

УДК 550.388.2; 554.510.535

РЕКОНСТРУКЦИЯ ВОЛНОВОГО ФРОНТА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СВЕТОВОГО ПОЛЯ ДАТЧИКОМ ШЭКА — ГАРТМАНА

В. В. Лавринов¹, Л. Н. Лавринова¹, М. В. Туев^{1,2}

¹Институт оптики атмосферы им. В. Е. Зуева СО РАН,
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

²Томский государственный университет,
634050, г. Томск, просп. Ленина, 36
E-mail: ln1@iao.ru

Эффективность адаптивной коррекции турбулентных искажений оптического излучения зависит от управления корректором с использованием информации, извлекаемой датчиком волнового фронта. Представлен алгоритм реконструкции волнового фронта, основанный на анализе его пространственных преобразований при прохождении светового поля через датчик волнового фронта Шэка — Гартмана и осуществляющий контроль за результатом работы системы.

Ключевые слова: ДВФ Шэка — Гартмана, реконструкция волнового фронта, координаты центроида.

Введение. Датчик волнового фронта (ДВФ) на основе схемы Шэка — Гартмана является наиболее распространённым в оптических системах. Одно из главных преимуществ такого датчика заключается в его способности измерять большой диапазон наклонов волнового фронта, когда искажения другими методами (например, интерференционными) определить невозможно [1–3], при этом ахроматичность прибора обеспечивает измерение наклонов независимо от длины волны излучения. Датчик может быть использован для нахождения аберраций в профиле неколлимированного лазерного пучка, кроме того, он обладает малой чувствительностью к механическим вибрациям и может работать с импульсами большой мощности и фемтосекундной длительностью [2, 3]. Алгоритмическая часть датчика Шэка — Гартмана включает в себя алгоритм реконструкции волнового фронта по данным, измеренным оптической частью (3, 4 на рис. 1).

Традиционный алгоритм реконструкции волнового фронта, основанный на представлении распределения фазы в виде разложения по полиномам Цернике, изначально предназначен для контроля оптических элементов. Этот алгоритм был перенесён на реконструкцию искажённого турбулентностью волнового фронта в адаптивных оптических системах (АОС) [4–6]. Распределение фазы в виде комбинации полиномов Цернике является сильно сглаженным приближением исходного распределения, содержащего турбулентные фазовые флуктуации [6, 7]. Разработка алгоритма, наиболее точно реконструирующего волновой фронт в адаптивной системе, включающей в себя корректирующее гибкое зеркало, остаётся актуальной и принципиально важной [4].

Реконструкцию волнового фронта посредством датчика Шэка — Гартмана можно рассматривать как преобразование трёхмерной поверхности, соответствующей фазовому распределению светового поля на входной апертуре датчика, сначала в двумерное представление в плоскости приёмного устройства в виде матрицы фокальных пятен (гартманограммы), затем из смещений координат центров тяжести фокальных пятен (центроидов) измеряемого волнового фронта относительно координат центроидов плоского волнового фронта в трёхмерное приближённое представление поверхности, имеющейся на входной

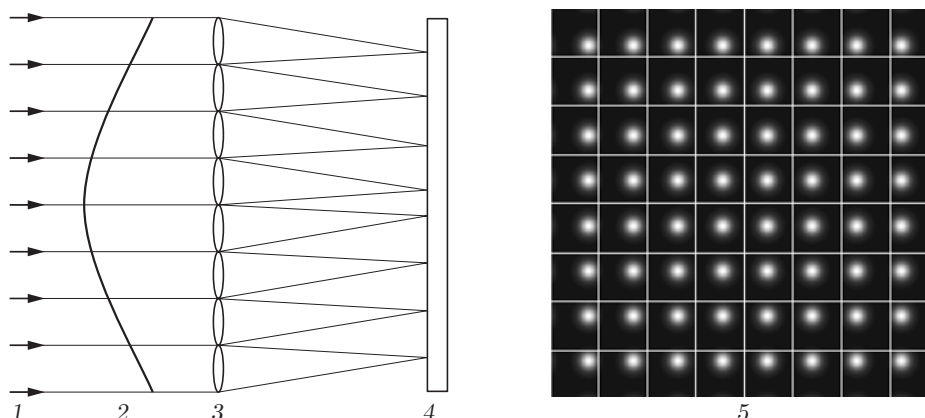


Рис. 1. Схематическое изображение действия ДВФ Шэка — Гартмана (1 — световое поле, 2 — измеряемый волновой фронт на входной апертуре датчика, 3 — линзовый растр, 4 — фотоприёмное устройство, 5 — гартманограмма)

