu, \nu) f_{\mu, \nu}(i + s, j + t) \right]^2$$

обусловлено ошибками интерполяции и дискретизации. Представим это слагаемое спектрами Фурье  $F(p, q)$  и  $F_{\mu, \nu}(p, q)$  фона  $f(i, j)$  в текущем кадре и фона  $f_{\mu, \nu}(i, j) = \tilde{f}(i\Delta + \mu, j\Delta + \nu)$  в предыдущем кадре. В общем случае спектры текущего и предыдущего изображений можно выразить через спектр  $\tilde{F}(u, w)$  непрерывного текущего изображения в виде

$$F(p, q) = \sum_{k, l=0}^{M-1} \tilde{F} \left[ \frac{2\pi}{\Delta N} (p + kN), \frac{2\pi}{\Delta N} (q + lN) \right],$$

$$F_{\mu, \nu}(p, q) = \exp \left[ \frac{2\pi i}{N\Delta} (p\mu + q\nu) \right] \sum_{k, l=0}^{M-1} \tilde{F} \left[ \frac{2\pi}{\Delta N} (p + kN), \frac{2\pi}{\Delta N} (q + lN) \right] \exp \left[ \frac{2\pi i}{\Delta} (k\mu + l\nu) \right].$$

Здесь  $M$  определяется соотношением верхней граничной частоты непрерывного изображения и частоты дискретизации, т. е. предполагается, что выполняется условие  $\tilde{F}(u, w) = 0$  при  $|u|, |w| > M/2\Delta$ .

Обозначив через  $H_{\mu, \nu}(p, q)$  частотную характеристику интерполирующего фильтра, в соответствии с теоремой Парсеваля получим

$$\begin{aligned} \delta^2 &= \frac{1}{N^2} \sum_{i, j=0}^{N-1} \left[ f(i, j) - \sum_{s, t \in \Omega} h(s, t | \mu, \nu) f_{\mu, \nu}(i + s, j + t) \right]^2 = \\ &= \frac{1}{N^2} \sum_{p, q=0}^{N-1} \left| F(p, q) - N F_{\mu, \nu}(p, q) H_{\mu, \nu}(p, q) \right|^2 = \\ &= \frac{1}{N^2} \sum_{p, q=0}^{N-1} \left| \sum_{k, l=0}^{M-1} \tilde{F} \left[ \frac{2\pi}{\Delta N} (p + kN), \frac{2\pi}{\Delta N} (q + lN) \right] \times \right. \\ &\quad \left. \times \left\{ 1 - N \exp \left[ \frac{2\pi i}{N\Delta} (p\mu + q\nu + kN\mu + lN\nu) \right] H_{\mu, \nu}(p, q) \right\} \right|^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Если дискретизация выполнена с обеспечением критерия Найквиста, т. е.  $M = 1$ , то

$$F(p, q) = \tilde{F} \left( \frac{2\pi p}{N\Delta}, \frac{2\pi q}{N\Delta} \right);$$

$$F_{\mu, \nu}(p, q) = F(p, q) \exp \left[ \frac{2\pi i}{N\Delta} (p\mu + q\nu) \right];$$

$$\delta^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{p, q=0}^{N-1} \left| \tilde{F} \left[ \frac{2\pi}{N\Delta}(p, q) \right] \right|^2 \left\{ 1 + N^2 |H_{\mu, \nu}(p, q)|^2 - \right. \\ \left. - 2N |H_{\mu, \nu}(p, q)| \cos \left[ \frac{2\pi i}{N\Delta}(p\mu + q\nu + \chi_{\mu, \nu}(p, q)) \right] \right\}. \quad (8)$$

Здесь частотная характеристика интерполирующего фильтра представлена в показательной форме:

$$H_{\mu, \nu}(p, q) = \left| H_{\mu, \nu}(p, q) \right| \exp \left[ \frac{2\pi i}{N\Delta} \chi_{\mu, \nu}(p, q) \right].$$

Применяя идеальный интерполирующий фильтр с комплексной частотной характеристикой вида

$$H_{\mu, \nu}(p, q) = \frac{1}{N} \exp \left[ - \frac{2\pi i}{N\Delta} (p\hat{\mu} + q\hat{\nu}) \right], \quad (9)$$

