УДК 535.417 : 681.787

АДАПТИВНАЯ ФОКУСИРОВКА КОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФЛУКТУИРУЮЩЕГО СИГНАЛА ПОДСВЕЧИВАНИЯ В КАЧЕСТВЕ ОПОРНОГО*

Л. А. Больбасова, В. П. Лукин

Учреждение Российской академии наук
Институт оптики атмосферы им. В. Е. Зуева Сибирского отделения РАН,
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1
E-mail: lukin@iao.ru

Рассматривается адаптивная фокусировка когерентного пучка излучения в турбулентной атмосфере. Выполнен расчёт распределения средней интенсивности поля когерентного лазерного пучка, фокусируемого в турбулентной среде при адаптивной фазовой коррекции с использованием точечного опорного источника. Положение источника остаётся случайным на том объекте, на который осуществляется фокусировка лазерного излучения. Сравниваются случаи адаптивной фокусировки с применением подвижного и неподвижного опорных источников.

Ключевые слова: коррекция, опорный источник, фаза, когерентность.

Введение. Известно, что в ряде приложений возникает задача фокусировки когерентного лазерного излучения через атмосферу, искажающие факторы которой, в том числе атмосферная турбулентность, становятся серьёзным препятствием, ограничивающим предельно достижимые характеристики и возможности оптико-электронных систем [1–3]. Применение адаптивной оптики позволяет существенно снизить эти ограничения. Однако алгоритмы и системы адаптивной фазовой коррекции требуют использования дополнительного источника, обеспечивающего возможность проведения измерений фазовых искажений в канале распространения излучения. Такой источник называется опорным и может быть сформирован различными методами. Так, для задач астрономии и систем видения через атмосферу был выполнен ряд исследований [3–6] по использованию специальных источников — лазерных опорных звёзд — для обеспечения коррекции изображений. Лазерные опорные звёзды формируются на основе лазерного излучения, отражённого от неоднородностей атмосферы.

Практическая проблема фокусировки когерентного оптического излучения через атмосферу может возникнуть, когда на удалённый достаточно крупный объект осуществляется доставка энергии с помощью лазерного излучения. В качестве опорного может выступать отражённое излучение от самого объекта, на который необходимо осуществить фокусировку когерентного лазерного излучения [7–10]. Возможна ситуация, когда для обеспечения работы датчика волнового фронта адаптивной системы используется опорное излучение,

*Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 11-02-90401-Укр_ф_а) и Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России (2009–2013 гг.)» (ГК № 16.740.11.0328 «Лазерные опорные звёзды для астрономических телескопов», ГК № 16.740.11.0392 «Развитие фундаментальных основ и элементной базы для современного оптико-электронного приборостроения, основанного на принципах адаптивной оптики»).

создаваемое подсвечиванием объекта пучком излучения какого-либо дополнительного источника. При этом рассматриваемый здесь подход может быть применён как при когерентном, так и при некогерентном подсвечивании. Методы определения фазы по когерентному и по некогерентному опорным излучениям описаны в [2, 11, 12].

Оценок эффективности применения такой адаптивной коррекции ранее не давалось, поэтому в данной работе была сделана попытка оценить эффективность адаптивной фокусировки когерентного лазерного излучения с точки зрения концентрации и передачи энергии.

Расчёт распределения средней интенсивности фокусированного пучка при адаптивной коррекции. Рассмотрим фокусировку когерентного лазерного излучения в турбулентной атмосфере с применением адаптивной фазовой коррекции [2, 7]. Исследование распределения средней интенсивности фокусируемого когерентного пучка излучения проведём на основе принципа Гюйгенса — Френеля. Пусть лазерный пучок (ЛП) фокусируется с применением адаптивной коррекции с помощью алгоритма фазового сопряжения и при этом предполагается, что опорный источник представляет собой сферическую волну с флуктуирующим центром излучения. Такая схема оптического эксперимента может быть реализована в условиях, когда объект, на который производится фокусировка исходного пучка, подсвечивается каким-либо дополнительным источником излучения.

