

УДК 621.396

## ОПТИМАЛЬНАЯ ДИСКРЕТИЗАЦИЯ ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ В ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЗАИМНОЙ ВРЕМЕННОЙ ЗАДЕРЖКИ

А. А. Логинов, О. А. Морозов, М. Ю. Семенова

*Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского,  
603950, г. Нижний Новгород, просп. Гагарина, 23  
E-mail: semenova\_m\_yu@nifti.unn.ru*

Предлагается алгоритм выбора оптимальной частоты дискретизации непрерывных сигналов на основе информационной оптимальности временного ряда отсчётов. Эффективность алгоритма показана на примере решения задачи определения взаимной временной задержки сигналов при многоканальном распространении на основе алгоритма цифровой фильтрации гармонического заполнения.

*Ключевые слова:* теорема отсчётов, взаимная временная задержка, метод гармонического разложения Писаренко, информационный функционал.

**Введение.** В теории информации замена непрерывного сигнала с ограниченным спектром дискретной последовательностью его отсчётов, позволяющей восстановить исходный сигнал без потери информации, основана на использовании теоремы отсчётов [1]. В таком виде она известна как теорема Котельникова — Шеннона и широко применяется при цифровой обработке сигналов [1, 2].

Теорема отсчётов в традиционной формулировке и различные её обобщения [1] устанавливают минимальную допустимую частоту дискретизации, при которой можно полностью восстановить информацию об исходном непрерывном сигнале. Вместе с тем теорема отсчётов допускает возможность выбора величины шага эквидистантной дискретизации в каждой конкретной практической задаче на основе применения дополнительных критериев.

В [3–6] при рассмотрении вопросов цифровой обработки сигналов отмечена зависимость эффективности различных алгоритмов от частоты дискретизации и сформулированы критерии выбора оптимального шага дискретизации. В данной работе предлагается алгоритм определения информационно-оптимальной частоты дискретизации, позволяющий повысить устойчивость к шумам методов нелинейной цифровой фильтрации в задаче нахождения взаимной временной задержки (ВВЗ) сигналов при многоканальном распространении, что, в частности, приводит к увеличению доверительной вероятности вычисления ВВЗ.

**Выбор информационно-оптимальной частоты дискретизации.** Рассмотрим задачу выбора оптимальной частоты дискретизации с теоретико-информационной точки зрения, основываясь на принципе информационной оптимальности выборки дискретных отсчётов сигнала. Известно [7], что если от одной непрерывной модели к другой часто можно перейти без потери информации (гомеоморфные замены переменных и т. п.), то переход от одной дискретной модели непрерывного объекта к другой, как правило, не возможен без потери информации. Таким образом, критерием оптимальности процедуры дискретизации может являться минимум потери информации при переходе от непрерывного объекта к дискретному. Для обеспечения минимальной потери информации при переходе потребуем, чтобы процедура дискретизации с информационно-оптимальным шагом приводила к временному ряду, энтропия которого максимальна.

В общем виде для временного ряда отсчётов  $\mathbf{x} = (x_0, x_1, \dots, x_N)$  сигнала  $x(t)$ , принадлежащего классу гауссовых процессов, плотность распределения вероятности  $p(\mathbf{x})$  находится следующим образом [2]:

$$p(x_0, x_1, \dots, x_N) = \frac{1}{[2\pi \det R_x]^{(N+1)/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\mathbf{x}^T R_x^{-1}\mathbf{x}\right),$$

где  $R_x$  — автокорреляционная матрица (АКМ) сигнала. Энтропия Шеннона непрерывного сигнала  $x(t)$ , записанная в общем виде как

$$H = - \int \dots \int p(\mathbf{x}) \log p(\mathbf{x}) d\mathbf{x},$$

для гауссова случайного стационарного процесса совпадает с энтропией Берга для спектральной плотности мощности и для временного ряда отсчётов задаётся величиной детерминанта АКМ ( $\det(\text{АКМ})$ ) [6]:

$$H = \ln[(2\pi)^{N+1} \det R_x] + N + 1.$$

Таким образом, реализация требования максимума энтропии временного ряда при определении информационно-оптимального шага дискретизации должна основываться на правиле максимума  $\det(\text{АКМ})$  обрабатываемого сигнала.

