

УДК 53.082.54

**ПРИМЕНЕНИЕ СТРУКТУРНОГО ОСВЕЩЕНИЯ  
ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ПРОФИЛЯ ПОВЕРХНОСТИ  
НА ОСНОВЕ ФАЗОВОГО ГРАДИЕНТНОГО МЕТОДА  
С НЕПРЕРЫВНЫМИ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯМИ\***

О. Коджахан Йылмаз<sup>1</sup>, С. Оздер<sup>2</sup>, П. Демир<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Department of Physics, Namik Kemal University,  
Degirmenalti Campus, 59100, Tekirdag, Turkey*

<sup>2</sup>*Department of Physics, Çanakkale Onsekiz Mart University,  
Terzioğlu Campus, 17100, Çanakkale, Turkey  
E-mail: ozlemkocahan@yahoo.com*

Предложен метод оптических измерений профиля поверхности при структурном освещении в виде двумерной системы полос (путём введения в описание несущих частот в пространственных направлениях  $x$  и  $y$ ) с помощью фазового градиентного метода с непрерывными вейвлет-преобразованиями. Такие преобразования, основанные на вейвлетах Морле и Пауля, последовательно применяются к строкам и столбцам изображения и затем суммируются для нахождения результирующего распределения фазы без использования каких-либо алгоритмов устранения неопределённости фазы в отличие от  $S$ -преобразования. Результаты численного моделирования и экспериментов показывают эффективность предложенного метода для нахождения распределений фазы.

*Ключевые слова:* устранение неопределённости фазы, интегральное преобразование, фурье-оптика.

**Введение.** Существует несколько методов измерения трёхмерного ( $3D$ ) профиля поверхности путём получения распределения фазовых сдвигов в изображении системы полос, включая метод фурье-преобразования, который декодирует и извлекает фазовую информацию из сигнала от системы полос. Информация о высоте объекта содержится в искажённом рисунке полос в виде изменения фазы, которое может быть определено фазовым и фазовым градиентным методами. В первом методе фаза искажений вычисляется с разрывами (равными  $2k\pi$ , где  $k$  неизвестно) и для получения исходного фазового распределения необходимо устранить её неопределённости [1–3]. В методе, предложенном в работах [4, 5], вычисляющем градиент фазы, а затем интегрирующем его для получения распределения фазы, устранения неопределённости фазы не требуется.

Измерение  $3D$ -профиля поверхности путём получения распределения фазовых сдвигов из одномерного ( $1D$ ) рисунка системы полос основано на фильтрации в целях выбора единственного спектрального порядка, содержащего основную несущую частоту, таким образом, чтобы он отделялся от других спектральных порядков. Условие для выделения основного спектрального порядка связано с параметрами эксперимента или частотой проектируемой системы полос [1]. Если пространственный спектр объекта измерений не обладает сферической симметрией, то описание двумерного ( $2D$ ) изображения системы полос посредством введения несущих частот в пространственных направлениях  $x$  и  $y$  даёт нам другой метод для устранения перекрытия спектральных порядков, не требующий изменения условий эксперимента [6].

---

\*Работа выполнена при частичной поддержке Фонда научных и технических исследований Турции (TUBITAK-TBAG 105T136 и 104T327).

Для измерения  $3D$ -профиля применяются оценивание и вычисление различных систем полос, таких как муаровые полосы, цветные контуры,  $1D$ - или  $2D$ -изображения полос, посредством двумерного преобразования Фурье и непрерывного вейвлет-преобразования (НВП) [2, 6–13]. В [7] предложен алгоритм удаления несущей частоты для получения фазового распределения из  $2D$ -изображения системы полос. Другой метод, опробованный в [2], основан на применении быстрого двумерного фурье-анализа изображений системы полос для автоматической оценки угла наклона параллельных полос. Оба метода предполагают калибровочные процедуры для получения корректного высотного профиля объекта. В [4] использовалась процедура интегрирования, повторяемая для каждой строки изображения. При этом фазовые распределения строк определялись с точностью до аддитивных постоянных, которые, в свою очередь, находились последовательно путём вычисления фазового распределения для диагонали изображения. Здесь коррекция высоты в строках должна согласовываться с распределением высоты по диагонали изображения.