При использовании алгоритма фазового сопряжения скорректированное с помощью точечного опорного источника поле [1, 2] может быть записано как

$$U(x,\boldsymbol{\rho}) = \int\int d^2\rho_1 U_0(\boldsymbol{\rho}_1) G_0(x,\boldsymbol{\rho};\, 0,\boldsymbol{\rho}_1) \exp[iS(x,\boldsymbol{\rho};\, 0,\boldsymbol{\rho}_1) - S(0,\boldsymbol{\rho}_1;\, x,\boldsymbol{\rho}_{\text{ЛП}})], \tag{1}$$

где $G_0(x,\boldsymbol{\rho};\, 0,\boldsymbol{\rho}_1)$ — функция Грина свободного пространства между плоскостями; $S(x,\boldsymbol{\rho};\, 0,\boldsymbol{\rho}_1)$ — случайные флуктуации фазы сферической волны, обусловленные действием турбулентности атмосферы; $\boldsymbol{\rho}_{\text{ЛП}}$ — радиус-вектор энергетического центра тяжести освещающего лазерного пучка излучения; $S(0,\boldsymbol{\rho}_1;\, x,\boldsymbol{\rho}_{\text{ЛП}})$ — корректирующая фаза в точке $(0,\boldsymbol{\rho}_1)$, представляющая собой фазу сферической волны, источник которой расположен в точке со случайными координатами $(x,\boldsymbol{\rho}_{\text{ЛП}})$; $U_0(\boldsymbol{\rho}_1)$ — начальное распределение корректируемого поля.

Из выражения (1) видно, что если опорный источник неподвижный, т. е. $\boldsymbol{\rho}_{\text{ЛП}} = 0$, то он располагается на оптической оси исходного пучка. Поэтому при такой схеме формирования следует ожидать наибольшего выигрыша от адаптивной коррекции для точек, прилежащих к оси формируемого пучка. Далее в расчётах воспользуемся выражением в геометро-оптическом приближении для флуктуаций фазы сферической волны в точке $(x,\boldsymbol{\rho})$ с координатой источника в точке $(0,\boldsymbol{\rho}_1)$ [1, 3, 7]:

$$S(x,\boldsymbol{\rho};\, 0,\boldsymbol{\rho}_1) = k\int_0^X d\xi \int\int d^2n(\boldsymbol{\kappa}, X-\xi) \exp[i\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}_1(\xi/X) + i\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}(1-\xi/X)], \tag{2}$$

где $d^2n(\boldsymbol{\kappa}, X-\xi)$ — двумерная спектральная плотность флуктуаций показателя преломления; X — расстояние между исходной плоскостью и плоскостью, в которую фокусируется пучок. Используя выражение (1), получаем для распределения интенсивности скорректированного поля следующее выражение:

$$I(x,\boldsymbol{\rho}) = \int\int d^2\rho_1 d^2\rho_2 U_0(\boldsymbol{\rho}_1) U_0^*(\boldsymbol{\rho}_2) G_0(x,\boldsymbol{\rho};\, 0,\boldsymbol{\rho}_1) G_0^*(x,\boldsymbol{\rho};\, 0,\boldsymbol{\rho}_2) \times$$

$$\times \exp\{i[S(x,\boldsymbol{\rho};\, 0,\boldsymbol{\rho}_1) - S(0,\boldsymbol{\rho}_1;\, x,\boldsymbol{\rho}_{\text{ЛП}})] - i[S(x,\boldsymbol{\rho};\, 0,\boldsymbol{\rho}_2) - S(0,\boldsymbol{\rho}_2;\, x,\boldsymbol{\rho}_{\text{ЛП}})]\}. \tag{3}$$

Воспользовавшись для флуктуаций фазы представлением (2) и обозначением

$$\widehat{S}(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)=[S(x,\boldsymbol{\rho};\,0,\boldsymbol{\rho}_1)-S(0,\boldsymbol{\rho}_1;\,x,\boldsymbol{\rho}_{\text{ЛП}})]-[S(x,\boldsymbol{\rho};\,0,\boldsymbol{\rho}_2)-S(0,\boldsymbol{\rho}_2;\,x,\boldsymbol{\rho}_{\text{ЛП}})],$$

запишем явный вид фазовых составляющих подынтегрального выражения (3):

$$\hat{S}(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)=k\int\limits_0^X d\xi\int\int d^2n(\boldsymbol{\kappa},X-\xi)[\exp(i\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}_1(\xi/X))-\exp(i\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}_2(\xi/X))]\times$$
$$\times[\exp(i\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}(1-\xi/X))-\exp(i\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}_{\text{ЛП}}(1-\xi/X))]. \tag{4}$$

