

УДК 681.5

УПРАВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРАМИ ПОЛЁТА КВАДРОКОПТЕРА ПРИ ДВИЖЕНИИ ПО ЗАДАННОЙ ТРАЕКТОРИИ

С. А. Белоконь, Ю. Н. Золотухин, А. С. Мальцев, А. А. Нестеров,
М. Н. Филиппов, А. П. Ян

*Институт автоматизации и электрометрии СО РАН,
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1
E-mail: zol@idisys.iae.nsk.su*

Рассматривается задача управления движением по заданной в пространстве координат траектории автономного беспилотного летательного аппарата вертикальных взлёта и посадки. Предлагается метод построения системы автоматического управления взлётом и полётом квадрокоптера, получены аналитические соотношения управляющих воздействий для четырёх двигателей, обеспечивающих движение аппарата по заданной траектории с желаемыми значениями высоты и скорости.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, управление движением, квадрокоптер.

Введение. Концепция квадрокоптера — четырёхвинтового летательного аппарата — известна достаточно давно. В 1907 году поднялся в воздух геликоптер "Gyroplane N 1" [1]. Этот аппарат имел четыре пропеллера, причём две пары винтов вращались в противоположных направлениях. Путём изменения скорости вращения роторов можно было менять подъёмную силу и передвигаться. В октябре 1922 года совершил первый полёт аппарат вертикального подъёма весом 1678 кг, разработанный по заказу Военно-воздушных сил США. Аппарат был оснащён четырьмя пропеллерами диаметром 8,1 м; он совершил более 100 полётов, в том числе один с тремя пассажирами [2].

В последнее десятилетие в связи с успехами в областях микромеханики и микроэлектроники возродился интерес к квадрокоптерным конфигурациям беспилотных летательных аппаратов. В [3] разработаны динамическая модель четырёхвинтового вертолёта и контроллер динамической обратной связи. В работе [4] предложена динамическая модель квадрокоптера для анализа движения в режимах устойчивого зависания и прямолинейного полёта. Влияние сложности динамического представления модели на качество управления исследовано в [5]; для управления в пространстве состояний авторами приведены две модели квадрокоптера: полная и частичная (основанная на углах Эйлера); даны сравнительные результаты моделирования. В работе [6] рассмотрен устойчивый алгоритм нелинейного управления квадрокоптером в режиме зависания. Динамическая модель квадрокоптера получена с использованием метода Лагранжа. Предложенный алгоритм управления основан на управляющей стратегии вложенных ограничений. Авторы [7] представили конструкцию квадрокоптера OS4, разработанного в Autonomous Systems Laboratory (EPFL, Швейцария), а также результаты моделирования и эксперимента на примере удержания заданных высоты и ориентации при наличии шумов. В работе [8] проведён сравнительный анализ двух методов нелинейного управления: метода бэкстеппинга и скользящего режима.

Квадрокоптеры использованы при исследованиях управления группировками динамических объектов в Стенфорде [9] и Массачусетском технологическом институте [10].

Остаётся актуальной проблема создания алгоритмов управления, реализующих динамические свойства манёвренных летательных аппаратов.

В данной работе для управления квадрокоптером используется предложенный нами и успешно применённый в ряде приложений [11, 12] метод организации вынужденного движения по желаемой траектории в пространстве состояний объекта.

Постановка задачи. Положение квадрокоптера в пространстве характеризуется координатами x, y, z центра масс аппарата в неподвижной декартовой системе координат и тремя углами поворота вокруг осей x_b, y_b, z_b системы координат, жёстко связанной с аппаратом, причём начало координат совпадает с центром масс аппарата. Общепринятыми являются следующие обозначения: ψ — угол рыскания, т. е. угол поворота вокруг оси z_b ($-\infty < \psi < \infty$); φ — угол крена, или угол поворота вокруг оси x_b ($-\pi/2 < \varphi < \pi/2$); ϑ — угол тангажа, т. е. угол поворота вокруг оси y_b ($-\pi/2 < \vartheta < \pi/2$).