где  $\hat{\mu}, \hat{\nu}$  — оценки сдвигов, вычисленные посредством минимизации функционала (5а), и принимая во внимание, что для фильтра (9) выполняется соотношение

$$\sum_{s, t \in \Omega} h^2(s, t | \mu, \nu) = \sum_{p, q=0}^{N-1} \left| H(p, q | \mu, \nu) \right|^2 = 1, \quad (9a)$$

получим

$$\delta^2 = \frac{2}{N^2} \sum_{p, q=0}^{N-1} \left| \tilde{F} \left[ \frac{2\pi}{\Delta N}(p, q) \right] \right|^2 \left\{ 1 - \cos \left[ \frac{2\pi i}{N\Delta} (p\Delta_\mu + q\Delta_\nu) \right] \right\} \approx \langle f_x'^2 \rangle \Delta_\mu^2 + \langle f_y'^2 \rangle \Delta_\nu^2.$$

Здесь  $\Delta_\mu = \hat{\mu} - \mu$ ,  $\Delta_\nu = \hat{\nu} - \nu$  — ошибки оценивания параметров сдвига.

Как было показано в работе [6], при оценивании сдвигов путём минимизации межкадровой разности ошибки  $\Delta_\mu^2$  и  $\Delta_\nu^2$  имеют порядок  $\sigma^2 / (N^2 \langle f'^2 \rangle)$ , поэтому минимальное значение функционала (6) с учётом (9а) принимает вид

$$J_{\min} \approx 2 \frac{\sigma^2}{N^2} + 2\sigma^2 \approx 2\sigma^2, \quad (10)$$

т. е. межкадровая разность при формировании оценки фона посредством интерполяции предыдущего кадра идеальным интерполирующим фильтром оказывается существенно меньше, чем при реализации упоминавшегося выше алгоритма усреднения кадров.

Этот вариант формирования межкадровой разности требует большого объёма вычислений (либо получение взвешенных сумм по окрестности больших размеров в исходном пространстве, либо умножение спектральных компонент на фазовый множитель в частотной области). Снижение объёма вычислений достигается уменьшением размера окрестности, но поскольку интерполяция в данной ситуации описывает сигнал приближённо, в межкадровой разности появляется дополнительная ошибка, зависящая от способа построения интерполирующего фильтра. Из выражения (8) следует, что эта ошибка определяется как спектром фона, так и частотной характеристикой фильтра.

Если шаг дискретизации не обеспечивает выполнения критерия Найквиста, то  $\delta^2$  описывается выражением (8), т. е. к ошибке интерполяции добавляется ошибка, обусловленная наложением спектров.

Заметим, что увеличение ошибки интерполяции, вызванное уменьшением размера окрестности, сопровождается уменьшением второго слагаемого в функционале (6), так как для линейных интерполирующих фильтров, определённых на ограниченной окрестности  $\Omega$ , выполняется условие

$$\sum_{s, t \subset \Omega} h^2(s, t | \mu, \nu) < 1. \quad (11)$$

**Результаты вычислительного эксперимента.** Для экспериментального исследования зависимости ошибки межкадровой разности от пространственных свойств фона использовалась серия изображений с большим количеством отсчётов (условно «непрерывных»), отличающихся друг от друга шириной пространственного спектра, из них прореживанием строились «дискретные» изображения. Часть непрерывных изображений формировалась искусственно путём пространственной фильтрации некоррелированного двумерного случайного шума пространственно-инвариантным линейным фильтром:

$$I_r(i, j) = \sum_{k=-K}^K \sum_{l=-K}^K \sigma_b n(i+k, j+l) h_r(k, l), \quad 1 \leq i, j \leq 2048,$$

где  $n(i, j) \in N(0, \mathbf{I})$  — массив псевдослучайных некоррелированных нормально распределённых величин с единичной дисперсией;  $\sigma_b$  — среднеквадратичное отклонение (СКО) фоновой компоненты;  $h_r(k, l) = (1/S_r) \exp(-(k^2 + l^2)/2r^2)$  — импульсный отклик фильтра;  $K = 3\text{round}(r)$  — половинный размер апертуры фильтра.