Далее, используя выражение (4) для фазового члена, рассчитаем распределение средней интенсивности скорректированного поля (3):

$$I(x,\boldsymbol{\rho})=\int\int d^2\rho_1 d^2\rho_2 U_0(\boldsymbol{\rho}_1)U_0^*(\boldsymbol{\rho}_2)G_0(x,\boldsymbol{\rho};\,0,\boldsymbol{\rho}_1)G_0^*(x,\boldsymbol{\rho};\,0,\boldsymbol{\rho}_2)\times$$
$$\times\langle\exp\{i\hat{S}(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)-i\hat{S}^*(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)\}\rangle. \tag{5}$$

Здесь $\langle\ldots\rangle$ — усреднение по ансамблю реализаций для члена, описывающего влияние остаточных фазовых флуктуаций.

Расчёт остаточных фазовых флуктуаций при адаптивной коррекции. При усреднении сомножителя выражения (5) воспользуемся следствием центральной предельной теоремы [1], согласно которой

$$\langle\exp\{i\hat{S}(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)-i\hat{S}^*(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)\}\rangle\;=$$
$$=\;\exp\Big[-\frac{1}{2}\langle\{\hat{S}(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)-\hat{S}^*(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)\}^2\rangle\Big]. \tag{6}$$

С учётом представления (4) получим фазовый член из экспоненты выражения (6) в виде

$$\langle\{\hat{S}(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)-\hat{S}^*(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)\}^2\rangle=\Big\langle k^2\int\limits_0^X d\xi_1\int\limits_0^X d\xi_2\int\int d^2n(\boldsymbol{\kappa}_1,X-\xi_1)d^2n(\boldsymbol{\kappa}_2,X-\xi_2)\times$$
$$\times[\exp(i\boldsymbol{\kappa}_1\boldsymbol{\rho}_1(\xi_2/X))-\exp(i\boldsymbol{\kappa}_1\boldsymbol{\rho}_2(\xi_1/X))][\exp(-i\boldsymbol{\kappa}_2\boldsymbol{\rho}_1(\xi_2/X))-\exp(i\boldsymbol{\kappa}_2\boldsymbol{\rho}_2(\xi_2/X))]\times$$
$$\times[\exp(i\boldsymbol{\kappa}_1\boldsymbol{\rho}(1-\xi_1/X))-\exp(i\boldsymbol{\kappa}_1\boldsymbol{\rho}_{\text{ЛП}}(1-\xi_1/X))]\times$$
$$\times[\exp(i\boldsymbol{\kappa}_2\boldsymbol{\rho}(1-\xi_2/X))-\exp(i\boldsymbol{\kappa}_2\boldsymbol{\rho}_{\text{ЛП}}(1-\xi_2/X))]\Big\rangle. \tag{7}$$

При усреднении по ансамблю флуктуаций [1, 3, 4] в выражении (7) в качестве рабочей гипотезы будем считать, что корреляция между локальными и интегральными случайными величинами отсутствует. Это позволяет применить для корреляций в (7) расщепление вида

$$\langle d^2n(\boldsymbol{\kappa}_1,X-\xi_1)d^2n^*(\boldsymbol{\kappa}_2,X-\xi_2)\exp(i\boldsymbol{\kappa}_1\boldsymbol{\rho}_{\text{ЛП}}(1-\xi_1/X))\rangle\;=$$

$$= \langle d^2 n(\boldsymbol{\kappa}_1, X-\xi_1) d^2 n^*(\boldsymbol{\kappa}_2, X-\xi_2)\rangle \langle \exp(i\boldsymbol{\kappa}_1 \boldsymbol{\rho}_{\text{ЛП}}(1-\xi_1/X))\rangle. \tag{8}$$