апертуре датчика. Далее поверхность будет воспроизведена корректирующим гибким зеркалом. Информация о фазовой поверхности при таком преобразовании существенно меняется. Например, при поперечном переносе «замороженной» турбулентности вдоль плоскости линзового растра датчика в результате реконструкции волнового фронта получается совершенно новое его представление [7]. При смещении волнового фронта, проходящего на входную апертуру датчика, вдоль плоскости линзового растра и изменении одной пространственной координаты всех точек волнового фронта для каждой из них меняются оба угла наклона волнового фронта. Это становится явным при рассмотрении пространственной интерпретации преобразования волнового фронта датчиком Шэка — Гартмана.

Цель данной работы — анализ процесса изменения информации о фазе при прохождении светового поля через линзовый растр датчика и развитие алгоритма реконструкции волнового фронта по измеренным наклонам.

Трёхмерная интерпретация преобразования волнового фронта при прохождении светового поля через линзовый растр. После прохождения светового поля через линзовый растр, состоящий из линз размером d , размещённых вплотную друг к другу (рис. 2, *a*), информация о световом поле представляется набором локальных наклонов участков волнового фронта (рис. 2, *b*).

Задавая системы координат в плоскостях линзового растра и приёмного устройства и используя законы геометрической оптики, по измерениям датчика Шэка — Гартмана можно с помощью аналитических выражений рассчитать координаты соответствующих точек трёхмерной поверхности фазового распределения на входной апертуре датчика. В результате вычислений получим набор точек. Размерности набора точек и линзового растра равны. Этим набором может быть описана некая трёхмерная поверхность. Чем больше линз в растре, тем большее число точек поверхности фазового распределения будет определено и тем точнее может быть аппроксимирован волновой фронт. Для построения аппроксимированной поверхности измеряемого фазового распределения необходимо решить следующие задачи:

1. Определить аналитические выражения, связывающие координаты центроидов в плоскости приёмного устройства с пространственными координатами точек волнового фронта на входной апертуре датчика.

2. Совместить друг с другом в системе координат линзового растра точки измеряемого волнового фронта с вычисленными пространственными координатами относительно локальных систем отсчёта отдельных субапертур.

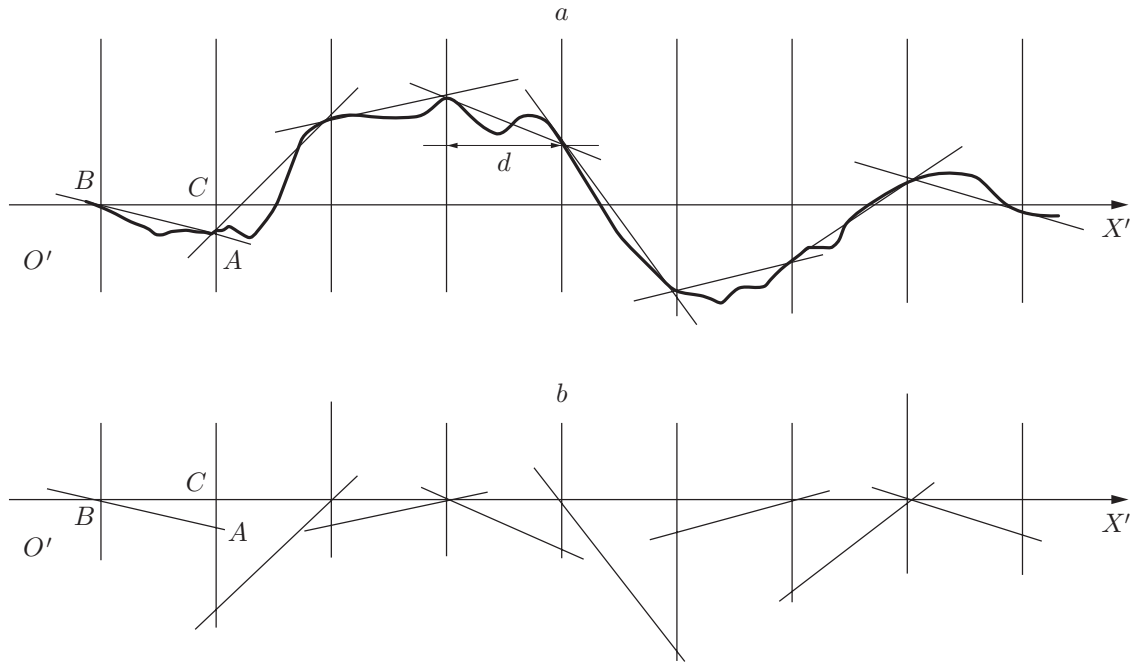


Рис. 2. Иллюстрация преобразования волнового фронта линзовым растром: *a* — профиль волнового фронта на входной апертуре датчика и его приближения первого порядка, *b* — представление информации о световом поле после его разбиения линзовым растром на участки ($O'X'$ — профиль плоскости линзового растра)

3. Построить поверхность измеряемого фазового распределения.