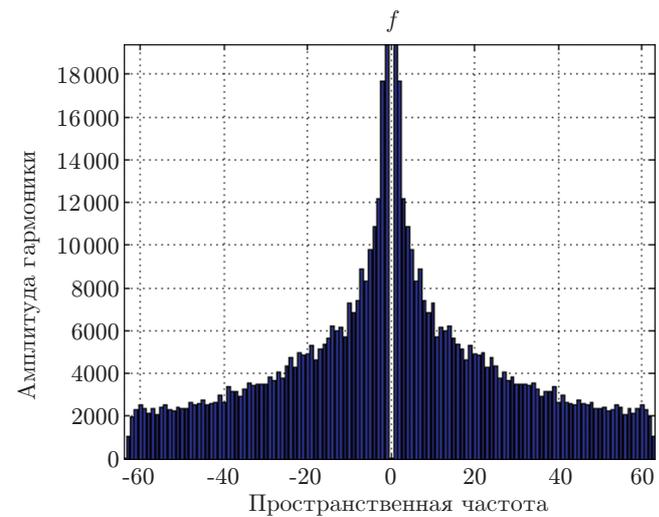
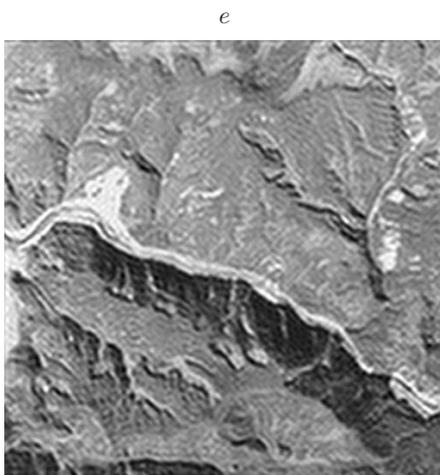
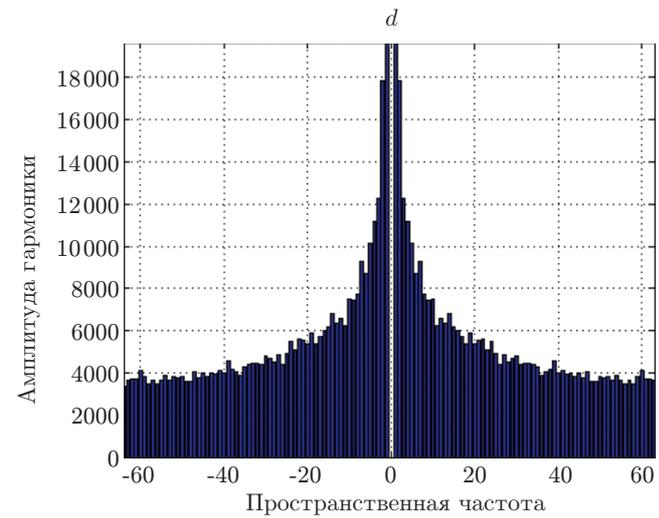
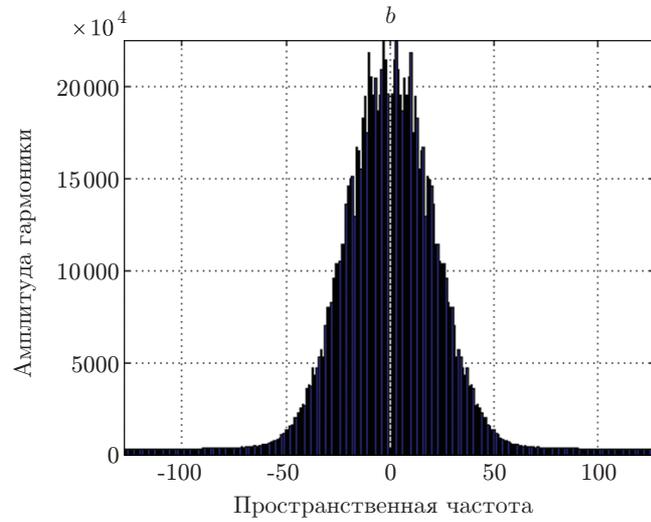
Нормирующий множитель

$$S_r = \sum_{k=-K}^K \sum_{l=-K}^K \exp(-(k^2 + l^2)/2r^2)$$

обеспечивал при фильтрации сохранение дисперсии изображения. Фильтр такого вида довольно часто используется для имитации влияния оптической системы на формирование изображения в её предметной плоскости. Изображения с различной шириной пространственного спектра формировались изменением ширины  $r$  импульсного отклика фильтра. Из каждого такого изображения путём прореживания с шагом  $d = 8$  и соответствующего сдвига начальных координат  $dx, dy$  ( $|dx|, |dy| < d$ ) строилась пара сдвинутых относительно друг друга на  $\mu = dx/d, \nu = dy/d$  дискретных изображений (текущее и опорное). Изменение параметра  $r$  позволяло формировать пары изображений, удовлетворяющие критерию Найквиста или в различной степени его нарушающие. Одно из прореженных изображений, полученное фильтрацией случайного поля фильтром с  $r = 16$ , и усреднённое центральное сечение его спектра мощности приведены на рисунках *a, b*.