В результате такого усреднения получаем для дисперсии остаточных (после адаптивной коррекции) фазовых флуктуаций выражение

$$\langle\{\hat{S}(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2) - \hat{S}^*(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)\}^2\rangle = k^2 \int\limits_0^X d\xi_1 \int\limits_0^X d\xi_2 \int\int \langle d^2 n(\boldsymbol{\kappa}_1, X-\xi_1) d^2 n(\boldsymbol{\kappa}_2, X-\xi_2)\rangle \times$$

$$\times [\exp(i\boldsymbol{\kappa}_1\boldsymbol{\rho}_1(\xi_2/X)) - \exp(i\boldsymbol{\kappa}_1\boldsymbol{\rho}_2(\xi_1/X))][\exp(-i\boldsymbol{\kappa}_2\boldsymbol{\rho}_1(\xi_2/X)) - \exp(i\boldsymbol{\kappa}_2\boldsymbol{\rho}_2(\xi_2/X))] \times$$

$$\times \langle[\exp(i\boldsymbol{\kappa}_1\boldsymbol{\rho}(1-\xi_1/X)) - \exp(i\boldsymbol{\kappa}_1\boldsymbol{\rho}_{\text{ЛП}}(1-\xi_1/X))] \times$$

$$\times [\exp(i\boldsymbol{\kappa}_2\boldsymbol{\rho}(1-\xi_2/X)) - \exp(i\boldsymbol{\kappa}_2\boldsymbol{\rho}_{\text{ЛП}}(1-\xi_2/X))]\rangle. \tag{9}$$

Для первой корреляции из (9) можно использовать следующее соотношение [1]:

$$\langle d^2 n(\boldsymbol{\kappa}_1, X-\xi_1) d^2 n^*(\boldsymbol{\kappa}_2, X-\xi_2)\rangle = 2\pi\delta(\boldsymbol{\kappa}_1 - \boldsymbol{\kappa}_2)\delta(\xi_1-\xi_2) \times$$

$$\times \Phi_n(\boldsymbol{\kappa}_1, X-\xi_1) d^2\kappa_1 d^2\kappa_2, \tag{10}$$

где $\Phi_n(\boldsymbol{\kappa}, X-\xi)$ — спектральная плотность флуктуаций показателя преломления среды распространения (турбулентной атмосферы). При расчёте в (9) также воспользуемся формулой (6), что даёт для второй корреляции выражение

$$\langle \exp[i\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}_{\text{ЛП}}(1-\xi/X)]\rangle = \exp[-\kappa^2\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle(1-\xi/X)^2], \tag{11}$$

где $\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle$ — дисперсия дрожания изображения точечного опорного источника в фокальной плоскости приёмного устройства. В результате для дисперсии остаточных фазовых флуктуаций (9) приходим к следующему соотношению:

$$\langle\{\hat{S}(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2) - \hat{S}^*(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)\}^2\rangle = 8\pi k^2 \int\limits_0^X d\xi \int\int d^2\kappa \Phi_n(\boldsymbol{\kappa}, X-\xi) \times$$

$$\times [1-\cos\boldsymbol{\kappa}(\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2)(\xi/X)]\{[1-\exp(-\kappa^2\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle(1-\xi/X)^2/2)\cos\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}(1-\xi/X)]\}. \tag{12}$$

Кратко проанализируем это выражение. Если дисперсия дрожания центра тяжести $\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle$ лазерного пучка, формирующего отражённый сигнал, незначительна, т. е. $\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle = 0$, то мы имеем дело с адаптивной фазовой коррекцией, которая использует неподвижный опорный источник. Если же дрожание центра тяжести опорного источника достаточно велико, т. е. $\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle \Rightarrow \infty$, то выражение в фигурных скобках в (12) равно 1, т. е. имеем систему без коррекции.

Проведём далее вычисления во внутреннем интеграле выражения (12) с применением изотропной модели спектра атмосферной турбулентности:

$$\Phi_n(\kappa, X-\xi) = 0{,}033 C_n^2(X-\xi)\kappa^{-11/3}\exp(-\kappa^2/\kappa_m^2), \tag{13}$$

где C_n^2 — профиль структурного параметра показателя преломления атмосферы; κ_m^{-1} — внутренний масштаб турбулентности.

