

УДК 621.391

## ВОССТАНОВЛЕНИЕ КООРДИНАТ ТОЧЕК НА ПОВЕРХНОСТИ ОБЪЕКТА ПО СЕРИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ ЕГО ТЕНЕЙ

Я. А. Фурман, Р. В. Ерусланов, И. Л. Егошина

*Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
«Марийский государственный технический университет»,  
424000, г. Йошкар-Ола, пл. Ленина, 3  
E-mail: krtmbs@marstu.net  
rts@marstu.net*

Рассмотрено решение задачи восстановления координат 3D-объекта по параллельным проекциям в виде его теней. Показано существование проходящей через эти проекции экстремальной линии, на которой расположены необходимые для восстановления сопряжённые точки. Разработан алгоритм обнаружения сопряжённых точек, находящихся на контурах теней.

*Ключевые слова:* обнаружение сопряжённых точек, метод виртуального тестового объекта, экстремальная линия поля расстояний, контурный анализ изображений теней.

**Введение.** Предлагаемое исследование относится к обработке стереоизображений применительно к следующей ситуации. На плоской поверхности находится объект  $W$ , освещаемый расположенным в точке полюса  $S_1$  источником света, который удалён от объекта  $W$  настолько, что падающие лучи можно считать параллельными. За объектом образуется его проекция в виде изображения тени  $W_1$  с постоянным уровнем яркости. Когда источник света оказывается в полюсе  $S_2$ , аналогично формируется изображение тени  $W_2$  этого же объекта и т. д. (рис. 1, а). Угловые положения полюсов  $S_u$  заданы направляющими векторами  $\mathbf{d}_u$  линий визирования (проецирования) объекта  $W$ ,  $u = 1, 2, \dots$

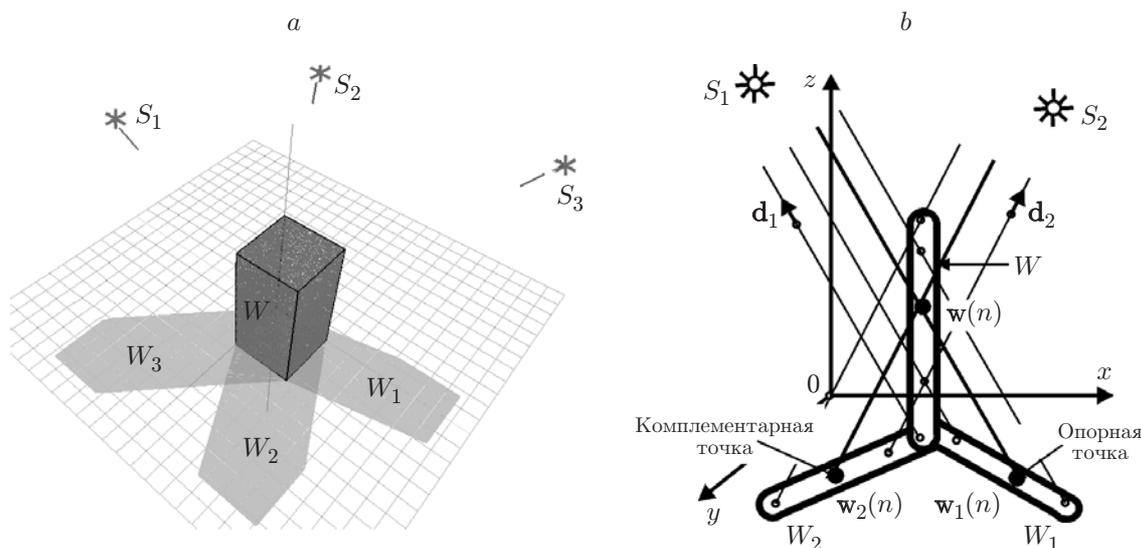


Рис. 1. Постановка задачи восстановления координат точек на поверхности объекта: изображение объекта и его теней (а), формирование параллельным проектированием изображений  $W_1$  и  $W_2$  объекта  $W$  (б)

Цель данной работы состоит в получении координат точек на поверхности объекта  $W$ , причём заданными считаются серии теней  $\{W_u\}$  и направляющих векторов  $\{\mathbf{d}_u\}$  линий визирования ( $u = 1, 2, \dots$ ) (рис. 1, *b*). Вопросам реконструкции  $3D$ -объекта по изображениям его двумерных проекций посвящён в последнее время ряд публикаций, что вызвано в первую очередь актуальностью задач дистанционного зондирования земной поверхности по полученным космическим снимкам (например, [1, 2]). Ключевой здесь является проблема обнаружения на изображениях  $W_1$  и  $W_2$  сопряжённых точек (СТ)  $\mathbf{w}_1(n)$  и  $\mathbf{w}_2(n)$  — проекций точки  $\mathbf{w}(n) \in W$ . Основные известные подходы к обнаружению СТ на изображениях проекций следующие: отождествление точек по рельефу яркости, поиск площадок с близкими распределениями яркостей (корреляционные методы), поиск в местах с резкими изменениями яркости (контурные методы) и поиск дополнительных СТ интерполяцией вдоль линии контура [3]. Этим методам присущ ряд недостатков: нет гарантированной однозначности восстановления точки  $\mathbf{w}(n) \in W$ , отсутствие теоретической сходимости процесса поиска СТ, сложность оценки размеров коррелируемых областей изображений проекций [4]. Использование изображений теней в качестве проекций для восстановления координат точек на поверхности  $3D$ -объекта оправдано в первую очередь простотой их получения. Контур тени может рассматриваться в качестве сигнала, содержащего сведения о форме объекта, полученные при модуляции объектом падающего светового потока. Благодаря высокой контрастности участка «фон—тень» контур как сигнал обладает большим отношением сигнал/шум. В контурах двух теней («левой» и «правой») расположена незначительная часть общего количества СТ. Поэтому требуемое для восстановления объекта количество теней, сформированных при различных ракурсах освещения объекта, значительно превышает требуемое число полутоновых по яркости проекций.

При параллельном проецировании объекта прямая линия на его поверхности переходит в прямую линию на изображении его проекции, а две пересекающиеся прямые создают на проекции также две пересекающиеся прямые, причём точка пересечения линий на изображении проекции является проекцией такой же точки на поверхности объекта. Данные свойства за счёт простейшей интерполяции расположенных на контурах теней СТ значительно сокращают требуемое количество теней. Недостаток, заключающийся в необходимости большого количества теней, компенсируется также простотой их получения даже в труднодоступных местах, например на освещённой Солнцем поверхности Луны.