В данной работе из  $2D$ -изображения системы полос с помощью введения несущих частот в пространственных направлениях  $x$  и  $y$  последовательно вычисляются фазовые распределения для каждой строки и столбца, которые затем суммируются для получения результирующего фазового распределения  $\varphi(x, y)$ . В этом подходе нет необходимости в вычислении аддитивных постоянных для диагонали изображения, настроечных процедурах и калибровках. Для нахождения высотного профиля объекта, полученного из распределения фазовых сдвигов спроецированной на объект системы  $2D$ -полос фазовым градиентным методом с использованием НВП на основе вейвлетов Морле и Пауля и алгоритмов  $S$ -преобразования, представлены результаты численного моделирования и эксперимента.

**Метод вейвлет-преобразования.** Система  $1D$ -полос определяется выражением [5]

$$h(x) = I_0(x)[1 + V(x) \cos(2\pi f_0 x + \varphi(x))], \quad (1)$$

где  $I_0(x)$  — интенсивность фона;  $V(x)$  задаёт контраст системы полос;  $\varphi(x)$  — фаза системы полос, модулированная высотой;  $f_0$  — пространственная несущая частота в направлении  $x$ . Для восстановления фазы  $f_0$  должно удовлетворять условию  $2\pi f_0 > |d\varphi/dx|_{\max}$  [1].

НВП системы полос находится из выражения [14]

$$\text{НВП}(b, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} g^*\left(\frac{x-b}{a}\right) h(x) dx = \sqrt{a} \int_{-\infty}^{+\infty} G^*(a\alpha) H(\alpha) \exp(ib\alpha) d\alpha. \quad (2)$$

Каждый вейвлет получен масштабированием материнского вейвлета  $g((x-b)/a)$  с помощью коэффициента масштабирования  $a > 0$  и его сдвигом на величину  $b$ . Величина  $g^*$  обозначает комплексное сопряжение материнского вейвлета. Вторая форма выражения (2), где величины  $\sqrt{a}G(a\alpha)$  и  $H(\alpha)$  являются фурье-преобразованиями от  $(1/\sqrt{a})g(x/a)$  и  $h(x)$  соответственно [14, 15], позволяет использовать алгоритм быстрого преобразования Фурье для гораздо более быстрых вычислений.

Важным практическим вопросом для данного приложения является выбор подходящего материнского вейвлета. В представленном исследовании для восстановления фазы использованы вейвлеты Морле и Пауля.

Вейвлет Морле, который является модулированной гауссианом плоской волной, определяется как

$$m(x) = \pi^{1/4} \exp(icx) \cdot \exp(-x^2/2), \quad (3)$$

а его фурье-преобразование имеет вид

$$M(\alpha) = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt[4]{\pi}} \exp \left[ -\frac{(\alpha - c)^2}{2} \right] \quad (4)$$

(здесь  $c$  — постоянная пространственная частота, выбираемая в интервале от 5 до 6 для того, чтобы удовлетворять принятому условию [15]).

Вейвлет Пауля определяется как [5]

$$p(x) = \frac{2^n n! (1 - ix)^{-(n+1)}}{2\pi \sqrt{(2n)!/2}}, \quad (5)$$

где  $n$  — порядок вейвлета. Его фурье-преобразование имеет вид

$$P(\alpha) = \frac{2^n}{\sqrt{n(2n-1)!}} \alpha^n \exp(-\alpha) \mathfrak{F}(\alpha) \quad (6)$$

( $\mathfrak{F}$  — функция Хевисайда). Графики вейвлетов Морле и Пауля в пространственной и фурье-областях показаны на рис. 1.

Вейвлет Морле удовлетворяет соотношению неопределённости  $\Delta x \times \Delta \alpha = 1/2$  и локализует сигнал от полосы в интервале  $\left[ b - \frac{a}{\sqrt{2}}, b + \frac{a}{\sqrt{2}} \right]$  в  $x$ -области и в интервале  $\left[ \frac{c}{a} - \frac{1}{a\sqrt{2}}, \frac{c}{a} + \frac{1}{a\sqrt{2}} \right]$  в  $\alpha$ -области [16]. В то же время вейвлет Пауля порядка  $n$  приводит к неопределённости  $\Delta x \times \Delta \alpha = 1/2 \sqrt{(2n+1)/(2n-1)}$  и локализует сигнал от полосы в интервале  $\left[ b - \frac{a}{\sqrt{2n-1}}, b + \frac{a}{\sqrt{2n-1}} \right]$  в  $x$ -области и в интервале  $\left[ \frac{2n+1}{2a} - \frac{\sqrt{2n+1}}{2a}, \frac{2n+1}{2a} + \frac{\sqrt{2n+1}}{2a} \right]$  в  $\alpha$ -области [5]. С учётом свойства локализации