Уравнения, описывающие движение квадрокоптера в указанных координатах, и ориентация осей x_b, y_b, z_b приведены в [13, 14]:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = (\sin \psi \cdot \sin \varphi + \cos \psi \cdot \cos \varphi \cdot \sin \vartheta)u_1, \\ m\ddot{y} = (-\cos \psi \cdot \sin \varphi + \sin \psi \cdot \cos \varphi \cdot \sin \vartheta)u_1, \\ m\ddot{z} = \cos \varphi \cdot \cos \vartheta \cdot u_1 - mg, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} I_{xx}\ddot{\varphi} = u_2 - (I_{zz} - I_{yy})\dot{\vartheta}\dot{\psi}, \\ I_{yy}\ddot{\vartheta} = u_3 - (I_{xx} - I_{zz})\dot{\varphi}\dot{\psi}, \\ I_{zz}\ddot{\psi} = u_4. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь m — масса квадрокоптера; g — ускорение силы тяжести; I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} — моменты инерции относительно соответствующих осей квадрокоптера. Точками над знаками переменных обозначаются производные по времени.

Сила u_1 , направленная по оси z_b аппарата, и вращающие моменты u_2, u_3, u_4 определяются через силы тяги F_1, F_2, F_3, F_4 , создаваемые винтами квадрокоптера:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -l & 0 & l \\ -l & 0 & l & 0 \\ -\lambda & \lambda & -\lambda & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где l — расстояние от осей винтов до центра масс квадрокоптера; λ — коэффициент пропорциональности между тягами винтов и реактивными моментами вращения относительно оси z_b , создаваемыми винтами.

Ставится задача определения управляющих параметров u_1, u_2, u_3, u_4 , обеспечивающих устойчивое движение квадрокоптера по желаемой траектории, включающей взлёт, движение по выбранной траектории в заданную точку пространства с заданной скоростью и посадку в заданном месте.

Метод решения. В работе [11] предложена система управления, которая реализует движение квадрокоптера по прямой линии, соединяющей начальную и конечную точки траектории, с заданной скоростью на заданной высоте над поверхностью земли с учётом рельефа местности.

В данной работе предлагается методика нахождения управляющих параметров u_1, u_2, u_3, u_4 , гарантирующих движение квадрокоптера по траектории, определяемой уравнениями

$$f(x, y) = 0; \quad z = z_{\text{ref}}(x, y), \quad (4)$$

со скоростью

$$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = v_{\text{ref}}(x, y). \quad (5)$$

Далее будем предполагать, что задания по высоте $z_{\text{ref}}(x, y)$ и скорости $v_{\text{ref}}(x, y)$ являются кусочно-постоянными функциями, т. е. изменяются только в некоторых изолированных точках траектории, что позволяет считать их производные по времени равными нулю везде, кроме изолированных точек траектории.

Предполагается также, что координаты центра масс квадрокоптера и его ориентация в пространстве в каждый момент времени известны, а двигатели обладают достаточной мощностью.

От функции $f(x, y)$ потребуем существования частных производных до второго порядка включительно. При этом первые частные производные не должны быть равными нулю одновременно, а кривая $f(x, y) = 0$ не должна иметь точек самопересечения кроме, может быть, начала и конца траектории.

Пусть в момент $t \in [t_0, t_1]$, где t_0 и t_1 — моменты времени начала и окончания движения квадрокоптера, положение его центра масс находится из решений $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$ уравнений (1), (2) при некоторых значениях управляющих параметров u_1, u_2, u_3, u_4 . Определим близость центра масс к траектории (4), (5) величинами $f(x(t), y(t))$ и $z(t) - z_{\text{ref}}(x(t), y(t))$.

Введём функции

$$\begin{cases} S_f = \frac{df}{dt} + k_f f, \\ S_z = \frac{d}{dt}(z - z_{\text{ref}}) + k_z(z - z_{\text{ref}}), \\ S_v = v - v_{\text{ref}} \end{cases} \quad (6)$$

и потребуем выполнения условий

$$S_f = 0; \quad S_z = 0; \quad S_v = 0. \quad (7)$$

В этом случае справедливы соотношения

$$\begin{cases} f = f_0 \exp(-k_f(t - t_0)), \\ z - z_{\text{ref}} = (z_0 - z_{\text{ref}0}) \exp(-k_z(t - t_0)), \\ v - v_{\text{ref}} = 0, \end{cases} \quad (8)$$

т. е. квадрокоптер экспоненциально с постоянными времени $1/k_f, 1/k_z$ выходит на траекторию (4), (5). В (8) $f_0 = f(x(t_0), y(t_0)); z_0 = z(t_0); z_{\text{ref}0} = z_{\text{ref}}(x(t_0), y(t_0))$.