Анализ изображений теней позволяет дистанционно определить высоту участков  $3D$ -объекта, получить необходимое для распознавания и оценки параметров координатное описание объекта, восстановить изображение рельефа в заданной окрестности и др. Наиболее просто эти задачи решаются для объектов, образованных пересечением плоскостей, т. е. для многогранников. Их граничные точки расположены на плоскостях граней. Таким образом, для восстановления изображения необходимо знать лишь координаты вершин и порядок их следования. Форму многогранника имеют различные антропогенные объекты, и поэтому задача распознавания и измерения подобных объектов имеет самостоятельное значение. Кроме того, многие тела с произвольными формами аппроксимируются с той или иной степенью точности многогранниками, для чего поверхность тела разбивается на участки, форма которых принимается плоской. В этом случае тело можно рассматривать как многогранник, образованный пересечением плоскостей, ортогональных к нормальям, восстановленным к участкам.

**Метод контроля величины ошибки координат восстановленной точки.** Как уже отмечалось ранее, проблема обнаружения СТ на изображениях проекций  $W_1$  и  $W_2$  — одна из самых сложных при решении задачи восстановления координат точки на объекте  $W$ . Ошибки в определении координат точек  $\mathbf{w}_2(n) \in W_2$  являются причинами ошибок в определении положения точки  $\mathbf{w}(n) \in W$ , в результате чего эта точка может оказаться

даже за пределами объекта  $W$  или внутри него. Рассмотрим метод, позволяющий определить величину ошибки координат точки  $\mathbf{w}(n) \in W$ , и если она превышает допустимую величину, то уточним положение комплементарной точки  $\mathbf{w}_2 \in W_2$ . Метод основан на замене объекта  $W$  виртуальным объектом в виде 3D-линии, обозначаемой далее как  $\mathbf{L}$ . При движении в пространстве двух лучей, один из которых проходит через точку на проекции  $W_1$ , а другой — через точку на проекции  $W_2$  в направлениях их линий визирования, на объектах  $W$  и  $\mathbf{L}$  происходят аналогичные события. Но при этом объект  $W$  нам неизвестен, а линия  $\mathbf{L}$  просто задаётся по исходным данным. Метод виртуального тестового объекта (ВТО) может быть применён для поиска СТ на изображениях теней  $W_u$ ,  $u = 1, 2, \dots$ . Он использует лишь геометрические соотношения между положениями источников  $S_u$ , объектом  $W$  и его тенями  $W_u$ ,  $u = 1, 2, \dots$ . Контур тени формируется за счёт проектирования расположенных на поверхности объекта точек. Поэтому контуры серий теней  $W_u$ ,  $u = 1, 2, \dots$ , представляют собой геометрические места точек, взаимно сопряжённых с точками  $\mathbf{w}(n)$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , на поверхности объекта  $W$ . Предполагая известными последовательности изображений теней  $W_u$  и нормированных векторов  $\mathbf{d}_u = d_{u1}\mathbf{i} + d_{u2}\mathbf{j} + d_{u3}\mathbf{k}$ , задающих угловые положения источников  $S_u$ ,  $u = 1, 2, \dots$ , найдём координаты точек  $\mathbf{w}(n)$ ,  $n = 1, 2, \dots$ . Для этого на контуре одной из теней, например  $W_1$ , выбирается произвольная точка  $\mathbf{w}_1(n)$  и назначается сопряжённой к некоторой, пока неизвестной, точке  $\mathbf{w}(n) \in W$ . Такая точка названа опорной. Далее, используя метод ВТО, на контуре тени  $W_2$  находится СТ  $\mathbf{w}_2(n)$ , названная комплементарной (см. рис. 1, b). По этим двум точкам выполняется вычисление координат искомой точки  $\mathbf{w}(n) \in W$ .

*Обоснование метода.* Каждой точке на изображении текущей проекции  $W_u$ ,  $u = 1, 2, \dots$ , можно поставить в соответствие плоскость, которую далее будем называть собственной. На рис. 2 представлен 3D-объект  $W$  и изображение  $W_1$  его тени, полученное при освещении объекта источником  $S$  с направляющим вектором  $\mathbf{d}$ . На изображении  $W_1$  выбраны точки  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ , являющиеся параллельными проекциями точек  $\mathbf{w}_a \in W$  и  $\mathbf{w}_b \in W$ . Через  $\mathbf{d}_a$  и  $\mathbf{d}_b$  обозначены направляющие векторы лучей, проходящих через эти точки. Собственная плоскость  $\Omega_a$  точки  $\mathbf{a}$  образуется параллельными лучами  $\mathbf{d}$  и  $\mathbf{d}_a$ . Аналогично лучами  $\mathbf{d}$  и  $\mathbf{d}_b$  образуется собственная плоскость  $\Omega_b$  точки  $\mathbf{b}$ . Каждая собственная плоскость  $\Omega_e$  текущей точки  $\mathbf{e}$  включает все точки изображения тени, расположенные на радиусе-векторе  $0\mathbf{e}$ . Лучи в собственных плоскостях любой точки тени параллельны друг другу.

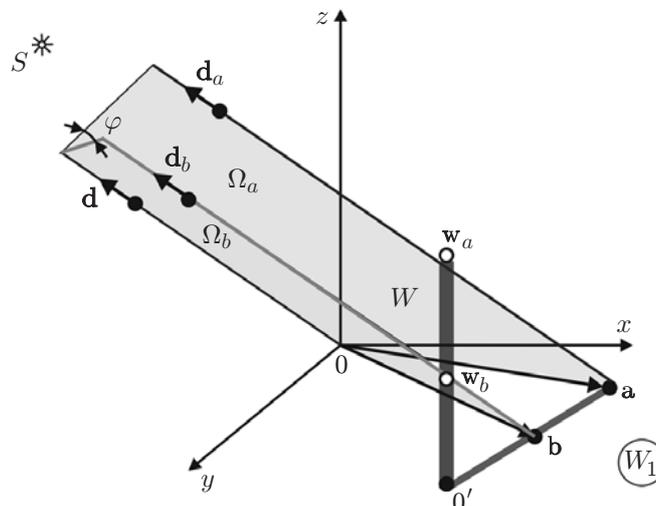


Рис. 2. Образование собственных плоскостей  $\Omega_a$  и  $\Omega_b$  точек  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$