Для имитации влияния фотоприёмного устройства на процесс регистрации некоторые непрерывные изображения после свёртки с гауссовым фильтром и перед прореживанием усреднялись в окне размера  $d \times d$ .

Ещё часть пар взаимно смещённых изображений формировались путём прореживания реального аэрофотоснимка. Для того чтобы при прореживании удовлетворялся критерий Найквиста, спектры исходных изображений предварительно умножались на П-образную весовую функцию с шириной, соответствующей шагу дискретизации. Прореженные изоб-



Дискретные изображения и их спектры мощности: модельное изображение, дискретное с соблюдением критерия Найквиста (*a*), и его спектр мощности (*b*); реальные аэрофотоснимки (*c*, *e*) и их амплитудные спектры (*d*, *f*). В спектре на рисунке *f* перед прореживанием подавлены гармоники, не удовлетворяющие критерию Найквиста

Таблица 1

СКО ошибок интерполяции при  $\sigma_b = 10$ ,  $\sigma = 0$ 

Параметры	СКО без ограничения спектра				СКО с ограничением спектра			
	Способы компенсации фона							
	1	2	3	4	1	2	3	4
$r = 4$ , без усреднения	8,9	4,2	4,0	4,5	8,9	3,1	2,0	0
$r = 6$ , без усреднения	6,4	1,54	1,00	0,8	6,4	1,46	0,8	0
$r = 8$ , без усреднения	4,8	0,64	0,32	0,17	4,8	0,63	0,29	0
$r = 5$ , усреднение в окне размера $8 \times 8$	5,2	0,76	0,39	0,33	5,2	0,73	0,3	0
$r = 16$ , без усреднения	2,5	0,13	0,12	0,14	2,5	0,06	0,06	0
Аэрофотоснимок	6,9	6,2	5,3	6,7	6,9	2,3	1,41	0

ражения, полученные без коррекции и с коррекцией исходного спектра, и их спектры мощности даны на рисунках  $c-f$ .

Рассматривались следующие способы компенсации фона:

1) вычисление межкадровой разности с использованием в качестве оценки фона опорного изображения (согласно (2) при  $n = 1$ );

2) оценивание дробного сдвига минимизацией функционала (5а) с последующим формированием оценки фона интерполяцией фильтром Ланцоша [7] второго порядка (размер  $5 \times 5$ );

3) использование ОЛП, т. е. формирование оценки фона интерполяционным фильтром, полученным минимизацией функционала (5б);

4) оценивание дробного сдвига минимизацией функционала (5а) с последующим формированием оценки фона интерполяцией идеальным низкочастотным фильтром (9) в частотной области (фурье-интерполяция).

Таблицы содержат основные результаты эксперимента по компенсации фона для различных типов спектров изображений при сдвигах  $\mu = \nu = 0,5$ . В табл. 1 приведены значения СКО ошибок интерполяции  $|\delta|$ , полученные при минимизации функционалов (5а) и (5б) для модельных и реальных пар кадров, не содержащих случайного шума. Результаты в левой части таблицы получены на кадрах, дискретизованных без предварительной коррекции спектра, в правой — на кадрах, спектр которых ограничен согласно критерию

Таблица 2

СКО межкадровой разности при  $\sigma_b = 10$ ,  $\sigma = 1$ 

Параметры	СКО			
	Способы компенсации фона			
	1	2	3	4
$r = 4$ , без усреднения	8,9	4,4	4,2	4,6
$r = 6$ , без усреднения	6,5	1,96	1,63	1,64
$r = 8$ , без усреднения	5,05	1,35	1,28	1,42
$r = 5$ , усреднение в окне размера $8 \times 8$	5,4	1,42	1,31	1,45
$r = 16$ , без усреднения	2,88	1,20	1,13	1,42
Аэрофотоснимок	7,10	6,42	5,48	6,92

Найквиста. Номера колонок соответствуют приведённым выше способам компенсации фона. Указаны параметры формирования непрерывного изображения, из которого была построена пара дискретных изображений.

В табл. 2 приведены СКО межкадровой разности при компенсации фона в парах изображений, сопровождаемых случайным шумом. Эксперимент выполнялся только с изображениями, при дискретизации которых спектр не корректировался.