Выражение пространственных координат точки волнового фронта, приходящего на субапертуру, через координаты центроида. Локальные наклоны волнового фронта пропорциональны разностям координат центроидов измеряемого волнового фронта относительно координат центроидов опорного в фокальной плоскости линзы в пределах соответствующей субапертуры [5]. Для плоского волнового фронта в качестве опорного координаты центроида совпадают с началом локальной системы координат.

Центру тяжести фокального пятна в плоскости приёмного устройства соответствует точка плоскости (рис. 3), являющейся приближением первого порядка участка волнового фронта на входной апертуре датчика (см. рис. 2, *a*). Координаты этой точки могут быть определены относительно плоскости данной субапертуры и её оптической оси OZ , совпадающей с направлением распространения излучения.

На рис. 3 представлено прохождение оптического излучения через одиночную (k -ю в растре) субапертуру $BFCE$. Точка $K(x_k, y_k, z_k)$ есть точка пересечения прямых AB и DE , образующих с осями OX и OY в плоскости субапертуры углы наклона волнового фронта $\angle ABC = \alpha$ и $\angle DEF = \beta$, и лежит в плоскости, являющейся приближением k -го участка волнового фронта.

Координаты k -го центроида, обозначенного точкой $P(\xi_k, \eta_k)$ в плоскости приёмного устройства, и координаты точки $K(x_k, y_k, z_k)$ связаны аналитическими выражениями

$$x_k = \text{sgn}(\xi_k) \frac{d}{2} \frac{\xi_k^2}{f \sqrt{f^2 + \eta_k^2 + \xi_k^2}}; \quad y_k = \text{sgn}(\eta_k) \frac{d}{2} \frac{\eta_k^2}{f \sqrt{f^2 + \xi_k^2 + \eta_k^2}}, \quad (1)$$

$$z_k = -f \sqrt{(x_k^2 + y_k^2) / (\xi_k^2 + \eta_k^2)}, \quad (2)$$

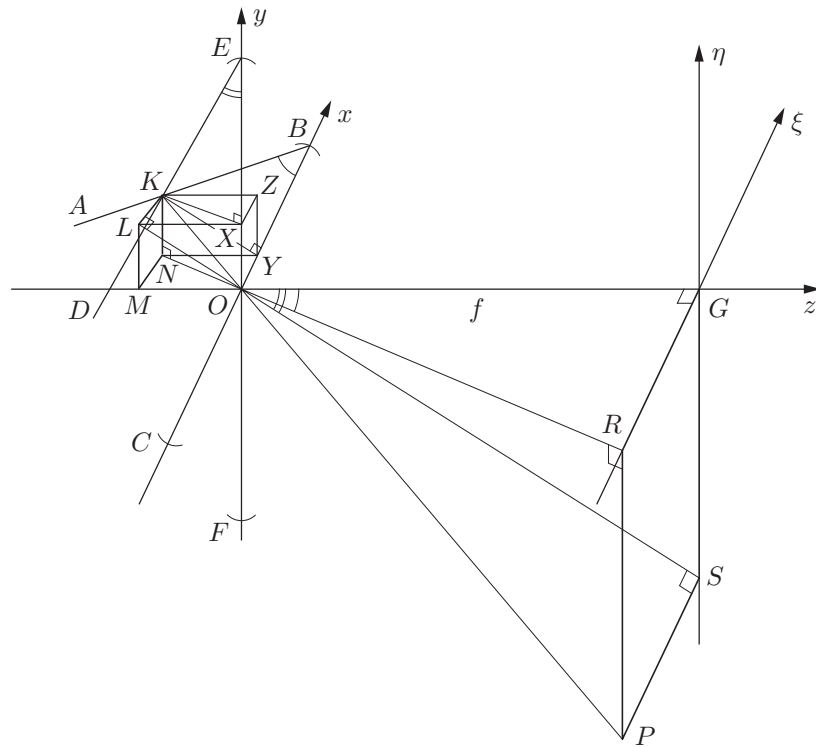


Рис. 3. Схематическое изображение прохождения оптического излучения через одиночную субапертуру в линзовом растре ДВФ Шэка — Гартмана