Собрав все члены (12), получаем для условий $|(\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2)(\xi/X)| \gg \kappa_m^{-1}$ и $|\boldsymbol{\rho}(1-\xi/X)| \gg \gg \kappa_m^{-1}$ дисперсию остаточных фазовых искажений в виде интеграла

$$\langle\{\hat{S}(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)-\hat{S}^*(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2)\}^2\rangle = 8\pi^2k^2\int\limits_0^X d\xi\int\limits_0^\infty d\kappa\kappa\Phi_n(\kappa,X-\xi)\times$$

$$\times\{[1-J_0(\kappa|\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2|(\xi/X))]+[1-J_0(\kappa\rho(1-\xi/X))]\exp(-\kappa^2\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle(1-\xi/X)^2/2)-$$

$$-\frac{1}{2}\exp(-\kappa^2\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle(1-\xi/X)^2/2)[1-J_0(\kappa|(\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2)(\xi/X)+\boldsymbol{\rho}(1-\xi/X)|)]-$$

$$-\frac{1}{2}\exp(-\kappa^2\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle(1-\xi/X)^2/2)[1-J_0(\kappa|(\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2)(\xi/X)-\boldsymbol{\rho}(1-\xi/X)|)]\}. \qquad (14)$$

Проанализируем правильность формулы (14). Предположив, что дисперсия дрожания положения опорного пучка отсутствует, т. е. $\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle=0$, для выражения, стоящего в фигурных скобках в (14), будем иметь

$$\{\ldots\}=[1-J_0(\kappa|\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2|(\xi/X))]+[1-J_0(\kappa\rho(1-\xi/X))]-$$

$$-\frac{1}{2}[1-J_0(\kappa|(\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2)(\xi/X)+\boldsymbol{\rho}(1-\xi/X)|)]-$$

$$-\frac{1}{2}[1-J_0(\kappa|(\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2)(\xi/X)-\boldsymbol{\rho}(1-\xi/X)|)].$$

Если провести вычисления интеграла в (14) при условии $|(\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2)(\xi/X)+\boldsymbol{\rho}(1-\xi/X)| \gg \gg \kappa_m^{-1}$, получим

$$\int\limits_0^\infty d\kappa\kappa\Phi_n(\kappa,X-\xi)\{\ldots\}=2\cdot 0{,}033C_n^2(X-\xi)[|(\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2)(\xi/X)|^{5/3}+$$

$$+\rho^{5/3}(1-\xi/X)^{5/3}-\frac{1}{2}|(\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2)(\xi/X)+\boldsymbol{\rho}(1-\xi/X)|^{5/3}-$$

$$-\frac{1}{2}|(\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2)(\xi/X)-\boldsymbol{\rho}(1-\xi/X)|^{5/3}]. \qquad (15)$$

Это правильный результат, так как он соответствует случаю применения адаптивной коррекции с использованием неподвижного точечного опорного источника, описанного в [2, 5]. Если же проанализировать противоположный случай, т. е. положить $\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle\Rightarrow\infty$, то в (14) имеем

$$\{\ldots\} = [1 - J_0(\kappa|\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2|(\xi/X))],$$

что соответствует работе системы без адаптивной коррекции.

Далее при выполнении интегрирования в выражении (14) предварительно рассмотрим интеграл вида

$$\int\limits_0^\infty d\kappa\kappa\Phi_n(\kappa, X-\xi)[1 - J_0(\kappa|\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2|(\xi/X))]\exp(-\kappa^2\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle(1-\xi/X)^2) =$$

$$= 0{,}033C_n^2(X-\xi)\Gamma(-5/6)/2(\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle(1-\xi/X)^2)^{5/6}\times$$

$$\times\Big[1 - {}_1F_1\Big(-5/6,\, 1;\, -\frac{|\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2|^2(\xi/X)^2}{4\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle(1-\xi/X)^2}\Big)\Big], \tag{16}$$

где

$${}_1F_1\Big(-5/6,\, 1;\, -\frac{|\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2|^2(\xi/X)^2}{4\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle(1-\xi/X)^2}\Big)$$

— вырожденная гипергеометрическая функция Гаусса.

Просуммировав результаты вычислений в (14), получим

$$\int\limits_0^\infty d\kappa\kappa\Phi_n(\kappa, X-\xi)\{\ldots\} = \frac{0{,}033C_n^2(X-\xi)}{2}\,\Gamma(-5/6)\times$$

$$\times\Big\{\kappa_m^{-5/3}[1 - {}_1F_1(-5/6,\, 1;\, -\kappa_m^2|\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2|^2(\xi/X)^2/4)] +$$

$$+ (\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle(1-\xi/X)^2)^{5/6}\Big[1 - {}_1F_1\Big(-5/6,\, 1;\, -\frac{\rho^2}{2\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle}\Big)\Big] -$$