Схема предлагаемого алгоритма выбора информационно-оптимальной частоты дискретизации показана на рис. 1. Для уменьшения влияния шума при вычислении  $\det(\text{АКМ})$  используется процедура, основанная на разложении матрицы по сингулярным числам [2]. На первом этапе для выбора размерности АКМ дискретизованного сигнала определяется порядок  $L$  авторегрессионной (АР) модели исследуемого процесса известными методами, например с применением критерия Акаике [2]. На втором этапе производится фильтрация в пространстве сингулярных чисел АКМ размера  $L \times L$  для исключения влияния шумовой составляющей сигнала. Далее находится  $\det(\text{АКМ})$  размера  $(L - 1) \times (L - 1)$ . Частота дискретизации  $f_d^{\text{opt}}$ , для которой  $\det(\text{АКМ})$  имеет максимальное значение, является информационно-оптимальной.

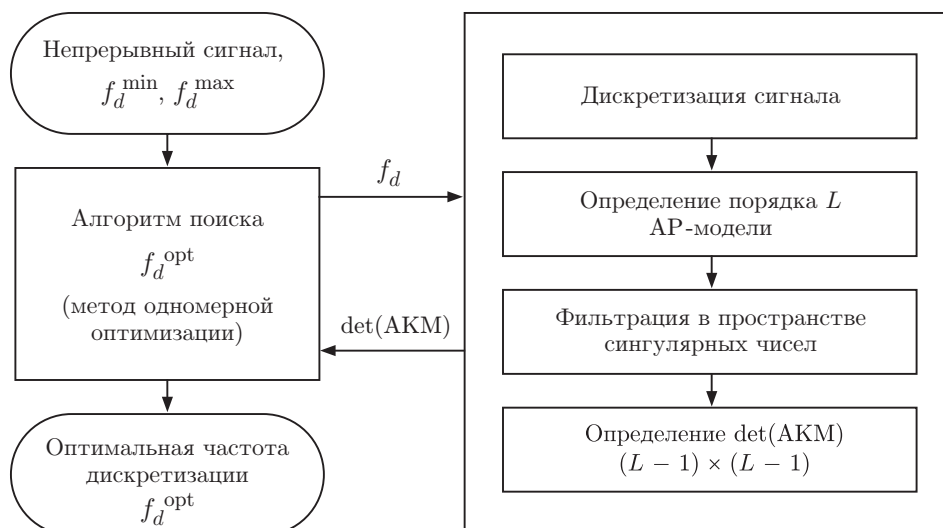


Рис. 1

В работе [6] показано, что зависимость величины  $\det(\text{АКМ})$  от частоты дискретизации для полигармонических сигналов имеет одноэкстремальный характер, поэтому для определения шага дискретизации может быть использована процедура одномерной оптимизации. После её выполнения выбирается ближайшая к оптимальной частота дискретизации из набора доступных в конкретной реализации аппаратуры. В случае небольшого количества доступных величин частоты дискретизации для ускорения алгоритма процедура оптимизации заменяется перебором.

В данной работе влияние выбора оптимальной частоты дискретизации сигналов исследовалось на примере решения задачи определения ВВЗ сигналов при многоканальном распространении с использованием предварительной нелинейной цифровой обработки сигналов для компенсации неизвестного частотного сдвига.

**Результаты моделирования.** Традиционные алгоритмы определения ВВЗ сводятся к вычислению взаимной корреляционной функции (ВКФ) обрабатываемых сигналов, положение глобального максимума которой соответствует искомой величине задержки. Однако произвольное изменение несущей частоты одного из сигналов, вызванное, например, эффектом Доплера, в рамках классического подхода приводит к необходимости компенсации неизвестного частотного сдвига посредством построения тела неопределённости и, соответственно, к существенному росту вычислительных затрат. Подходы к цифровой обработке сигналов, устойчивые к изменению несущей частоты, могут быть основаны на предварительной фильтрации гармонического заполнения сигналов с последующей корреляционной обработкой, что позволяет значительно сократить время вычислений [4, 5, 8].