где $k = 1, \dots, N_{\text{lens}}$ — номер субапертуры раstra; $N_{\text{lens}} = N \times N$ — число субапертур; f — фокусное расстояние. Если $\xi_k = 0$, то $x_k = 0$, $y_k = \text{sgn}(\eta_k) \frac{d}{2} \frac{\eta_k^2}{f^2 + \eta_k^2}$, $z_k = -fy_k/\eta_k$.

Если $\eta_k = 0$, то $x_k = \text{sgn}(\xi_k) \frac{d}{2} \frac{\xi_k^2}{f^2 + \xi_k^2}$, $y_k = 0$, $z_k = -fx_k/\xi_k$ [7]. С учётом того, что центры локальных систем координат (x, y, z) и (ξ, η) совпадают с оптическим центром субапертуры и с центром области фокального пятна в плоскости приёмного устройства, знаки координат x_k и y_k определяются в соответствии со знаками ξ_k и η_k . Координаты x_k , y_k принимают знак «+» или «-», если $\xi_k < 0$ и $\eta_k < 0$ или $\xi_k > 0$ и $\eta_k > 0$. При этом центроид находится в нижней правой или верхней левой полуплоскостях (ξ, η) .

Положение плоскости, являющейся приближением волнового фронта, также определяется знаками координат ξ_k , η_k и величинами углов наклона α и β , причём $\alpha \ll 90^\circ$, $\beta \ll 90^\circ$. При малых значениях α и β выражения для углов будут иметь вид $\alpha \cong \text{tg } \alpha = (1/f)\eta_k$, $\beta \cong \text{tg } \beta = (1/f)\xi_k$.

Алгоритм перехода от систем координат отдельных субапертур к системе координат линзового раstra. Плоскость $B_1D_1A_1E_1$ на рис. 4, где углы $A_1B_1C_1$ и $D_1E_1F_1$ — это углы наклона участка измеряемого волнового фронта, содержит точки $K_1(d/2 - x_1; d/2 - y_1; z_1)$, $B_1(0; d/2; 0)$, $E_1(d/2; 0; 0)$, определённые в системе координат первой субапертуры с началом отсчёта в точке O , и является приближением первого порядка участка волнового фронта. По этим трём точкам можно записать уравнение плоскости $B_1K_1E_1$ в следующем виде:

$$z_1(x + y + d/2) - z(x_1 - y_1 + d/2) = 0. \quad (3)$$

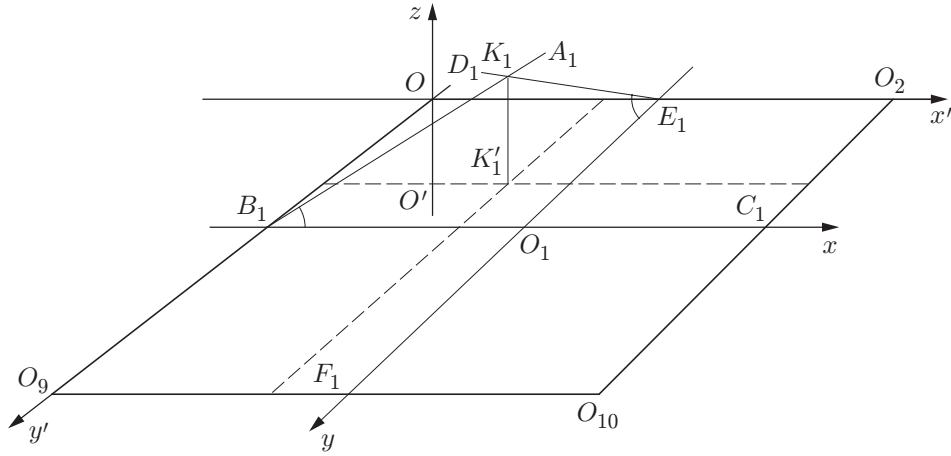


Рис. 4. Приближение первого порядка участка измеряемого волнового фронта представляет плоскость $B_1K_1E_1$

Точкой пересечения плоскости $B_1K_1E_1$ с осью z является $O'(0; 0; z_1d/2(x_1 - y_1 + d/2))$. С помощью уравнения (3) вычислены координаты точек $O'_2(d; 0; z_13d/2(x_1 - y_1 + d/2))$, $O'_9(0; d; z_13d/2(x_1 - y_1 + d/2))$, принадлежащих плоскости $B_1K_1E_1$. Проекции из этих точек на оси системы координат относительно центра O есть точки $O_2(d; 0; 0)$ и $O_9(0; d; 0)$.