Для удержания квадрокоптера на заданной траектории условия (7) должны выполняться во всех точках траектории, т. е. необходимо выполнение следующих неравенств:

$$\frac{d}{dt} S_f^2 \leq 0; \quad \frac{d}{dt} S_z^2 \leq 0; \quad \frac{d}{dt} S_v^2 \leq 0. \quad (9)$$

Усилим условия (9), положив

$$\frac{d}{dt} S_f^2 = -2\alpha_f S_f^2, \quad \frac{d}{dt} S_z^2 = -2\alpha_z S_z^2, \quad \frac{d}{dt} S_v^2 = -2\alpha_v S_v^2,$$

т. е.

$$\dot{S}_f = -\alpha_f S_f; \quad \dot{S}_z = -\alpha_z S_z; \quad \dot{S}_v = -\alpha_v S_v. \quad (10)$$

Здесь $\alpha_f > 0$, $\alpha_z > 0$, $\alpha_v > 0$ определяют постоянные времена $1/\alpha_f$, $1/\alpha_z$, $1/\alpha_v$, с которыми S_f , S_z , S_v экспоненциально стремятся к нулю.

Дифференцируя соотношения (6) и подставляя результаты в (10), получим уравнения для вычисления вторых производных \ddot{x} , \ddot{y} , \ddot{z} , гарантирующих выход квадрокоптера на заданную траекторию и движение по этой траектории:

$$\begin{cases} f_x \ddot{x} + f_y \ddot{y} = A(x, y, \dot{x}, \dot{y}), \\ \frac{\dot{x} \ddot{x} + \dot{y} \ddot{y}}{v} = B(x, y, \dot{x}, \dot{y}, v_{\text{ref}}), \\ \ddot{z} = C(z, \dot{z}, z_{\text{ref}}), \end{cases} \quad (11)$$

где

$$\begin{cases} A(x, y, \dot{x}, \dot{y}) = -\alpha_f S_f - k_f (f_x \dot{x} + f_y \dot{y}) - 2f_{xy} \dot{x} \dot{y} - f_{xx} \dot{x}^2 - f_{yy} \dot{y}^2, \\ B(x, y, \dot{x}, \dot{y}, v_{\text{ref}}) = -\alpha_v S_v, \\ C(z, \dot{z}, z_{\text{ref}}) = -\alpha_z S_z - k_z \dot{z}, \\ v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}. \end{cases} \quad (11')$$

Здесь и далее нижние индексы при символах функции f означают соответствующие частные производные.

Введём обозначения:

$$\begin{cases} \Delta = f_x \dot{y} - f_y \dot{x}, \\ \Delta_1 = A \dot{y} - B v f_y, \\ \Delta_2 = B v f_x - A \dot{x}. \end{cases} \quad (12)$$

С учётом этих обозначений из (11) получим требуемые значения вторых производных по времени координат центра масс квадрокоптера:

$$\ddot{x} = \Delta_1 / \Delta; \quad \ddot{y} = \Delta_2 / \Delta; \quad \ddot{z} = C. \quad (13)$$

Приравняем значения вторых производных в уравнениях (1) и (13). После простых преобразований запишем систему уравнений

$$\begin{cases} (\sin \psi \cdot \sin \varphi + \cos \psi \cdot \cos \varphi \cdot \sin \vartheta) \frac{u_1}{m} = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \\ (-\cos \psi \cdot \sin \varphi + \sin \psi \cdot \cos \varphi \cdot \sin \vartheta) \frac{u_1}{m} = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \\ \cos \varphi \cdot \cos \vartheta \cdot \frac{u_1}{m} = g + C. \end{cases} \quad (14)$$