$$-\frac{1}{2}(\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle(1-\xi/X)^2)^{5/6}\Big[1 - {}_1F_1\Big(-5/6,\, 1;\, -\frac{|(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)(\xi/X) + \boldsymbol{\rho}(1-\xi/X)|^2}{2\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle(1-\xi/X)^2}\Big)\Big] -$$

$$-\frac{1}{2}(\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle(1-\xi/X)^2)^{5/6}\Big[1 - {}_1F_1\Big(-5/6,\, 1;\, -\frac{|(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)(\xi/X) - \boldsymbol{\rho}(1-\xi/X)|^2}{2\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle(1-\xi/X)^2}\Big)\Big]\Big\}. \tag{17}$$

Здесь $\{\ldots\}$ — выражение, стоящее в фигурных скобках в (14).

Анализ параметров задачи. Проанализируем, прежде всего, ожидаемые значения аргументов гипергеометрических функций, входящих в выражение (17). При этом будем исходить из естественных значений параметров задачи. Так, в существенной части области интегрирования (17) аргументы удовлетворяют следующим условиям:

$$|\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2| \leq a, \quad |\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2| \gg \kappa_m^{-1}, \quad |\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2| \gg \sqrt{\langle \rho^2_{\text{ЛП}} \rangle},$$

именно в фокусированном лазерном пучке есть область наиболее интересных значений для аргумента $\rho < a/\Omega$, где $\Omega = ka^2/X$ — параметр Френеля пучка излучения, k — волновое число излучения. В решаемой задаче предполагается фокусировка широкого пучка, т. е. $\Omega \gg 1$, поэтому в реальной ситуации имеем $\rho < a/\Omega < \sqrt{\langle \rho^2_{\text{ЛП}} \rangle}$. В связи с этим первый член, стоящий в фигурных скобках (17), для реальных апертур лазерного пучка имеет значения аргумента много больше чем 1, поскольку реальные апертуры превышают внутренний масштаб турбулентности, т. е. $\kappa_m^2 |\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2|^2 \gg 1$. Такое поведение аргумента характерно для третьего и четвёртого слагаемых в фигурных скобках (17).

Особое место при анализе выражения (17) занимает второе слагаемое в фигурных скобках. Аргументом в нём является отношение $\rho^2/\langle \rho^2_{\text{ЛП}} \rangle$. Можно представить ситуацию, например при фокусировке лазерного пучка, когда даже при малом дрожании центра тяжести освещающего пучка величина $(\rho^2/\langle \rho^2_{\text{ЛП}} \rangle) < 1$. Для первого, третьего и четвёртого слагаемых в (17) при больших значениях аргумента воспользуемся разложением для гипергеометрических функций:

$$ {}_1F_1(-5/6,\, 1;\, -z) \approx \frac{\Gamma(1)}{\Gamma(11/6)}\, z^{5/6}\{1 + (-5/6)/z\}. \tag{18}$$

В результате для первого слагаемого из (17) получаем

$$\int\limits_0^\infty d\kappa\kappa\Phi_n(\kappa, X-\xi)[1 - J_0(\kappa|\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2|(\xi/X))] \approx$$

$$\approx \frac{6}{5}\,\Gamma(1/6)\frac{0{,}033C_n^2(X-\xi)}{2^{8/3}\Gamma(11/6)}\,|\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2|^{5/3}(\xi/X)^{5/3}. \tag{19}$$

Асимптотика, подобная (19), будет справедлива также для третьего и четвёртого слагаемых подынтегральной функции в (17). Для второго члена (17) вида

$$\int\limits_0^\infty d\kappa\kappa\Phi_n(\kappa, X-\xi)\{\ldots\} = \frac{0{,}033C_n^2(X-\xi)}{2}\,\Gamma(-5/6)\,\times$$

$$\times\, (\langle \rho^2_{\text{ЛП}} \rangle(1-\xi/X)^2)^{5/6}\Big[1 - {}_1F_1\Big(-5/6,\, 1;\, -\frac{\rho^2}{2\langle \rho^2_{\text{ЛП}} \rangle}\Big)\Big] \tag{20}$$