Возможны четыре варианта плоскостей в зависимости от положения центра относительно центра субапертуры в системе координат линзового раstra. Первый вариант плоскостей (см. рис. 3 и 4) может быть получен по точкам с координатами

$$K_k(d(l-1/2) - x_k; d(m-1/2) - y_k; z_k), \quad B_k(d(l-1); d(m-1/2); 0), \quad E_k(d(l-1/2); d(m-1); 0),$$

где целая часть $m = k/N + 1$ — номер строки в матрице линз; $l = k - (m-1)N$ — номер столбца, при этом $k = (m-1)N + l$. Второй, третий и четвёртый варианты плоскостей имеют следующий вид:

$$K_k(d(l-1/2) + x_k; d(m-1/2) - y_k; z_k), \quad B_k(dl; d(m-1/2); 0), \quad E_k(d(l-1/2); d(m-1); 0);$$

$$K_k(d(l-1/2) + x_k; d(m-1/2) + y_k; z_k), \quad B_k(dl; d(m-1/2); 0), \quad E_k(d(l-1/2); dm; 0);$$

$$K_k(d(l-1/2) - x_k; d(m-1/2) + y_k; z_k), \quad B_k(d(l-1); d(m-1/2); 0), \quad E_k(d(l-1/2); dm; 0).$$

Таким образом, если $\xi_k < 0$ и $\eta_k < 0$, уравнение плоскости имеет вид

$$z_k[x(B-D) + y(C+A) + (AB+CD)] +$$

$$+ z[(A-x_k)(B+D) + (B-y_k)(C-A) - (AB+CD)] = 0, \quad (4)$$

где $A = d(l-1/2)$, $B = d(m-1/2)$, $C = d(l-1)$, $D = d(m-1)$ — коэффициенты, характеризующие расположение субапертуры в матрице гартманогаммы.

Значения координат $\xi_k > 0$ и $\eta_k < 0$ соответствуют второму варианту плоскостей, для которого в выражении (4) меняется знак перед параметром x_k на противоположный; $C = dl$, $D = d(m-1)$. Координаты $\xi_k > 0$ и $\eta_k > 0$ представляют третий вариант

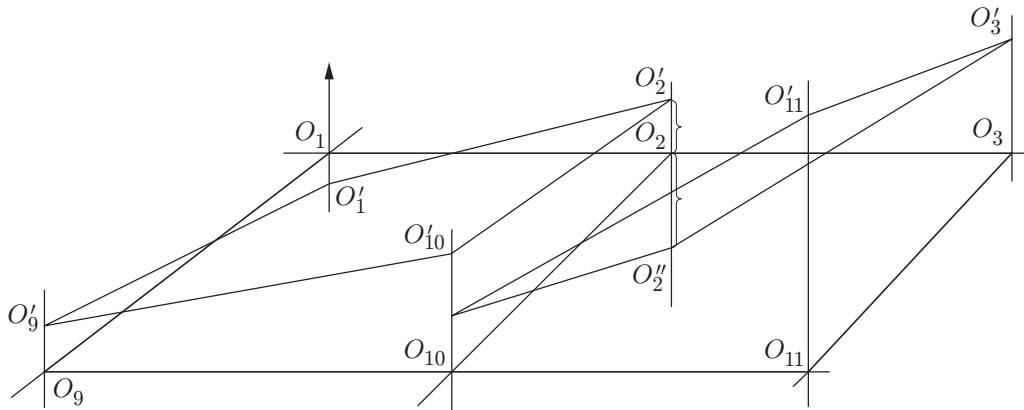


Рис. 5. Совмещение плоскостей, определённых в системах координат различных субапертур

плоскостей, тогда меняются знаки в (4) перед параметрами x_k и y_k ; $C = dl$; $D = dm$. Если $\xi_k < 0$ и $\eta_k > 0$, что имеет место для четвёртого варианта плоскостей, то в (4) меняется знак перед параметром y_k ; $C = d(l - 1)$, $D = dm$.