Анализ результатов численного эксперимента показывает:

1. Ошибка интерполяции существенно зависит от характера пространственного спектра изображений (см. табл. 1), но даже для изображений с широким спектром при соблюдении критерия Найквиста СКО ошибок интерполяции уменьшается значимо (в 2–3 раза в строках 1 и 6 табл. 1). Как и следовало ожидать, фурье-интерполяция при этом сводит ошибки к нулю.

2. Компенсация целочисленных сдвигов позволяет уменьшить СКО межкадровой разности в 1,2–2 раза по сравнению с СКО фоновой компоненты, и только для очень гладких изображений с узким спектральным диапазоном (см. рисунки *a, b*) СКО снижается в 3 раза ( $r = 16$  в табл. 2).

3. Поведение СКО межкадровой разности при компенсации дробных сдвигов зависит как от ширины спектрального диапазона, в котором лежит фоновая составляющая, так и от способа вычисления межкадровой разности.

4. Если спектр фоновой компоненты удовлетворяет критерию Найквиста или незначительно его нарушает, СКО разности лежит ниже уровня  $\sqrt{2}\sigma$  (строки 3–5 табл. 2) и составляет 12–16 % от СКО фона при  $\sigma_b = 10\sigma$ .

5. Использование локальных операторов интерполяции, таких как интерполяция Ланцоша и ОЛП, выполненных по окрестности размера  $5 \times 5$  отсчётов, в ряде случаев (строки 2–5 табл. 2) даёт лучшие результаты, чем фурье-интерполяция. Это объясняется тем, что фурье-интерполяция сохраняет шумовую компоненту, тогда как при локальной интерполяции согласно выражениям (6) и (11) осуществляется ослабление шума.

6. Алгоритм интерполяции, основанный на ОЛП, во всех случаях даёт лучшие результаты, чем интерполяция Ланцоша, выигрыш составляет 5–15 %, однако вычислительные затраты при реализации ОЛП значительно превышают затраты на реализацию компенсации фона через интерполяцию Ланцоша.

7. При широком спектральном диапазоне фона (см. рисунки *c–f*) все рассмотренные алгоритмы не приводят к существенному уменьшению межкадровой разности (последняя строка в табл. 2), СКО разности снижается не более чем вдвое по сравнению с СКО фона. При этом наихудший результат получается при фурье-интерполяции в силу эффекта наложения паразитных порядков спектра, обусловленного дискретизацией.

**Заключение.** В данной работе выполнена сравнительная оценка эффективности алгоритмов подавления квазистационарного фона в последовательности изображений в целях выделения малоразмерных подвижных объектов. Экспериментально подтверждено предположение, что из локальных интерполяционных фильтров лучшее подавление обеспечивает фильтр, синтезированный посредством оптимального линейного прогноза. Определены аналитические зависимости СКО межкадровой разности от спектральных характеристик фона, позволяющие априорно выбрать приемлемый алгоритм обработки и оценить его эффективность. Показано, что при условии дискретизации изображений в соответствии с критерием Найквиста СКО разности может быть снижено до величины  $\sqrt{2}\sigma$ .

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ефимов В. М., Киричук В. С., Пустовских А. И., Резник А. Л. Методика обработки серии изображений // Автометрия. 1989. № 2. С. 23–28.

2. **Киричук В. С., Пустовских А. И.** Применение статистических методов в задаче оценивания стационарной части фона по серии изображений // Автометрия. 1988. № 3. С. 74–78.
3. **Губанов А. В., Ефимов В. М., Киричук В. С. и др.** Методы оценивания взаимного смещения фрагментов цифровых изображений // Автометрия. 1988. № 3. С. 70–73.
4. **Борзов С. М., Потатуркин О. И.** Обнаружение малоразмерных динамических объектов подвижной системой наблюдения // Автометрия. 2012. **48**, № 1. С. 23–29.
5. **Андерсен Т.** Статистический анализ временных рядов. М.: Мир, 1976. 756 с.
6. **Иванов В. А., Киричук В. С., Косых В. П.** Оценивание субпиксельного сдвига дискретных изображений // Автометрия. 2007. **43**, № 3. С. 15–30.
7. **Duchon С. Е.** Lanczos filtering in one and two dimensions // Journ. Appl. Meteorology. 1979. **18**, Is. 8. P. 1016–1022.

*Поступила в редакцию 12 июля 2013 г.*

---