Пусть  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  — точки на изображениях теней  $W_a$  и  $W_b$  объекта  $W$ , а  $\mathbf{d}_a$  — луч, соединяющий точку  $\mathbf{a}$  с полюсом  $S_a$  и проходящий через точку  $\mathbf{w}_a$  этого объекта. Аналогично луч  $\mathbf{d}_b$  соединяет точку  $\mathbf{b} \in W_b$  с полюсом  $S_b$  и проходит через некоторую точку  $\mathbf{w}_b \in W$ . Координаты точек  $\mathbf{w}_a$  и  $\mathbf{w}_b$  неизвестны и в общем случае  $\mathbf{w}_a \neq \mathbf{w}_b$ . Пусть также  $L_{ab}$  — линия пересечения собственных плоскостей точек  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ . На основании приведённых данных сформируем необходимые для обоснования метода ВТО следующие очевидные утверждения:

**Утверждение 1.** Лучи  $\mathbf{d}_a$  и  $\mathbf{d}_b$  обязательно пересекают линию  $L_{ab}$ . Точки пересечения обозначим как  $\mathbf{l}_a$  и  $\mathbf{l}_b$ .

**Утверждение 2.** При  $\mathbf{l}_a = \mathbf{l}_b = \mathbf{l}$  имеет место равенство

$$\mathbf{w}_a = \mathbf{w}_b = \mathbf{w} = \mathbf{l}. \tag{1}$$

В этом случае точки  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  являются сопряжёнными по отношению к точке  $\mathbf{w} \in W$ .

**Утверждение 3.** В условиях действия соотношения  $\mathbf{w}_a \neq \mathbf{w}_b$  величина расстояния  $\Delta_{ab} = |\mathbf{l}_a - \mathbf{l}_b|$  служит мерой сопряжённости произвольно выбранных точек  $\mathbf{a} \in W_1$  и  $\mathbf{b} \in W_2$ . Если

$$\Delta_{ab} \leq \Delta_0, \tag{2}$$

то принимается решение об их сопряжённости с точкой  $\mathbf{w} \in W$ .

Величина  $\Delta_0$  соизмерима с допустимой ошибкой восстановления координат 3D-точки  $\mathbf{w} \in W$ . Далее приведены диаграммы для случаев, когда точки  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  являются сопряжёнными (рис. 3, *a*) и когда нет (рис. 3, *b*).

Таким образом, при параллельном проектировании 3D-объекта  $W$  лучи  $\mathbf{d}_1(n)$  и  $\mathbf{d}_2(m)$  источников  $S_1$  и  $S_2$  образуют на плоскости изображения проекций  $W_1 = \{\mathbf{w}_1(n)\}$  и  $W_2 = \{\mathbf{w}_2(m)\}$ ,  $n, m = 1, 2, \dots$ . Каждая точка на проекциях задаёт собственную плоскость

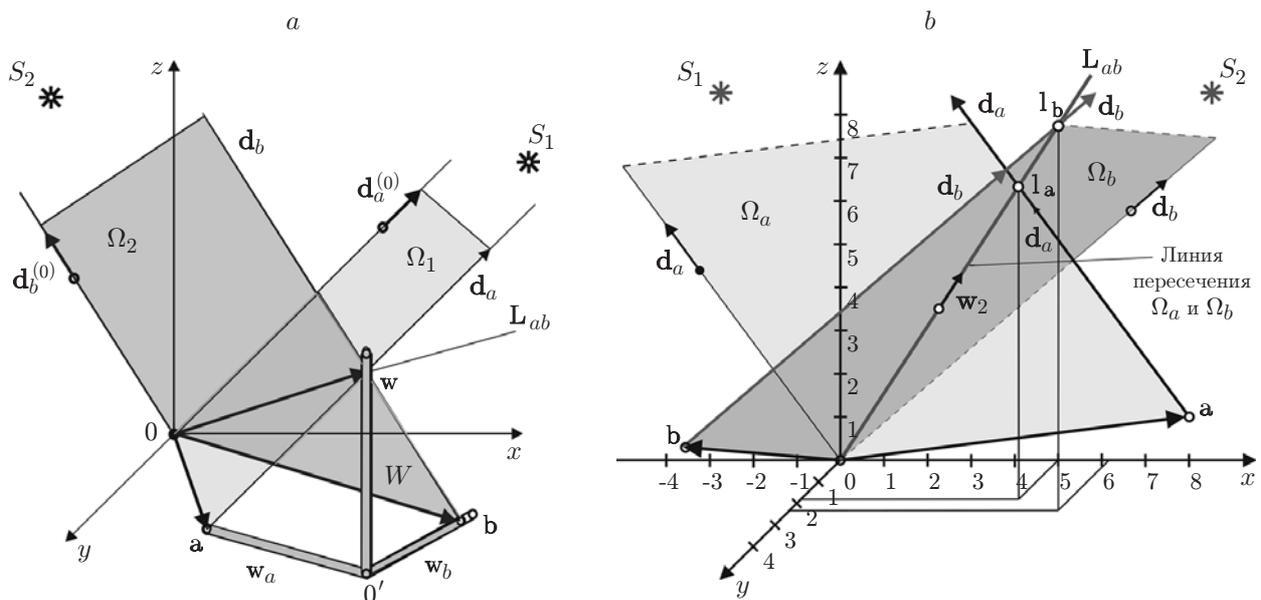


Рис. 3. Соотношения между собственными плоскостями точек  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ : точки сопряжены с точкой  $\mathbf{w}$  (a), точки не сопряжены с точкой  $\mathbf{w}$  (b)

$\Omega_1(n)$  или  $\Omega_2(m)$ ,  $n, m = 0, 1, 2, \dots$ . Линия  $\mathbf{L}_{nm}$  пересечения этих плоскостей, в свою очередь, обязательно пересекается в точках  $\mathbf{l}_1(n)$  и  $\mathbf{l}_2(m)$  лучами  $\mathbf{d}_1(n)$  и  $\mathbf{d}_2(m)$  соответственно. Если эти лучи пересекают одну и ту же точку  $\mathbf{w}(n) \in W$ , то  $\mathbf{l}_1(n) = \mathbf{l}_2(m) = \mathbf{w}(n)$ . В противном случае  $\mathbf{l}_1(n) \neq \mathbf{l}_2(m)$ . По характеру пересечения линии  $\mathbf{L}_{nm}$  лучами  $\mathbf{d}_1(n)$  и  $\mathbf{d}_2(m)$  можно судить о том, обладают ли точки проекций  $\mathbf{w}_1(n)$  и  $\mathbf{w}_2(m)$  свойством сопряжённости. Поэтому линия  $\mathbf{L}_{nm}$  может рассматриваться в качестве тестового объекта для оценки степени сопряжённости двух произвольных точек  $\mathbf{w}_1(n)$  и  $\mathbf{w}_2(m)$  проекций объекта  $W$ .