По одному из вышеперечисленных уравнений плоскости вычисляются координаты четырёх узловых точек:

$$((l - 1)d; (m - 1)d; z_k^1), \quad (ld; (m - 1)d; z_k^2), \quad (ld; md; z_k^3), \quad ((l - 1)d; md; z_k^4).$$

Если линзы в растре размещены не вплотную друг к другу, а на расстоянии δ , то, полагая, что $\delta + d$ есть расстояние между центрами субапертур, вычисляются следующие координаты:

$$((l - 1)d - \delta/2; (m - 1)d - \delta/2; z_k^1), \quad (ld + \delta/2; (m - 1)d - \delta/2; z_k^2),$$

$$(ld + \delta/2; md + \delta/2; z_k^3), \quad ((l - 1)d - \delta/2; md + \delta/2; z_k^4).$$

Начиная со второго участка волнового фронта, переход к системе координат линзового раstra осуществляется суммированием вычисленного по формулам (2) значения координаты z_k и двух величин, обозначенных на рис. 5 фигурными скобками. Первая величина соответствует длине отрезка O_2O_2'' , т. е. расстоянию от центра системы координат субапертуры до точки пересечения построенной плоскости данного участка волнового фронта с осью z (первой узловой точки). Вторая величина представляет длину отрезка $O_2'O_2$, т. е. значение координаты z во второй узловой точке предыдущего участка волнового фронта, в эту точку смещается центр системы координат данного участка.

Последовательность совмещения следующего приближения участка волнового фронта с предыдущим выполняется в соответствии с последовательностью вычисления координат центров с камеры.

Пусть начало системы координат линзового раstra в точке $(0; 0; z_1^1)$, тогда координаты точек измеряемого волнового фронта определяются из следующих выражений:

$$x'_k = ld - d/2 - x_k; \quad y'_k = md - d/2 - y_k;$$

$$z'_k = z_k + \sum_{i=1}^k z_i^1 + \sum_{i=1}^{k-1} z_i^2, \quad \text{если } m = 1; \quad (5)$$

$$z'_k = z_k + \sum_{i=2}^m z_{N(i-2)+1}^1 + \sum_{i=2}^m z_{N(i-2)+1}^2 + \sum_{i=N(m-1)+1}^k z_i^1 + \sum_{i=N(m-1)+1}^k z_i^4, \quad \text{если } m > 1.$$

В результате перехода от значений $(x_k; y_k; z_k)$, вычисленных в системах координат отдельных субапертур, к значениям $(x'_k; y'_k; z'_k)$ в системе координат, заданной относительно всего линзового растра, определяется набор точек, принадлежащих одной трёхмерной поверхности. Эта поверхность является приближением первого порядка фазового распределения светового поля на входной апертуре датчика (см. рис. 2, а).

Другой набор точек $(\tilde{x}'_k; \tilde{y}'_k; \tilde{z}'_k)$ можно получить, если, подставив в уравнения плоскостей (4) значения координат $x_k; y_k; z_k$, рассчитать значения координаты \tilde{z}'_k в центрах субапертур $O_k(d(l-1/2); d(m-1/2); \tilde{z}'_k)$ и затем по формулам (5) перейти к системе координат линзового растра.

Построение поверхности фазового распределения. Один из возможных способов построения волнового фронта $W(x, y)$ по набору точек $(x'_k; y'_k; z'_k)$ основан на интерполяции Лагранжа, не требующей предварительного определения коэффициентов аппроксимирующих полиномов, т. е. интерполяции функции $W(x, y) = z_k$, заданной в точках (x_k, y_k) [8].

Пусть узлы интерполяции расположены в (x_i, y_j) , где $i = k/N + 1$, $j = k - (i-1)N$, $i, j = 1, \dots, N$, и в них известны значения функции z_{ij} . Если все x_i и y_j различны, то существует единственный полином $W(x, y)$, принимающий значения z_{ij} , и его степень по переменным x и y не превосходит $N-1$. Чтобы построить выражение для $W(x, y)$, воспользуемся интерполяционной формой Лагранжа. Обозначим

$$P(x) = (x - x_1) \times \dots \times (x - x_N); \quad \tilde{P}(y) = (y - y_1) \times \dots \times (y - y_N), \quad (6)$$

$$P_i(x) = \frac{P(x)}{(x - x_i)} = (x - x_1) \times \dots \times (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \times \dots \times (x - x_N), \quad (7)$$

$$\tilde{P}_j(y) = \frac{\tilde{P}(y)}{(y - y_j)} = (y - y_1) \times \dots \times (y - y_{j-1})(y - y_{j+1}) \times \dots \times (y - y_N). \quad (8)$$

Тогда функция $W(x, y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N z_{ij} P_i(x) \tilde{P}_j(y)$ соответствует трёхмерной поверхности фазового распределения на входной апертуре датчика.