В [4] предложен метод нелинейной цифровой обработки фазоманипулированных (ФМн) сигналов, основанный на замене отсчётов исходного сигнала отсчётами некоторой функции, зависящей от мгновенной частоты сигнала. По выборке сигнала в «скользящем окне» длиной  $M$  рассчитывается автокорреляционная последовательность, из отсчётов которой строится теплицева АКМ  $R_x$  размера  $3 \times 3$ . Для неё рассчитывается минимальное собственное число  $\lambda_{\min}$  и соответствующий ему собственный вектор  $\mathbf{a} = (1, a_1, a_2)$ . Анализ корней полинома, сформированного с использованием координат вектора  $\mathbf{a}$  (метод гармонического разложения Писаренко [2]), позволяет найти значение функции текущей частоты  $v$ . Затем окно передвигается на один отсчёт и процедура оценивания текущего значения частоты  $v$  повторяется.

На рис. 2, *a* показан пример обрабатываемого ФМн-сигнала, его модулирующая последовательность и полученная с помощью данного алгоритма функция текущей частоты приведены на рис. 2, *b, c* соответственно. Анализ графиков позволяет сделать вывод о том, что функция текущей частоты сохраняет характерные элементы в структуре исходного сигнала (скачки фазы), при этом устраняется зависимость обрабатываемых данных от несущей частоты.

В [4] отмечено, что устойчивость процедуры решения задачи на собственные векторы и собственные значения АКМ при построении функции текущей частоты зависит от величины шага дискретизации.

Далее представлены результаты исследования влияния выбора информационно-оптимального шага дискретизации на эффективность определения ВВЗ с применением предварительной обработки на основе выделения функции текущей частоты.

Задача определения ВВЗ сигналов при многоканальном распространении может быть сформулирована следующим образом: необходимо найти ВВЗ  $t_0$  эталонного  $x(t)$  и исследуемого  $s(t) = x(t - t_0) + n(t)$  сигналов, где  $n(t)$  — аддитивный шум. Для расчёта ВВЗ с предварительной цифровой фильтрацией гармонического заполнения требуется выполнить следующие действия: для эталонного  $x(t)$  и исследуемого  $s(t)$  сигналов найти функции текущей частоты  $v_x(t)$  и  $v_s(t)$  соответственно; рассчитать отсчёты их ВКФ  $r_{vv}$ ; вычислить искомую временную задержку по положению глобального максимума ВКФ  $r_{vv}$ .

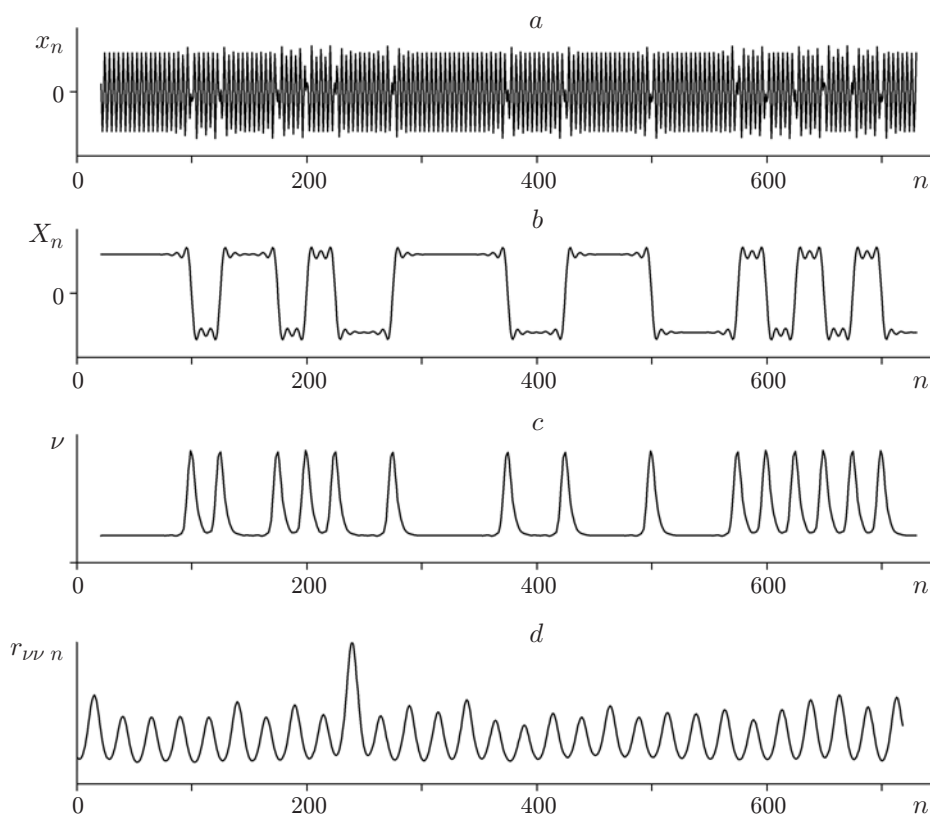


Рис. 2

Характерный вид ВКФ отсчётов функций текущей частоты эталонного и исследуемого сигналов показан на рис. 2, *d*.