*Аналитические соотношения для метода ВТО.* Направляющий вектор  $\mathbf{w}$  линии  $\mathbf{L}_{ab}$  пересечения собственных плоскостей  $\Omega_a$  и  $\Omega_b$  точек  $\mathbf{a} \in W_1$  и  $\mathbf{b} \in W_2$  равен нормированному векторному произведению нормалей  $\mathbf{r}_a = [\mathbf{a}, \mathbf{d}_a]$  и  $\mathbf{r}_b = [\mathbf{b}, \mathbf{d}_b]$  к этим плоскостям:

$$\mathbf{w} = w_1\mathbf{i} + w_2\mathbf{j} + w_3\mathbf{k} = [\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_b]. \quad (3)$$

Луч  $\mathbf{d}_a = d_{a1}\mathbf{i} + d_{a2}\mathbf{j} + d_{a3}\mathbf{k}$ , восстановленный из точки  $\mathbf{a} \in W_1$ ,  $\mathbf{a} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j}$ , в направлении полюса  $S_1$ , пересекает линию  $\mathbf{L}_{ab}$  в точке  $\mathbf{l}_a = l_{a1}\mathbf{i} + l_{a2}\mathbf{j} + l_{a3}\mathbf{k}$ , а луч  $\mathbf{d}_b = d_{b1}\mathbf{i} + d_{b2}\mathbf{j} + d_{b3}\mathbf{k}$ , восстановленный из точки  $\mathbf{b} \in W_2$ ,  $\mathbf{b} = b_1\mathbf{i} + b_2\mathbf{j}$ , в направлении полюса  $S_2$ , пересекает линию  $\mathbf{L}_{ab}$  в точке  $\mathbf{l}_b = l_{b1}\mathbf{i} + l_{b2}\mathbf{j} + l_{b3}\mathbf{k}$ . Координаты точек  $\mathbf{l}_a$  и  $\mathbf{l}_b$  определяются выражениями  $\mathbf{l}_a = p\mathbf{w}$ ,  $\mathbf{l}_b = q\mathbf{w}$ , где

$$\begin{aligned} l_{a1} &= pd_{a1}i + a_1; & l_{a2} &= pd_{a2}i + a_2; & l_{a3} &= pd_{a3}i; \\ l_{b1} &= qd_{b1}i + b_1; & l_{b2} &= qd_{b2}i + b_2; & l_{b3} &= qd_{b3}i, \end{aligned} \quad (4)$$

$$p = \frac{a_2d_{a3}}{w_2d_{a3} - w_3d_{a2}}, \quad q = \frac{b_2d_{b3}}{w_2d_{b3} - w_3d_{b2}}.$$

Если по правилу (2) принято решение о сопряжённости точек  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  некоторой точке  $\mathbf{w}_{ab} \in W$ , то на основании (1) оценка  $\mathbf{w}_{ab}^*$  её координаты может быть получена усреднением координат точек пересечения  $\mathbf{l}_a$  и  $\mathbf{l}_b$  линии  $\mathbf{L}_{ab}$ :

$$\mathbf{w}_{ab}^* = 0,5(p + q)\mathbf{w} = 0,5(\mathbf{l}_a + \mathbf{l}_b).$$

При этом ошибка  $\delta_{ab} = |\mathbf{w}_{ab} - \mathbf{w}_{ab}^*|$  имеет порядок пороговой величины  $\Delta_0$ :

$$\delta_{ab} \approx \Delta_0. \quad (5)$$

Поиск и идентификация точек  $\mathbf{a} \in W_1$  и  $\mathbf{b} \in W_2$ , сопряжённых с некоторой точкой  $\mathbf{w}_{ab}$  на поверхности 3D-объекта  $W$ , выполняется на основе выражений (4). Чаще всего величина  $\Delta_{ab} = |\mathbf{l}_a - \mathbf{l}_b|$  значительно превышает близкое к нулю пороговое значение  $\Delta_0$ . В этом случае поиск комплементарной точки  $\mathbf{b} \in W_2$  выполняется следующим образом:

1) выбирается произвольная точка  $\mathbf{b}_1 \in W_2$  и с помощью выражений (3), (4) вычисляется расстояние  $\Delta_{a_1b_1}$  между точками пересечения линии  $\mathbf{L}_{a_1b_1}$  лучами  $\mathbf{d}_{a_1}$  и  $\mathbf{d}_{b_1}$ ;

2) для серии точек  $\mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3, \dots$ , расположенных в окрестности точки  $\mathbf{b}_1$ , формируется поле  $R$  значений расстояний  $\Delta_{ab_2}, \Delta_{ab_3}$ ;

3) определяется точка  $\mathbf{b}_s$ , для которой величина расстояния  $\Delta_{ab_s}$  (рис. 4) достигает в этом поле минимального значения и проверяется условие (2):  $\Delta_{ab_s} \leq \Delta_0$ , если оно выполнено, то точка  $\mathbf{b}_s$  принимается в качестве комплементарной по отношению к опорной точке  $\mathbf{a}$ .

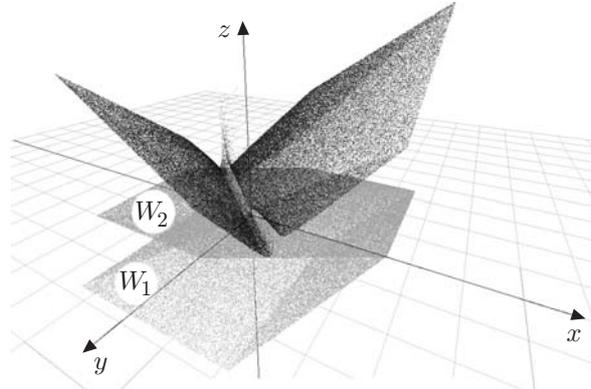


Рис. 4. Вид поля расстояний  $R$  между подбираемыми точками

**Поиск сопряжённых точек на контурах изображений теней.** Экстремальная линия (ЭЛ) поля расстояний  $R = \{\Delta_{abn}\}$ ,  $n = 1, 2, \dots$ . Можно показать, что в поле  $R = \{\Delta_{abn}\}$  существует полоса шириной  $\Delta_0$ , состоящая из точек  $\mathbf{b} = 1, 2, 3, \dots$ , для которых выполняется соотношение (2). Это означает, что на плоскости  $xOy$  находится не одна, а множество точек, обладающих свойством (2). При этом каждая из них совместно с опорной точкой  $\mathbf{a} \in W$  будет задавать 3D-точку, координаты которой отличаются от координат других восстановленных точек.