В уравнениях (14) справа стоят необходимые значения ускорений центра масс квадрокоптера по осям x , y , z , слева — проекции вектора u_1/m ускорения, создаваемого двигателями вдоль оси z_b , на те же оси x , y , z . В этом случае функции углов ψ , φ , ϑ в левой части (14) есть соответствующие направляющие косинусы. Возведём в квадрат левые и правые части уравнений (14) и, сложив их почленно, получим необходимую суммарную силу тяги двигателей

$$u_1 = m \sqrt{(\Delta_1/\Delta)^2 + (\Delta_2/\Delta)^2 + (g + C)^2}. \quad (15)$$

Подставляя (15) в систему уравнений (14) и переходя к безразмерным величинам

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{\Delta_1/\Delta}{\sqrt{(\Delta_1/\Delta)^2 + (\Delta_2/\Delta)^2 + (g + C)^2}}, & \gamma_2 &= \frac{\Delta_2/\Delta}{\sqrt{(\Delta_1/\Delta)^2 + (\Delta_2/\Delta)^2 + (g + C)^2}}, \\ \gamma_3 &= \frac{g + C}{\sqrt{(\Delta_1/\Delta)^2 + (\Delta_2/\Delta)^2 + (g + C)^2}}, \end{aligned}$$

получим систему уравнений для углов ψ , φ , ϑ , определяющих необходимую ориентацию квадрокоптера относительно системы координат x_b , y_b , z_b :

$$\begin{cases} (\sin \psi \cdot \sin \varphi + \cos \psi \cdot \cos \varphi \cdot \sin \vartheta) = \gamma_1, \\ (-\cos \psi \cdot \sin \varphi + \sin \psi \cdot \cos \varphi \cdot \sin \vartheta) = \gamma_2, \\ \cos \varphi \cdot \cos \vartheta = \gamma_3. \end{cases} \quad (16)$$

Отметим, что уравнения (16) не являются независимыми, так как суммы квадратов левых и правых частей уравнений тождественно равны единицам. Это объективно отражает тот факт, что для управления направлением движения квадрокоптера достаточно управления любыми двумя углами из ψ , φ , ϑ . При управлении, например, углами тангажа и крена угол рыскания ψ можно выбирать из других соображений, не связанных с управлением направлением движения. В некоторых случаях, в частности для удобства пользования установленным на квадрокоптере оборудованием, следует ориентировать продольную ось квадрокоптера x_b параллельно касательной к траектории $f(x, y) = 0$ в соответствующей текущей точке $x = x(t)$, $y = y(t)$ и, следовательно, параллельно вектору скорости $[\dot{x}, \dot{y}]$, касательному к вектору $[f_y, -f_x]$. Отсюда желаемые значения для угла ψ можно вычислить из соотношений

$$\cos \psi_{\text{ref}} = \frac{f_y}{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}}; \quad \sin \psi_{\text{ref}} = -\frac{f_x}{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}}, \quad (17)$$

которые справедливы при движении квадрокоптера по кривой, определяемой уравнением $f(x, y) = 0$.

Распространим соотношения (17) и на траекторию движения квадрокоптера при выходе на кривую $f(x, y) = 0$. Это позволит избавиться от неопределённостей при вычислении по выражениям (12) ускорений Δ_1/Δ , Δ_2/Δ в начале движения квадрокоптера при $t = t_0$ и $\dot{x}(t_0) = \dot{y}(t_0) = 0$. Можно просто положить $\dot{x}(t_0) = \varepsilon \cos \psi_{\text{ref}}$, $\dot{y}(t_0) = \varepsilon \sin \psi_{\text{ref}}$ при $\varepsilon \ll 1$, что практически не повлияет на движение квадрокоптера.