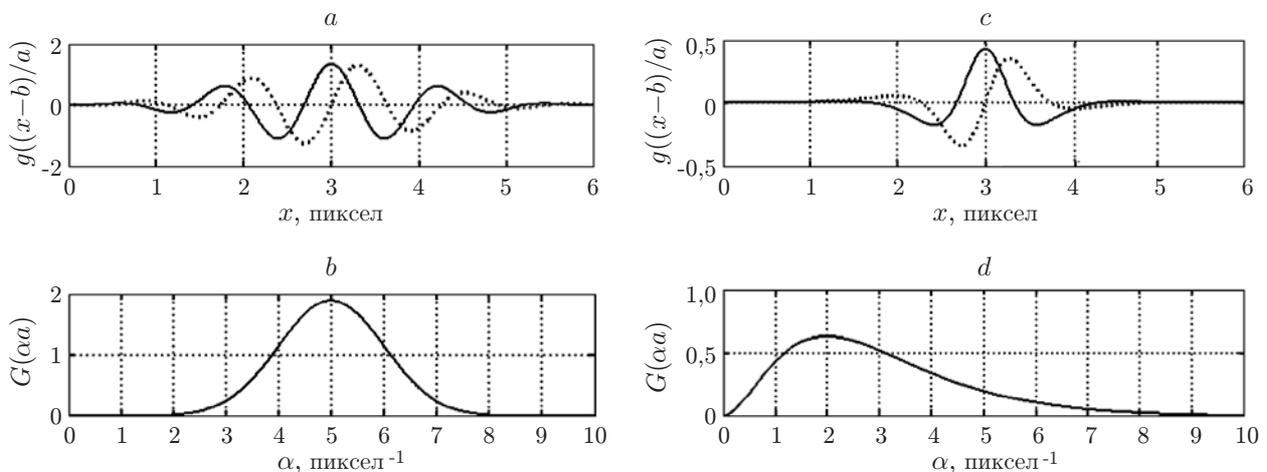


Рис. 1. Функция вейвлета Морле ( $c = 5$ ) (a); фурье-преобразование вейвлета Морле (b); функция вейвлета Пауля ( $n = 4$ ) (c); фурье-преобразование вейвлета Пауля (d). Для вычислений принято  $b = 3$  пиксела,  $a = 1$  пиксел. Сплошная и пунктирная линии обозначают вещественную и комплексную части функций соответственно

фаза полосы может быть приближённо описана выражением  $\varphi(x) \cong \varphi(b) + (x - b)\varphi'(b)$ . Более того, предполагая медленное изменение  $I_0(x)$  и  $V(x)$ , фурье-преобразование сигнала от полосы вычисляется как [3, 17]

$$H(\alpha) = I_0(b)\pi \left\{ 2\delta(\alpha) + V(b) \left[ \delta\left(\alpha - f_0 - \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right) \exp(i(\varphi(b) - b\varphi'(b))) + \right. \right. \\ \left. \left. + \delta\left(\alpha + f_0 + \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right) \exp(-i(\varphi(b) - b\varphi'(b))) \right] \right\}. \quad (7)$$

Далее, подставляя выражения (4) и (7) в (2) и учитывая, что  $G(a\alpha) = 0$  для  $\alpha \leq 0$ , вейвлет-преобразование Морле запишется в виде

$$\text{НВП}_M(b, a) = I_0(b)V(b)\pi^{5/4}\sqrt{2a} \exp\left\{\frac{[a(2\pi f_0 + \varphi'(b)) - c^2]}{2}\right\} \cdot \exp\{i[\varphi(b) + 2\pi f_0 b]\}. \quad (8)$$

Модуль  $|\text{НВП}_M(b, a)|$  имеет гребень

$$a_{m(\max)}(b) = \frac{c + \sqrt{c^2 + 2}}{2[2\pi f_0 + \varphi'(b)]}. \quad (9)$$

Чтобы ввести вейвлет-преобразование Пауля, аналогично вейвлет-преобразованию Морле выражения (6) и (7) подставляются в (2):

$$\text{НВП}_P(b, a) = \frac{I_0(b)V(b)a^{n+1/2}[2\pi f_0 + \varphi'(b)]^n \exp\{-a(2\pi f_0 + \varphi'(b))\}}{(2n)!} \times \\ \times \exp\{i[\varphi(b) + 2\pi f_0 b]\}. \quad (10)$$

Экстремум масштабирующего коэффициента, обозначенного  $a_{p(\max)}$ , определяется следующим образом:

$$a_{p(\max)}(b) = \frac{2n + 2}{2[2\pi f_0 + \varphi'(b)]}. \quad (11)$$

Выражения (9) и (11) позволяют получить фазовое распределение для строки с помощью интегрирования без каких-либо алгоритмов устранения неопределённости фазы.