В качестве модели обрабатываемого сигнала использовался ФМ2-сигнал (несущая частота 60 кГц, скорость передачи данных 9600 бит/с, длина символьной последовательности 50 бит в эталонном и 500 бит в исследуемом сигналах, взаимная временная задержка 1 мс), на который накладывался аддитивный гауссов шум в спектральной полосе сигнала (ширина полосы 32 кГц). Значение оптимальной частоты дискретизации определено с учётом вышеизложенного подхода методом компьютерного моделирования для различных выборок обрабатываемых ФМ2-сигналов и составило  $f_d^{\text{opt}} = 241,3$  кГц. Проведено сравнение результатов работы алгоритма нахождения ВВЗ в диапазоне частот дискретизации от 200 до 480 кГц, включающем оптимальную  $f_d^{\text{opt}}$ . В качестве характеристики эффективности определения ВВЗ рассматривалось значение доверительной вероятности правильного расчёта ВВЗ  $P_0$  эталонного и исследуемого сигналов (допустимая погрешность не более 20 мкс). На рис. 3, *a* показаны зависимости  $P_0$  от отношения сигнал/шум (ОСШ) для различных частот дискретизации (для нахождения каждого значения вероятности  $P_0$  проводилось 1000 экспериментов). Отметим, что выбор частоты дискретизации, близкой к оптимальной, даёт возможность добиться наибольшей устойчивости к шумам алгоритма определения ВВЗ с помощью предварительной фильтрации гармонического заполнения. На рис. 4 приведён график зависимости минимального значения ОСШ  $q$ , при котором обеспечивается доверительная вероятность правильного расчёта не менее  $P_0 = 0,9$ , от частоты дискретизации. Глобальный минимум такой зависимости достигается при оптимальной частоте дискретизации. Анализ графиков показывает, что использование информационно-оптимальной частоты дискретизации позволяет повысить достоверность вычисления ВВЗ