Введём понятие расположенной в пределах данной полосы ЭЛ  $E$ , для каждой точки которой соблюдается строгое равенство  $\Delta = 0$ . Рассмотрим механизм образования ЭЛ при параллельном проектировании 3D-точек на плоскости  $xOy$ . На рис. 5, *a* представлено изображение объекта  $W$ . Проецирующие лучи из полюсов  $S_1$  и  $S_2$  с направляющими векторами  $\mathbf{d}_1$  и  $\mathbf{d}_2$  формируют на плоскости  $xOy$  изображения его теней  $W_1$  и  $W_2$ . Пересекающиеся в точке  $\mathbf{w}_{ab} \in W$  лучи образуют на плоскости  $xOy$  точки  $\mathbf{a} \in W_1$  и  $\mathbf{b} \in W_2$ , обладающие свойствами сопряжённости по отношению к точке  $\mathbf{w}_{ab}$ . Эти лучи задают в пространстве проецирующую плоскость  $H$ , пересекающую плоскость  $xOy$  по линии  $E_{ab}$ .

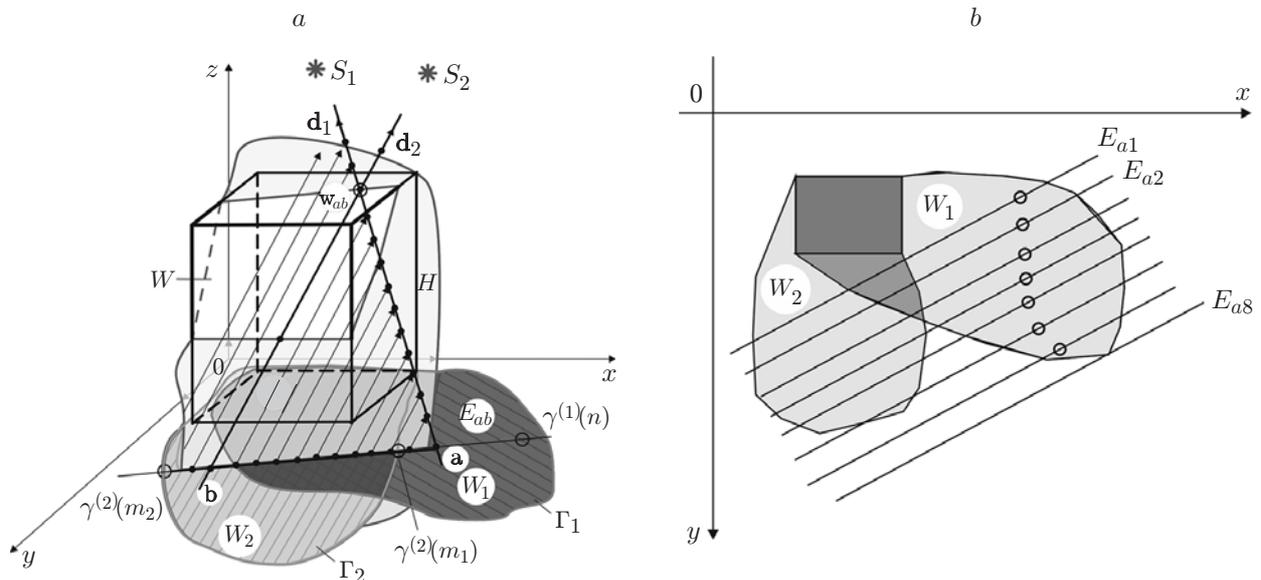


Рис. 5. Обнаружение СТ: *a* — объект  $W$  и его тени, *b* — поле экстремальных линий

Находящиеся в плоскости  $H$  лучи из полюса  $S_2$  проецируют каждую точку луча из полюса  $S_1$ , лежащего в этой же плоскости  $H$ , на линию  $E_{ab}$ . Поэтому любая точка  $\mathbf{b}_1$  этой линии совместно с точкой  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{a} \neq \mathbf{b}$ ,  $\mathbf{a} \in E_{ab}$ , образует сопряжённую пару для  $3D$ -точки, расположенной на проходящем через точку  $\mathbf{a}$  луче  $\mathbf{d}_1$  (см. рис. 5, а). В результате для всех точек  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{b} = 1, 2, \dots$ , находящихся на линии  $E_{ab}$ , будет выполняться соотношение (2), хотя пары  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ ,  $\mathbf{b} = 1, 2, \dots$ , задают в  $3D$ -пространстве различные точки:  $\mathbf{w}_{a1} \neq \mathbf{w}_{a2} \neq \mathbf{w}_{a3} \neq \dots$ .

Получим уравнение ЭЛ  $E_{ab}$ , проходящей через опорную точку  $\mathbf{a} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j}$ . Поскольку ЭЛ образуется в результате пересечения двух плоскостей, то она является прямой линией и её уравнение имеет вид  $y = gx + h$ . Направляющий вектор  $\mathbf{r}_E$  линии равен векторному произведению нормалей  $\mathbf{r}_H$  и  $\mathbf{r}_{x0y}$  пересекающихся плоскостей  $H$  и  $x0y$ :

$$\mathbf{r}_E = r_{E1}\mathbf{i} + r_{E2}\mathbf{j} = [\mathbf{r}_H, \mathbf{r}_{x0y}], \quad (6)$$

где

$$\mathbf{r}_H = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \end{vmatrix}; \quad \mathbf{r}_{x0y} = \mathbf{k}.$$

На основании этих выражений угловой коэффициент  $g$  и свободный член  $h$  в уравнении ЭЛ будут иметь вид:  $g = r_{E2}/r_{E1}$ ,  $h = a_{12} - ga_{11}$ . Отметим следующие свойства ЭЛ  $E_{ab}$ :

1) линия обязательно проходит через опорную точку  $\mathbf{a}$ , расположенную на изображении тени  $W_1$ ;

2) угловой коэффициент линии определяется лишь направляющими векторами проецирующих лучей из полюсов  $S_1$  и  $S_2$ , поэтому множество экстремальных линий, порождаемое проецирующими лучами из этих полюсов, представляет собой расположенное на плоскости  $x0y$  семейство параллельных прямых с угловым коэффициентом  $g = r_{E2}/r_{E1}$  (рис. 5, б)<sup>1</sup>.