После определения угла ψ_{ref} из соотношений (17) значения углов φ_{ref} и ϑ_{ref} находятся из уравнений (16):

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin \varphi_{\text{ref}} = \gamma_1 \sin \psi_{\text{ref}} - \gamma_2 \cos \psi_{\text{ref}}, \\ \cos \varphi_{\text{ref}} = \sqrt{1 - (\gamma_1 \sin \psi_{\text{ref}} - \gamma_2 \cos \psi_{\text{ref}})^2}, \\ \sin \vartheta_{\text{ref}} = \frac{\gamma_2 \sin \psi_{\text{ref}} + \gamma_1 \cos \psi_{\text{ref}}}{\sqrt{\gamma_3^2 + (\gamma_2 \sin \psi_{\text{ref}} + \gamma_1 \cos \psi_{\text{ref}})^2}}, \\ \cos \vartheta_{\text{ref}} = \frac{\gamma_3}{\sqrt{\gamma_3^2 + (\gamma_2 \sin \psi_{\text{ref}} + \gamma_1 \cos \psi_{\text{ref}})^2}}, \end{array} \right. \quad (18)$$

что легко проверяется подстановкой соотношений (18) в уравнения (16).

После вычисления значений углов ψ , φ , ϑ , обеспечивающих выполнение условий (14), (16), можно найти управляющие моменты u_2 , u_3 , u_4 , реализующие нужную ориентацию квадрокоптера.

Как и для управления движением центра масс квадрокоптера, установление нужной ориентации будем производить в соответствии с заранее выбранными законами изменения углов ψ , φ , ϑ . В отличие от двухэтапной процедуры (6), (10) желаемые законы изменения углов представим сразу в виде уравнений второго порядка:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\psi} + (\alpha_\psi + k_\psi)\dot{\psi} + \alpha_\psi k_\psi \psi = \alpha_\psi k_\psi \psi_{\text{ref}}, \\ \ddot{\varphi} + (\alpha_\varphi + k_\varphi)\dot{\varphi} + \alpha_\varphi k_\varphi \varphi = \alpha_\varphi k_\varphi \varphi_{\text{ref}}, \\ \ddot{\vartheta} + (\alpha_\vartheta + k_\vartheta)\dot{\vartheta} + \alpha_\vartheta k_\vartheta \vartheta = \alpha_\vartheta k_\vartheta \vartheta_{\text{ref}}. \end{array} \right. \quad (19)$$

При положительных значениях коэффициентов α и k уравнения (19) обеспечивают устойчивое установление необходимых значений углов, а при $\alpha_\psi = k_\psi$, $\alpha_\varphi = k_\varphi$, $\alpha_\vartheta = k_\vartheta$ эти процессы будут иметь монотонный характер [15].

Приравнивая угловые ускорения из (2) и (19), получим значения управляющих моментов, реализующих процессы (19):

$$\left\{ \begin{array}{l} u_2 = I_{xx}[(\alpha_\varphi + k_\varphi)\dot{\varphi} + \alpha_\varphi k_\varphi(\varphi - \varphi_{\text{ref}})] + (I_{zz} - I_{yy})\dot{\vartheta}\dot{\psi}, \\ u_3 = I_{xx}[(\alpha_\vartheta + k_\vartheta)\dot{\vartheta} + \alpha_\vartheta k_\vartheta(\vartheta - \vartheta_{\text{ref}})] + (I_{xx} - I_{zz})\dot{\varphi}\dot{\psi}, \\ u_4 = -I_{xx}[(\alpha_\psi + k_\psi)\dot{\psi} + \alpha_\psi k_\psi(\psi - \psi_{\text{ref}})]. \end{array} \right. \quad (20)$$

Очевидно, что подстановка соотношений (20) в уравнения (2) приводит к устойчивой системе (19).

Анализ устойчивости движения центра масс квадрокоптера более сложен. Прежде всего воспользуемся естественным разделением процессов изменения углов ориентации и движения центра масс на «быстрые» и «медленные» [16]. Дело в том, что время движения квадрокоптера по траектории измеряется минутами или десятками минут, процессы же установления нужных значений угловых переменных заканчиваются за секунды или доли секунд. Это позволяет считать, что во время полёта с высокой точностью выполняются соотношения

$$\psi = \psi_{\text{ref}}; \quad \varphi = \varphi_{\text{ref}}; \quad \vartheta = \vartheta_{\text{ref}}. \quad (21)$$