можно использовать разложение в степенной ряд по малым значениям аргумента $\rho^2/\langle \rho^2_{\text{ЛП}} \rangle$. Для дисперсии остаточных фазовых искажений (14) определяющим является именно этот второй член, рассчитываемый по формуле (20). Таким образом, для отношения средней интенсивности скорректированного поля $\langle I(X,\boldsymbol{\rho})\rangle$ к интенсивности фокусированного пучка в вакууме $I_{\text{вак}}(X,\boldsymbol{\rho})$ получаем следующее значение:

$$\langle I(X,\boldsymbol{\rho})\rangle/I_{\text{вак}}(X,\boldsymbol{\rho}) = \exp\Big\{-\Big(\frac{\sqrt{\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle}}{r_0^{\text{сф}}}\Big)^{5/3}\Big[2 - {}_1F_1\Big(-5/6,\,1;\,-\frac{\rho^2}{2\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle}\Big)\Big]\Big\}, \tag{21}$$

где

$$r_0^{\text{сф}} = \Big[k^2\int\limits_0^X d\xi C_n^2(X-\xi)(1-\xi/X)^{5/3}\Big]^{-3/5}$$

— радиус когерентности сферической волны.

Проанализировав выражение (21), можно отметить, что с увеличением координаты $\boldsymbol{\rho}$ происходит уменьшение плотности мощности излучения по сравнению со случаем фокусировки в вакууме. Следовательно, при использовании опорного источника, центр которого имеет случайное положение, даже на оси системы (когда $\boldsymbol{\rho}=0$) имеет место уменьшение параметра Штреля:

$$\langle I(X,0)\rangle/I_{\text{вак}}(X,\boldsymbol{\rho}) = \exp\Big(-\frac{\langle\rho^2_{\text{ЛП}}\rangle^{5/6}}{(r_0^{\text{сф}})^{5/3}}\Big). \tag{22}$$

При постановке задачи предполагалось, что среднее положение опорного источника находится на оптической оси, т. е. в точке с координатой $\boldsymbol{\rho}=0$. Из формул (20)–(22) видно, что только в этой точке имеет место максимальная коррекция, в любой другой эффективность коррекции ниже. В то же время для системы без коррекции распределение средней интенсивности можно рассчитывать по формуле [1]

$$\langle I(X,\boldsymbol{\rho})\rangle/I_{\text{вак}}(X,\boldsymbol{\rho}) = \frac{a_d^2}{a^2_{\text{эфф}}}\exp\Big(-\frac{\rho^2}{a^2_{\text{эфф}}}\Big), \tag{23}$$

где $a_{\text{эфф}}$ — эффективный размер пучка в турбулентной среде:

$$a_{\text{эфф}} = a^2[(1-X/f)^2 + \Omega^{-2} + \Omega^{-2}(0{,}5D_S(2a))^{6/5}],$$

$$a_d = a^2[(1-X/f)^2+\Omega^{-2}], \quad D_S(2a) = 3{,}44(2a/r_0^{\text{сф}})^{5/3}.$$

Для сфокусированного пучка ($r_0^{\text{сф}} \ll a$) (23) переходит в выражение

$$\langle I(X,\boldsymbol{\rho})\rangle/I_{\text{вак}}(X,\boldsymbol{\rho}) \approx \frac{(r_0^{\text{сф}})^2}{a^2}\exp\Big(-\frac{\rho^2}{a^2_{\text{эфф}}}\Big).$$

Сопоставление (21) и (23) показывает, что коррекция с использованием флуктуирующего по положению точечного источника оказывается достаточно эффективным средством концентрации энергии на оси системы по сравнению с неадаптивной системой [3, 13–15]. Это связано с тем, что среднее положение флуктуирующего подсвечивающего пучка находится на оптической оси и такая адаптивная коррекция устраняет высшие аберрации и в среднем фокусирует пучок. Следует подчеркнуть, что область фокусированного пучка ограничена: $|\boldsymbol{\rho}| < a/\Omega$, где a — исходный размер фокусируемого пучка, а Ω — параметр Френеля пучка. Поскольку эффективная фокусировка может иметь место (в вакууме) только для пучков с $\Omega \gg 1$ и в освещающем пучке излучения дисперсия дрожания центра тяжести превышает собственный размер пучка, т. е. $\sqrt{\langle \rho^2_{\text{ЛП}} \rangle} \gg a$, следует ожидать достаточно эффективной коррекции. Из выражения (21) видно, что чем сильнее дрожит освещающий пучок излучения, тем медленнее происходит спад эффективности коррекции. Однако с учётом действия степени $(-1/6)$, даже при значительном изменении размера освещающего пучка, имеет место очень слабое изменение дисперсии дрожания пучка ($\langle \rho^2_{\text{ЛП}} \rangle \approx a^{-1/6}$), поэтому практической зависимости опорного источника от уровня дрожания центра тяжести можно и не обнаружить.