*Контурный анализ изображений теней.* Яркость точек теней принята одинаковой, вследствие чего вся полезная информация об объекте  $W$  сосредоточена в контурах этих теней. Контур  $\Gamma_u$  и  $\Gamma_v$  теней  $W_u$  и  $W_v$ , представленные в глобальной системе отсчёта и полученные при визировании объекта  $W$  из полюсов  $S_u$  и  $S_v$ ,  $u \neq v$ , создают поле диспарантности этого объекта. Поэтому положение СТ можно определить в результате структурного анализа контуров  $\Gamma_u = \{\gamma_u(r)\}_{r=0}^{s-1}$  ( $u = 1, 2, \dots$ ) [4, 5].

Переход от тени к освещённому источником  $S$  фону сопровождается интенсивным скачком яркости. Поэтому её края хорошо очерчены и, рассматриваемые в качестве сигнала, характеризуются высоким отношением сигнал/шум. При выделении и прослеживании контура тени приемлемые результаты даёт алгоритм Розенфельда [5, 6]. Он позволяет устойчиво прослеживать контуры теней сколь угодно сложной формы. Квадратную сетку с изображением контура целесообразно рассматривать как комплексную плоскость и кодировать элементарные векторы контура комплексными числами  $\gamma(r) = \gamma_1(r) + i\gamma_2(r)$ ,  $r = 0, 1, \dots, s-1$ , где  $s$  — размерность контура [5].

<sup>1</sup>В стереовидении вводится понятие прямой линии, называемой эпиполярной [3], содержащей две СТ. Рассматриваемая экстремальная линия в отличие от эпиполяры содержит не одну, а бесконечное количество комплементарных точек, что объясняется одинаковой яркостью всех точек тени.

Контур  $\Gamma = \{\gamma(r)\}_{r=0}^{s-1}$  содержит сведения о форме объекта  $W$ , полученные вследствие стопроцентной модуляции объектом светового потока. При параллельном проектировании объекта прямая линия на его поверхности отображается прямолинейным участком контура тени, а фрагмент в виде угла, образованного двумя прямыми, — аналогичным по форме фрагментом контура. В условиях слабой зашумлённости линии контура подобные фрагменты уверенно выделяются обнаружителями на основе контурных согласованных фильтров [4, 5]. Для обнаружения прямолинейных фрагментов инвариантно к их ориентации применяется фильтр скользящего среднего

$$\eta(m) = \frac{1}{t} \sum_{r=m}^{m+t-1} \gamma(r), \quad m = 0, 1, \dots, s-1,$$

а для фрагментов в виде углов — фильтр скользящей разности

$$\eta(m) = \frac{1}{t} \left[ \sum_{r=m}^{0,5t-1+m} \gamma(r) - \sum_{r=0,5t+m}^{t-1+m} \gamma(r) \right], \quad m = 0, 1, \dots, s-1.$$

В этих выражениях  $\eta(m)$  — выходной сигнал фильтра,  $t$  — ширина окна. При обнаружении фрагментов инвариантно к их ориентации решение принимается по результатам сравнения выходных сигналов фильтров с порогом модулей выходных сигналов фильтров. На рис. 6 представлен фрагмент контура в виде угла  $\varphi = 60^\circ$  со сторонами из десяти элементарных векторов. Максимальный отсчёт фильтра скользящей разности достигается в точке  $\mathbf{u}$  вершины фрагмента, а полученная величина угла между отрезками контура  $v_1u$  и  $uv_2$  равна  $59,74^\circ$ .

В изображении тени объекта  $W$  можно выделить две области. Первая из них содержит точки основания объекта  $W$ , а вторая — проекции луча  $\mathbf{d}$ , проходящего через краевые участки этого объекта. В зависимости от угловой ориентации луча  $\mathbf{d}$  точки первой области могут находиться как внутри изображения тени, так и представлять собой часть контура тени. Если объект  $W$  имеет плоские участки своей поверхности, ориентированные

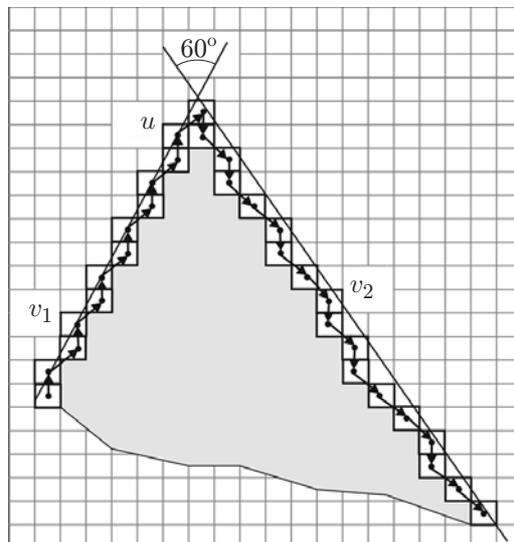


Рис. 6. Фрагмент контура в виде угла

параллельно проецирующему лучу  $\mathbf{d}$ , то соответствующая точка тени будет проекцией большого количества точек объекта  $W$ . Точки второй области чаще всего расположены за пределами основания объекта  $W$ , именно они формируют изображение, обычно называемое тенью. Контурная точка этой части тени, как правило, является проекцией только одной точки поверхности объекта  $W$ . Если объект вращается или же меняется положение полюса, то контуры получаемых при этом изображений теней содержат значительное количество проекций точек поверхности объекта, что и служит основой процесса восстановления формы поверхности объекта.

*Алгоритм поиска СТ.* Экстремальная линия при подборе СТ позволяет отказаться от громоздкой процедуры построения поля расстояний и дальнейшего его анализа. Получение и решение уравнения для ЭЛ требует минимального количества простых операций, и дальнейший подбор комплементарной точки на тени  $W_2$  связан с поиском уже не на плоскости, а вдоль линии  $E$ . Отметим следующее обстоятельство: если опорная точка  $\gamma_1(r) = \gamma_{11}(r) + i\gamma_{12}(r)$  служит вершиной угла фрагмента контура  $\Gamma_1 \in W_1$ , то комплементарная точка  $\gamma_2(m) = \gamma_{21}(m) + i\gamma_{22}(m)$  будет расположена также на вершине угла фрагмента контура  $\Gamma_2 \in W_1$ . Поскольку в контуре  $\Gamma_2$  может быть несколько фрагментов в форме угла, то следует иметь в виду, что СТ  $\gamma_1(r)$  и  $\gamma_2(m)$  обязательно расположены на ЭЛ  $E_{rm}$ , проходящей через опорную точку  $\gamma_1(r)$ . На основании изложенного приведём алгоритм поиска СТ на контурах  $\Gamma_1 \in W_1$  и  $\Gamma_2 \in W_2$ .