Подстановка (21), (15) в уравнения (1) приводит к соотношениям (13) и после простых преобразований к уравнениям (11). С учётом обозначений (11') и (6) получим уравнения движения центра масс квадрокоптера по заданной траектории:

$$\begin{cases} \ddot{f} + (\alpha_f + k_f)\dot{f} + \alpha_f k_f f = 0, \\ \ddot{z} + (\alpha_z + k_z)\dot{z} + \alpha_z k_z z = \alpha_z k_z z_{\text{ref}}, \\ \dot{v} + \alpha_v v = \alpha_v v_{\text{ref}}. \end{cases} \quad (22)$$

Уравнения (22) описывают устойчивые процессы выхода квадрокоптера на заданные параметры полёта.

Вычислительный эксперимент. Для исследования вопросов устойчивости и эффективности предлагаемого подхода проведены численные эксперименты с использованием модели движения (1), (2) и законов изменения управляющих параметров (15), (20). В уравнениях движения квадрокоптера приняты параметры: $m = 2,2$; $I_{xx} = 0,167634$; $I_{yy} = I_{xx}$; $I_{zz} = 0,231447$. Используются следующие значения коэффициентов управления: $z_r = 10$; $\alpha_v = 10$; $\alpha_\varphi = k_\varphi = 40$; $\alpha_\vartheta = \alpha_\psi = k_\vartheta = k_\psi = 20$; $\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = 1$. Моделировался режим работы замкнутой системы при управлении движением аппарата на постоянной высоте и скорости по траектории в виде квадрата. Для задания траектории использовалась аппроксимация квадрата полиномом $f(x, y) = x^{2n} + y^{2n} - 1 = 0$, $n = 3$. Траектория полёта аппарата показана на рис. 1. Соответствующие изменения управляющих параметров u_1, u_2, u_3, u_4 приведены на рис. 2. Значения углов ориентации аппарата пред-