Заключение. В предлагаемой работе показано, что точечный опорный источник со случайным положением центра может быть эффективным для адаптивной фокусировки пучков излучения. Отметим, что выполнено только частичное моделирование задачи адаптивного управления на основе отражённого сигнала. Причём при коррекции не используется замкнутый контур управления, происходит фокусировка пучка на флуктуирующий источник. Данная постановка задачи имеет право быть, хотя она в основном учитывает только «бегание» опорного пучка. Однако именно наклоны волнового фронта (или флуктуации положения центра тяжести в лазерном пучке) являются наиболее важной компонентой фазовых флуктуаций. Примерно 80 % энергии флуктуаций фазы несут случайные наклоны волнового фронта. Дефокусировка подсвечивающего опорного пучка также важна, но эта компонента искажений приводит к существенному отличию опорного источника от точечного — в пределе имеем опорную плоскую волну. Оптические свойства поверхности (поляризация, диффузное отражение и т. д.), безусловно, меняют отражённое излучение, что делает в итоге опорное излучение некогерентным. Это создаёт дополнительные трудности при построении датчика волнового фронта, обеспечивающего измерения фазовых флуктуаций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Гурвич А. С., Кон А. И., Миронов В. Л., Хмелевцов С. С.** Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
2. **Лукин В. П.** Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 285 с.
3. **Больбасова Л. А., Лукин В. П.** Исследование эффективности применения лазерных опорных звезд // Оптика атмосферы и океана. 2009. **22**, № 8. С. 807–814.
4. **Больбасова Л. А., Лукин В. П., Носов В. В.** О дрожании изображения лазерной опорной звезды в моностатической схеме формирования // Оптика и спектроскопия. 2009. **107**, № 5. С. 830–838.
5. **Лукин В. П.** Влияние когерентности на параметры лазерной опорной звезды // Оптика атмосферы и океана. 2003. **16**, № 9. С. 804–810.
6. **Bolbasova L. A., Lukin V. P.** Modal phase correction for large-aperture ground-based telescope with multi-guide stars // Proc. SPIE. 2009. **7476**. P. 74760M01–74760M08.
7. **Лукин В. П., Чарноцкий М. И.** Принцип взаимности и адаптивное управление параметрами оптического излучения // Квантовая электроника. 1982. **9**, № 5. С. 952–958.
8. **Fried D. L., Yura H. T.** Telescope-performance reciprocity for propagation in a turbulent medium // JOSA. 1972. **62**, N 4. P. 600–602.
9. **Shapiro J. H.** Reciprocity of the turbulent atmosphere // JOSA. 1971. **61**, N 4. P. 492–495.
10. **Rye B. J.** Refractive-turbulence contribution to incoherent backscatter heterodyne lidar returns // JOSA. 1981. **71**, N 6. P. 687–691.

11. **Michau V., Rousset G., Fontanella J. C.** Wavefront sensing from extended sources // Proc. of Workshop on Real-Time and Post-Facto Solar Image Correction. NSO. Sacramento Peak, USA, 1992. P. 91–102.
12. **Лукин В. П., Григорьев В. М., Антошкин Л. В. и др.** Результаты испытания адаптивной оптической системы с модифицированным корреляционным датчиком на Большом солнечном вакуумном телескопе // Оптика атмосферы и океана. 2007. **20**, № 5. С. 419–427.
13. **Лукин В. П.** Выбор базовых параметров адаптивных оптических систем // Автометрия. 2012. **48**, № 2. С. 3–11.
14. **Коняев П. А.** Компьютерное моделирование адаптивной оптики для атмосферных лазерных систем // Там же. С. 12–19.
15. **Лукин В. П.** Атмосферная адаптивная оптика // УФН. 2003. **173**, № 8. С. 11–17.

Поступила в редакцию 23 декабря 2011 г.