1. *Сегментация контуров*  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  на фрагменты в форме углов и прямолинейных отрезков; составление упорядоченного списка сегментированных фрагментов; оценка координат вершин углов многоугольников, образованных линиями контуров  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ . Вершины углов на контуре  $\Gamma_1 \in W_1$  принимаются в качестве опорных точек  $\gamma_1(r)$ ,  $r = 0, 1, \dots$

2. *Расчёт параметров ЭЛ*  $E_{rm}$ , построение поля ЭЛ, проходящих через опорные точки.

3. *Поиск комплементарных точек*  $\gamma_2(m) \in \Gamma_2$ ,  $m = 0, 1, \dots$ , расположенных на ЭЛ  $L_{rm}$ , проходящих через опорные точки  $\gamma_1(m) \in W_1$ . При выполнении условия (2) точки  $n \in \Gamma_1$  и  $m \in \Gamma_2$  принимаются в качестве пары СТ. Если же условие (2) нарушено, но точка пересечения ЭЛ с контуром  $\Gamma_2$  расположена на фрагменте в виде угла, то необходимо построить по методу ВТО поле расстояния  $R_{rm}$ . Точка с минимальным значением расстояния проверяется на соответствие условию (2), и при его выполнении она принимается в качестве комплементарной.

4. В целом ряде случаев ЭЛ  $E_r$  пересекает контур  $\Gamma_2$  в окрестности фрагмента, отсутствующего в списке фрагментов в форме угла. Такое событие имеет место при большом угловом рассогласовании полюсов  $S_1$  и  $S_2$ , в результате чего подбор комплементарной точки становится невозможным.

5. *Интерполяция СТ.* После определения СТ, расположенных на вершинах контуров  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ , путём интерполяции возможно определение дополнительных СТ на прямолинейных отрезках контуров  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ . Эти точки находятся на ЭЛ, пересекающей указанные отрезки.

Ряд операций приведённого выше алгоритма представлен на рис. 7. На рис. 7, а показаны изображения теней  $W_1$  и  $W_2$  объекта  $W$ , контуры  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  этих теней и экстремальная линия, проходящая через опорную точку 9 на контуре  $\Gamma_1$ . На рис. 7, б на горизонтальной плоскости  $xOy$  представлены экстремальные линии для опорных точек 3, 7 и 9 на контуре  $\Gamma_1$ . Линии, проходящие через точки 7, 9, пересекают многоугольник контура  $\Gamma_2$  в его вершинах 7, 9, поэтому точки 7–7 и 9–9 будут сопряжёнными. После решения обратной задачи с помощью выражений (4) получим координату (1, 6, 5) точки 7 и координату (6, 6, 5) точки 9 на объекте  $W$ . Рассекая экстремальными линиями стороны 7–9 контуров  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ , подобным образом можно найти координаты любой точки на ребре 7–9 объекта  $W$ . Экстремальная линия, проходящая через опорную точку 3 контура  $\Gamma_1$ , пересекает контур

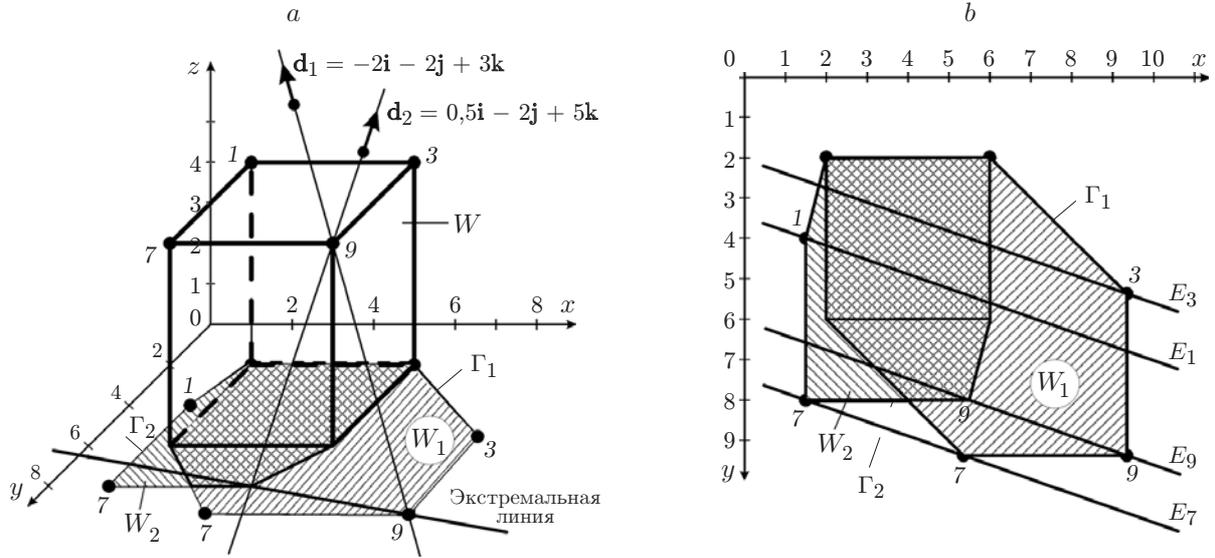


Рис. 7. Обнаружение сопряжённых точек на контурах тени объекта  $W$ : изображения объекта и его теней (a), поля диспарантности и экстремальных линий (b)

$\Gamma_2$  в пределах прямолинейного фрагмента, поэтому соответствующую комплементарную точку получить нельзя. Это вызвано тем, что проекция точки 3 объекта  $W$  оказалась не на границе, а внутри изображения тени  $W_2$ .

**Пример восстановления изображения многогранника.** На рис. 8, a приведены изображения двух полей диспарантности  $D_1$  и  $D_2$ , построенных соответственно на контурах  $\Gamma_1, \Gamma_2$  и  $\Gamma_3, \Gamma_4$  теней  $W_1, W_2$  и  $W_3, W_4$  некоторого 3D-объекта  $W$ . Тени сформированы при параллельном проецировании объекта  $W$  на горизонтальную поверхность источниками  $S_1, S_2, S_3$  и  $S_4$ , угловые положения которых задавались направляющими векторами  $\mathbf{d}_1 = 8\mathbf{j} + 12\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{d}_2 = -4\mathbf{i} + 6,9282\mathbf{j} + 12\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{d}_3 = 4\mathbf{i} - 6,9282\mathbf{j} + 12\mathbf{k}$ . Для каждого поля диспарантности построено своё поле экстремальных линий, найдены координаты СТ, восстановлены соответствующие им координаты точек на поверхности объекта  $W$  и оценены ошибки (см. таблицу). Вид восстановленного объекта  $W$  показан на рис. 8, b.