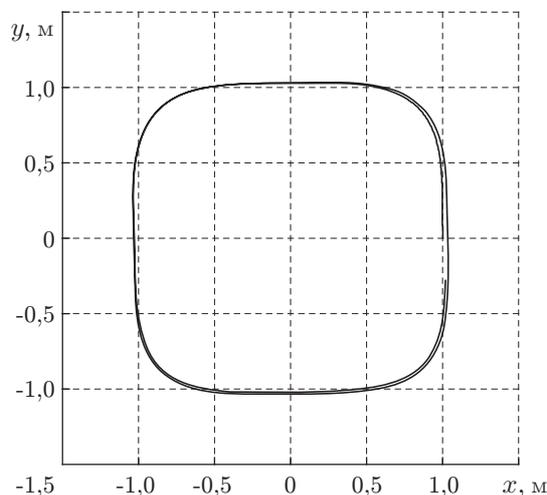


Рис. 1. Траектория движения квадрокоптера

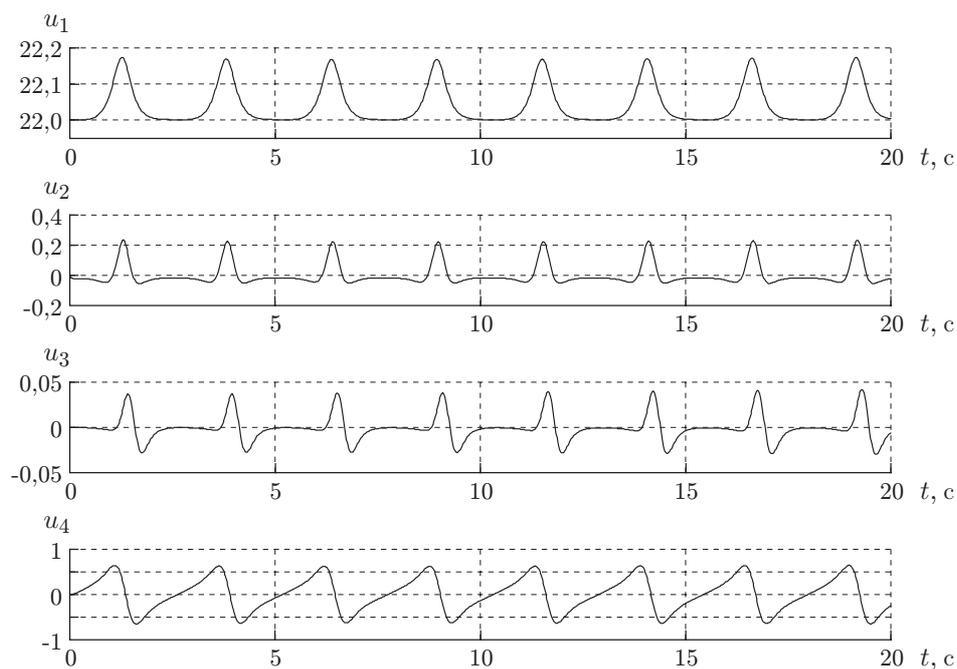


Рис. 2. Изменение управляющих параметров во времени

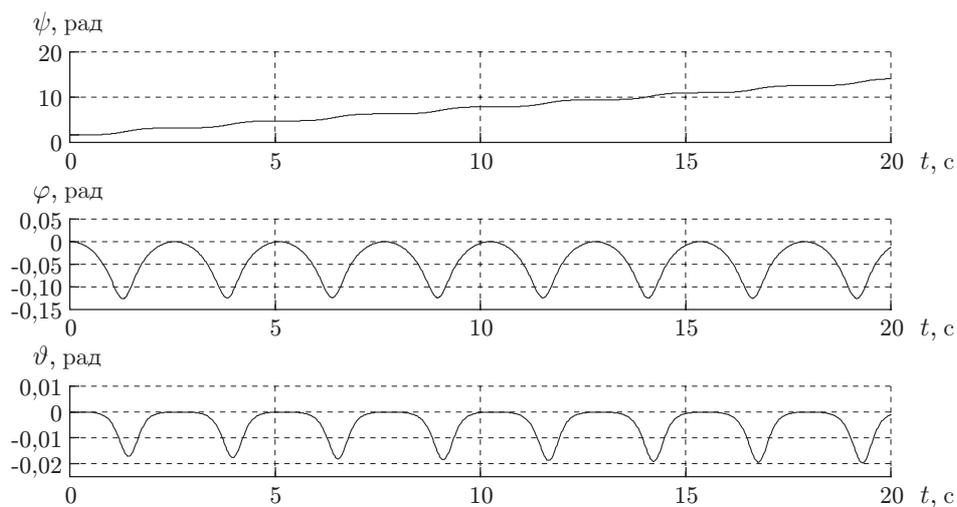


Рис. 3. Изменение пространственной ориентации во времени

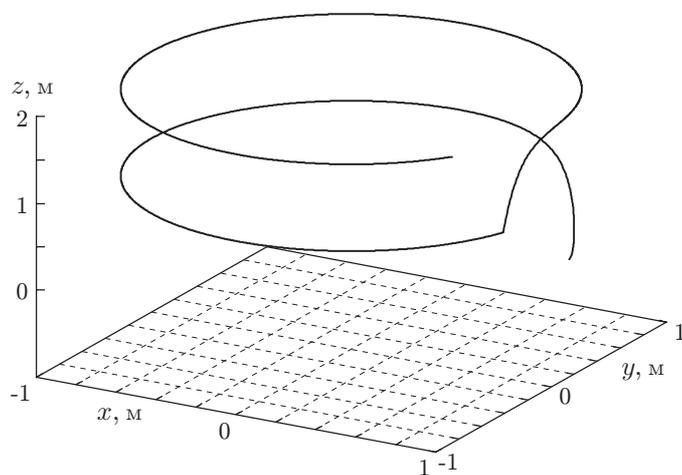


Рис. 4. Траектория движения в трёхмерном пространстве

ставлены на рис. 3. Следует отметить, что квадрокоптер устойчиво выходит на заданную траекторию и выдерживает желаемые параметры движения.

Для иллюстрации управления полётом в трёхмерном пространстве проведено моделирование работы системы при движении по траектории вида $x^2 + y^2 = 1$. Траектория полёта аппарата при задании различных значений желаемой высоты приведена на рис. 4.