Численный эксперимент. Сценарий численных экспериментов следующий (см. рис. 1): световое поле с равномерным распределением амплитуды и фазы проходило через экран, размещённый на входной апертуре ДВФ Шэка — Гартмана: $\varphi(x, y) = a_f(x^2 + y^2)$, и приобретало вид дефокусирующей поверхности.

Распространение светового поля реализовывалось решением параболического уравнения квазиоптики относительно комплексной амплитуды $E = E(\boldsymbol{\rho}, z, t)$ [9]:

$$2ik \frac{\partial E}{\partial z} = \Delta_{\perp} E + 2\kappa^2 \tilde{n}(x, y) E, \quad (9)$$

где $\tilde{n}(x, y)$ — заданное поле флуктуаций показателя преломления; $\kappa = 2\pi/\lambda$ — волновое число (λ — длина волны); $\Delta_{\perp} = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ — оператор Лапласа; $\boldsymbol{\rho} = |\boldsymbol{\rho}|$, $\boldsymbol{\rho} = (x, y)$ — координаты в поперечном сечении светового поля.

Затем поле линзовым растром делилось на отдельные пучки, которые фокусировались в плоскости регистрации. Далее по изображению от видеокамеры относительно центров субапертур определялись координаты центроидов [10]:

$$\xi_k = \sum_{i=1}^{n_i} i I_i / \sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} I_{ij}; \quad \eta_k = \sum_{j=1}^{n_j} j I_j / \sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} I_{ij}, \quad I_i = \sum_{j=1}^{n_j} I_{ij}, \quad I_j = \sum_{i=1}^{n_i} I_{ij}, \quad (10)$$

где I_{ij} — измеренное значение интенсивности сигнала элемента с координатами i, j ; $i = 1, 2, \dots, n_i$; $j = 1, 2, \dots, n_j$; n_i, n_j — размеры субапертур.

Расчёты проводились на сетке, содержащей 512×512 пикселей. Волновой фронт анализировался датчиком Шэка — Гартмана с линзовым растром, состоящим из $N \times N = 8 \times 8$ субапертур с фокусным расстоянием $f \approx 2$ мм; $N_{\text{lens}} = 64$ — число линз в растре. Размер субапертуры составлял 64×64 пикселя и соответствовал расстоянию между центрами субапертур ($\lambda = 0,63$ мкм).

Мерой отклонения реконструированного волнового фронта $W(x, y)$ от заданной функции $\varphi(x, y)$ на множестве точек (x_k, y_k) является величина среднеквадратического приближения

$$\sigma^2 = \sum_{k=1}^N (W(x_k, y_k) - a_f(x_k^2 + y_k^2))^2,$$

минимальное значение которого обеспечивает точность аппроксимации полиномиальной формой Лагранжа, т. е. числом узловых точек или числом субапертур.

На рис. 6 представлено среднеквадратическое отклонение σ^2 волнового фронта, рассчитанного на основе пространственной интерпретации его преобразования по формулам (1)–(8), от заданного волнового фронта, приходящего на входную апертуру датчика в зависимости от коэффициента a_f . Коэффициент a_f задан в длинах волн, нормированных на величину λ . Значения σ^2 нормированы на среднеквадратическое отклонение для $a_f = 1$. В данном эксперименте среднеквадратическая ошибка составляет много меньше одного процента (0,0076 %).

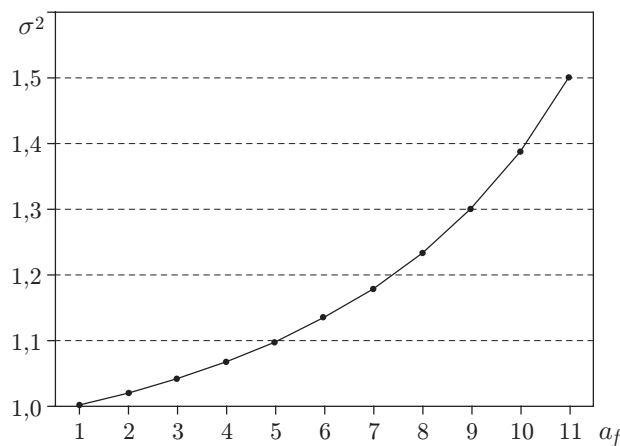


Рис. 6. Зависимость среднеквадратической ошибки реконструированного волнового фронта от радиуса кривизны