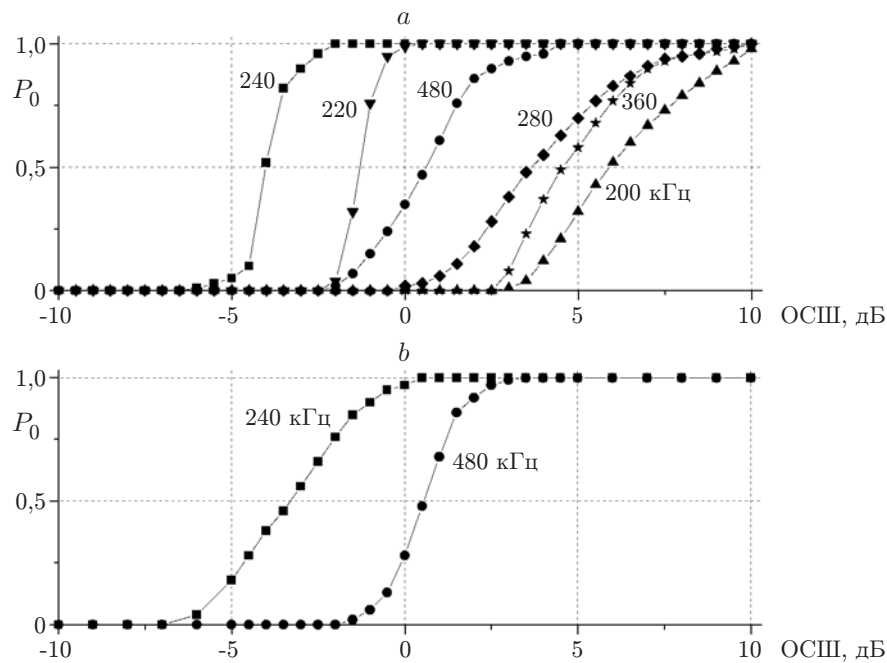


Рис. 3

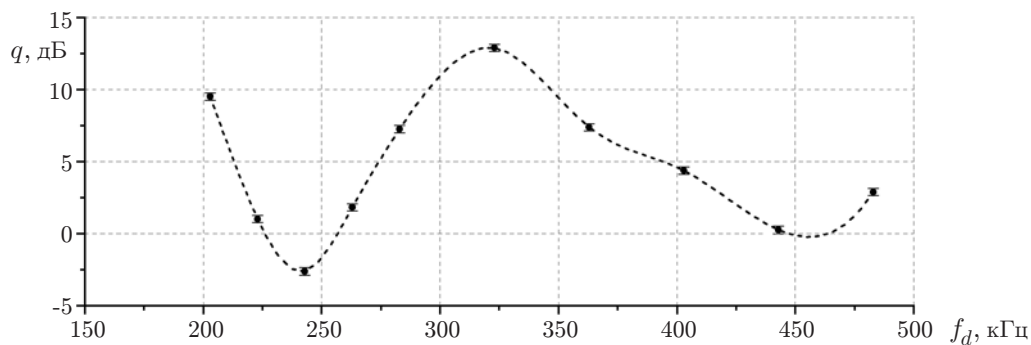


Рис. 4

с применением алгоритма предварительной фильтрации гармонического заполнения при более низком значении ОСШ.

На рис. 3, *b* показаны графики зависимости  $P_0$  от ОСШ для двух частот дискретизации при неточном знании несущей частоты исследуемого сигнала (сдвиг частот порядка 2 кГц). При оптимальной частоте дискретизации устойчивость алгоритма сохраняется при существенном отклонении несущей частоты.

**Заключение.** В рамках решения задачи определения взаимной временной задержки ФМн-сигналов при многоканальном распространении в данной работе предложен алгоритм нахождения оптимальной частоты дискретизации непрерывных сигналов. Применение оптимального шага дискретизации в задачах, связанных с использованием алгоритмов предварительной обработки сигналов, позволяет повысить устойчивость таких алгоритмов за счёт улучшения обусловленности матриц, что сказывается на эффективности последующей обработки. Проведённые исследования устойчивости корреляционного алгоритма с предварительной фильтрацией гармонического заполнения при информационно-оптимальной частоте дискретизации дают основание применять описанный метод выбора шага дискретизации в условиях влияния аддитивных шумов и неточного знания несущих

частот. В частности, выбор оптимальной частоты дискретизации может быть произведён заранее для сигналов с известными параметрами путём компьютерного моделирования или при обработке в режиме реального времени на участках настроечной последовательности сигнала.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Джерри А. Дж. Теорема отсчетов Шеннона, ее различные обобщения и приложения. Обзор // ТИИЭР. 1977. **65**, № 11. С. 53–89.
2. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 551 с.
3. Ибряева О. Л., Семенов А. С., Шестаков А. Л. Оптимизация частоты дискретизации сигнала при использовании метода Прони // Тр. 13-й Междунар. конф. «Цифровая обработка сигналов и её применение». М.: Инсвязьиздат, 2011. С. 108–110.
4. Морозов О. А., Солдатов Е. А., Фидельман В. Р. Определение временной задержки сигналов методом адаптивной цифровой фильтрации // Автометрия. 1995. № 2. С. 108–113.
5. Логинов А. А., Морозов О. А., Солдатов Е. А., Хмелев С. Л. Комбинированная цифровая фильтрация гармонического заполнения фазоманипулированных сигналов в задаче определения временной задержки // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 2007. **LI**, № 7. С. 255–264.
6. Логинов А. А., Морозов О. А., Солдатов Е. А. и др. Выбор информационно-оптимального шага дискретизации непрерывных сигналов // Вестн. ННГУ. Сер. Радиофизика. 2007. № 2. С. 91–94.
7. Козякин В. С., Кузнецов Н. А. Достоверность компьютерного моделирования с точки зрения теории информации // Информационные процессы. 2007. **7**, № 3. С. 323–368.
8. Логинов А. А., Морозов О. А., Хмелев С. Л. Алгоритм нелинейной квазиоптимальной цифровой обработки сигналов с угловой модуляцией // Автометрия. 2010. **46**, № 6. С. 40–46.

*Поступила в редакцию 6 июля 2011 г.*

---