Заключение. В данной работе представлен метод управления квадрокоптером, предназначенный для реализации движения по заданной траектории с заданной скоростью. Управляющие параметры определяются в функции фазовых координат в виде нелинейных обратных связей. Показана устойчивость получаемой замкнутой системы управления.

Результаты вычислительного эксперимента демонстрируют эффективность предложенного метода управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Leishman J. G.** The Breguet-Richet Quad-Rotor Helicopter of 1907 // University of Maryland. Rotorcraft Aerodynamics Group. URL: <http://www.enaе.umd.edu/AGRC/Aero/Breguet.pdf> (дата обращения: 23.05.2012).
2. **National** Museum of the United States Air Force. URL: <http://www.nationalmuseum.af.mil/> (дата обращения: 23.05.2012).
3. **Mistler V., Benallegue A., M'Sirdi N.** Exact linearization and noninteracting control of a 4 rotors helicopter via dynamic feedback // Proc. of the 10th IEEE Intern. Workshop on Robot and Human Interactive Communication. 2001. P. 586–593.
4. **McKerrow P.** Modeling the draganflyer four-rotor helicopter // Proc. of the IEEE Intern. Conf. on Robotics and Automation. 2004. Vol. 4. P. 3596–3601.
5. **Mokhtari A., Benallegue A.** Dynamic feedback controller of Euler angles and wind parameters estimation for a quadrotor unmanned aerial vehicle // Ibid. Vol. 3. P. 2359–2366.
6. **Castillo P., Lozano R., Dzul A.** Stabilization of a mini-rotorcraft having four rotors // Proc. of the IEEE/RSJ Intern. Conf. on Intelligent Robots and Systems. 2004. P. 2693–2698.
7. **Bouabdallah S., Murrieri P., Siegwart R.** Design and control of an indoor micro quadrotor // Proc. of the IEEE Intern. Conf. on Robotics and Automation. 2004. Vol. 5. P. 4393–4398.
8. **Bouabdallah S., Siegwart R.** Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor // Proc. of the IEEE Intern. Conf. on Robotics and Automation. 2005. P. 2259–2264.
9. **Hoffmann G., Rajnarayan D. G., Waslander S. L. et al.** The Stanford testbed of autonomous rotorcraft for multi agent control (STARMAC) // Proc. of the 23rd Digital Avionics Systems Conference. Salt Lake City, USA, Oct. 24–28, 2004. Vol. 2. P. 12.E4-1–12.E4-10.
10. **Tournier G. P., Valenti M., How J. P., Feron E.** Estimation and control of a quadrotor vehicle using monocular vision and Moiré patterns // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Keystone, USA, Aug. 21–24, 2006. 6711.
11. **Белоконь С. А., Золотухин Ю. Н., Нестеров А. А., Филиппов М. Н.** Управление квадрокоптером на основе организации движения по желаемой траектории в пространстве состояний // Тр. XIII Междунар. конф. «Проблемы управления и моделирования в сложных системах». Самара: Самарский научный центр РАН, 2011. С. 217–222.
12. **Золотухин Ю. Н., Нестеров А. А.** Управление перевёрнутым маятником с учётом диссипации энергии // Автометрия. 2010. 46, № 5. С. 3–11.

13. **Kim J., Kang M.-S., Park S.** Accurate modeling and robust hovering control for a quad-rotor VTOL aircraft // Journ. Intell. Robot. Syst. 2010. **57**, N 1–4. P. 9–26.
14. **Beard R. W.** Quadrotor dynamics and control // Brigham Young University, Quadrotor Team Topgun. URL: http://quad08topgun.groups.et.byu.net/documents/quadrotor_2_20_2008.pdf (дата обращения: 23.05.2012).
15. **Мирошник И. В.** Теория автоматического управления. Линейные системы. С.-Пб.: Питер, 2005. 336 с.
16. **Utkin V. I., Vostrikov A. S.** Control system with decoupling motion // Proc. of the 7th IFAC World Congress. Finland, 1978. Vol. 2. P. 967–973.

Поступила в редакцию 23 мая 2012 г.