Заключение. Основная задача ДВФ в адаптивных оптических системах — осуществление управления корректирующим устройством с использованием информации об интенсивности оптического излучения, которая преобразуется датчиком в двумерное распределение фазы. При этом измеренное распределение фазы значительно отличается от фазового, приходящего на входную апертуру датчика. Один из факторов, влияющих на точность реконструкции волнового фронта датчиком Шэка — Гартмана, обусловлен его оптической частью и заключается в том, что обычные линзы растра при прохождении через них светового поля вносят в него искажения в виде оптических аберраций. Эта проблема может быть решена, если заменить обычные линзы оптическими элементами, не допускающими аберрационных искажений, например длиннофокусными линзами [11].

Другой фактор определяется идеологией реконструкции, реализованной в алгоритме. Реконструкция волнового фронта, как правило, осуществляется на основе двух подходов: модального и зонального [7]. Суть модальной реконструкции заключается в том, что искомое распределение представляется в виде разложения в некотором базисе полиномов (Цернике, Карунен — Лоэва) и осуществляется подгонка локальных наклонов этого разложения к оценкам, полученным в ДВФ. Локальный наклон обычно определяется как совокупность коэффициентов аппроксимации линейной функцией, т. е. решается задача подгонки к ближайшей плоскости. В предложенном нами способе реконструкции волнового фронта также по двум локальным наклонам записывается уравнение плоскости, являющейся приближением первого порядка участка волнового фронта, приходящего на субапертуру. В случае зональной реконструкции формируются фазовые соотношения между центрами соседних субапертур. Затем решается уравнение минимальной невязки. Эта задача рассматривается при условии, когда полученные для отдельных субапертур плоскости совмещаются друг с другом в системе координат линзового растра. Таким образом, разработанный способ включает в себя элементы и модальной, и зональной идеологии реконструкции волнового фронта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лукин В. П. Динамические характеристики адаптивных оптических систем // Оптика атмосферы и океана. 2010. **23**, № 11. С. 1027–1035.
2. Кудряшов А. В., Самаркин В. В., Шелдакова Ю. В., Александров А. Г. Анализ способа компенсации волнового фронта при использовании датчика Шэка — Гартмана как элемента адаптивной оптической системы // Автометрия. 2012. **48**, № 2. С. 52–58.
3. Ляхов Д. М., Шанин О. И., Щипалкин В. И. Модифицированный метод Гартмана для измерения характеристик широкоапертурных адаптивных зеркал // Там же. С. 86–91.
4. Безуглов Д. А., Сахаров И. А., Решетникова И. В. Метод оптимизации топологии датчика волнового фронта // Оптика атмосферы и океана. 2008. **21**, № 11. С. 998–1003.
5. Александров А. Г., Завалова В. Е., Кудряшов А. В. и др. Адаптивная оптика для мощных лазеров со сверхкороткими импульсами излучения // Современные лазерно-информационные и лазерные технологии: Сб. тр. ИПЛИТ РАН. М.: Интерконтакт Наука, 2005. С. 55–61.
6. Антошкин Л. В., Коняев П. А., Лавринов В. В. и др. Адаптивная коррекция и обработка изображений в датчике Гартмана // Методы и устройства передачи и обработки информации: Межвуз. сб. науч. тр. Муром: ВлГУ, 2008. № 10. С. 187–195.
7. Антошкин Л. В., Лавринов В. В., Лавринова Л. Н. и др. Особенности опережающей коррекции турбулентных искажений по измерениям датчика Шэка — Гартмана // Оптика атмосферы и океана. 2010. **23**, № 11. С. 1042–1047.

8. **Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М.** Численные методы. М.: Наука, 1987. 600 с.
9. **Лукин В. П., Фортес Б. В.** Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 211 с.
10. **Антошкин Л. В., Лавринов В. В., Лавринова Л. Н., Лукин В. В.** Особенности применения фотоприёмных устройств в датчиках волнового фронта Шэка — Гартмана // Автометрия. 2012. **48**, № 2. С. 44–51.
11. **Лукин В. П., Ботыгина Н. Н., Емалеев О. Н. и др.** Датчик Шэка — Гартмана на основе раstra низкоапертурных внеосевых дифракционных линз // Автометрия. 2009. **45**, № 2. С. 88–98.

Поступила в редакцию 20 августа 2012 г.