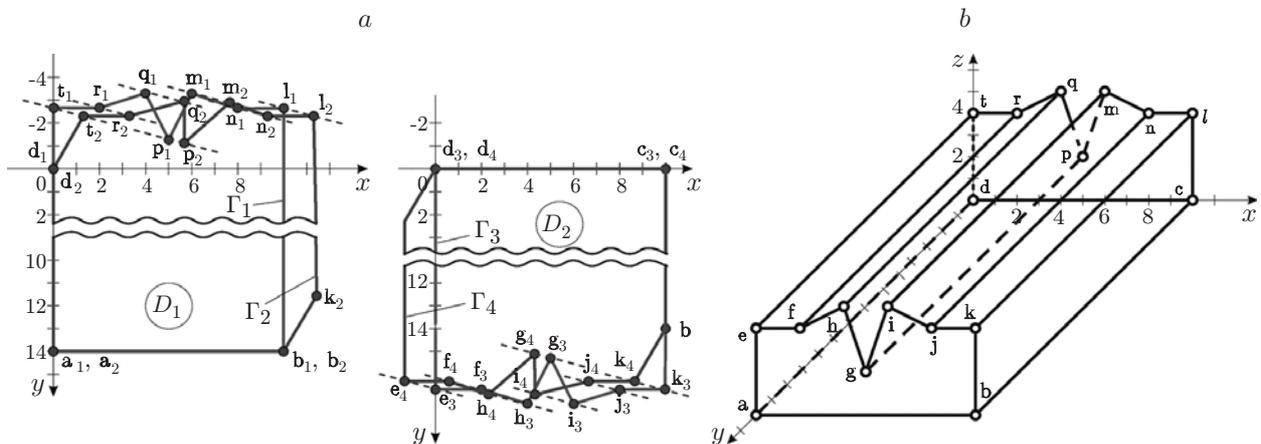


Рис. 8. Восстановление изображения многогранника: вид полей диспарантности  $D_1$  и  $D_2$  (a), восстановленный объект  $W$  (b)

**Числовые характеристики процесса восстановления объекта по его теням**

Имя СТ	Координаты СТ на контуре		Координаты 3D-точки		Ошибка $\Delta$
	$\Gamma_1/\Gamma_3$	$\Gamma_2/\Gamma_4$	точные	восстановленные	
<b>a</b>	14j	14j	14j	—	—
<b>b</b>	10i + 14j	10i + 14j	10i + 14j	—	—
<b>c</b>	10i	10i	10i	—	—
<b>d</b>	0	0	0	—	—
<b>e</b>	16,667i	-1,333i + 16,309j	14i + 4k	14i + 4k	0,004
<b>f</b>	2i + 16,667j	0,667i + 16,309j	2i + 14j + 4k	2i + 14j + 3,999k	0,004
<b>h</b>	4i + 17,333j	2,333i + 16,686j	4i + 14j + 5k	4i + 14j + 4,999k	0,0007
<b>g</b>	5i + 15,333j	4,333i + 15,154j	5i + 14j + 2k	5i + 14j + 1,999k	0,0007
<b>i</b>	6i + 17,333j	4,333i + 16,686j	6i + 14j + 4k	6i + 14,010j + 4,983k	0,0205
<b>j</b>	8i + 16,667j	6,667i + 16,309j	8i + 14j + 4k	8i + 14j + 3,999k	0,0005
<b>k</b>	10i + 11,334j	11,333i + 11,691j	10i + 14j + 4k	10i + 13,999j + 3,998k	0,0009
<b>l</b>	10i + 2,667j	11,333i - 2,309j	10i + 4k	10i + 0,002j + 4,003k	0,0009
<b>n</b>	8i - 2,667j	9,333i - 2,309j	8i + 4k	8i + 0,002j + 4,002k	0,0009
<b>m</b>	6i - 3,333j	7,667i - 2,886j	6i + 5k	6i + 0,003j + 5,003k	0,0011
<b>p</b>	5i - 1,333j	5,667i - 1,155j	5i + 2k	5i + 1,999k	0,0001
<b>q</b>	4i - 1,333j	5,667i - 2,886j	4i + 5k	4i + 0,002j + 5,003k	0,0010
<b>r</b>	2i - 2,667j	3,333i - 2,309j	2i + 4k	2i + 0,009j + 4,001k	0,0006
<b>t</b>	2,667j	1,333i - 2,309j	4k	4,001k	0,0006

**Заключение.** В данной работе рассмотрен один из подходов к получению полезной информации об объекте, содержащейся в изображениях его теней. Показана возможность восстановления координат точек на поверхности объекта по сопряженным точкам, расположенным на контурах теней и обнаруживаемым при структурном анализе этих контуров на основе согласованной фильтрации. Метод эффективен при восстановлении изображений объектов многогранной формы. Для обнаружения сопряженных точек он использует геометрические соотношения между угловыми положениями источников освещения, формами объекта и изображений его теней.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Киричук В. С., Косых В. П., Перетягин Г. И., Попов С. А. Восстановление рельефа местности по длинной серии космических снимков: адаптивный подход // Матер. Междунар. конф. «Распознавание образов и анализ изображений: новые информационные технологии (РОАИ-5-2000)». Самара, 2000. Т. 2. С. 295–299.
2. Киричук В. С., Мокин К. Ю., Резник А. Л. Алгоритмы обработки серии цифровых аэрокосмических изображений на основе автоматического поиска сопряженных точек // Там же. С. 300–304.
3. Хорн Б. К. П. Зрение роботов: Пер. с англ. М.: Мир, 1989. 487 с.

4. **Фурман Я. А., Егошина И. Л.** Согласованные контурные фильтры // Радиотехника. 1997. № 7. С. 33–39.
5. **Новейшие** методы обработки изображений /Под ред. А. А. Потапова М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 496 с.
6. **Введение** в контурный анализ и его приложения к обработке изображений и сигналов /Под ред. Я. А. Фурмана. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 592 с.

*Поступила в редакцию 7 апреля 2011 г.*

---