**Метод  $S$ -преобразования** изначально использовался для определения локального спектра временных последовательностей [18]. В нём смещается только амплитудная огибающая анализируемой функции (гауссово окно). Таким образом,  $S$ -преобразование может рассматриваться как имеющее постоянную опорную фазу [19]. В этом смысле оно отличается от НВП, определяющего локальный спектр временной последовательности с помощью сдвига всей анализируемой функции (вейвлета) вдоль временной оси. Одномерное  $S$ -преобразование системы полос задаётся выражением [18–20]

$$S(b, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(x)w(b - x, f) \exp(-i2\pi fx)dx, \quad (12)$$

где  $w(b - x, f)$  — гауссово окно, зависящее от частоты (рис. 2, а):

$$w(b - x, f) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{f^2(b - x)^2}{2}\right); \quad (13)$$

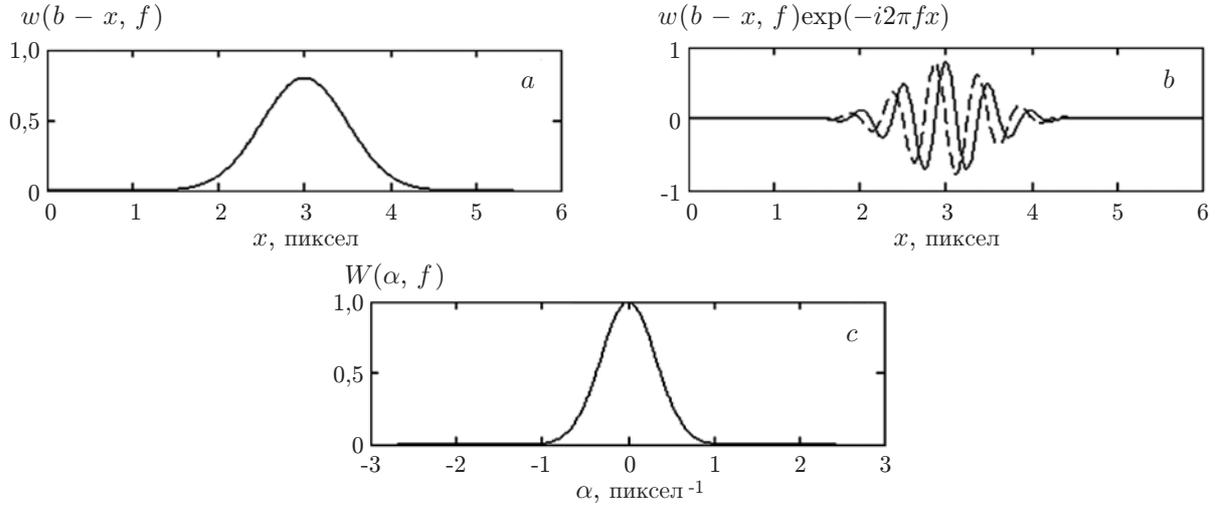


Рис. 2. Функция гауссова окна  $w(b - x, f)$  (a); произведение функции гауссова окна и комплексной фурье-синусоиды  $\exp(-i2\pi fx)$  (b); функция гауссова окна в  $\alpha$ -области (c). Для вычислений принято  $b = 3$  пиксела,  $f = 2$  пиксела<sup>-1</sup>. Сплошная и пунктирная линии обозначают вещественную и комплексную части функций соответственно

$b$  — параметр, определяющий положение этого окна на оси  $x$ ;  $f$  — частота, пропорциональная обратной ширине окна [20]. Гауссово окно  $w(b - x, f)$  локализует комплексную фурье-синусоиду  $\exp(-i2\pi fx)$ , как показано на рис. 2, b.

В  $x$ -области центр функции гауссова окна находится в точке  $x_c$ , определяемой выражением

$$x_c = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x |w(b - x, f)|^2 dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} |w(b - x, f)|^2 dx} = b, \tag{14}$$

а его дисперсия

$$(\Delta x)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - x_c)^2 |w(b - x, f)|^2 dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} |w(b - x, f)|^2 dx} = \frac{1}{2f^2}. \tag{15}$$

Таким образом, информация о структуре сигнала от полос сосредоточена в интервале  $[x_c - \Delta x, x_c + \Delta x]$ .

Член  $|f|/\sqrt{2\pi}$  введён в выражение (13) для того, чтобы окно  $S$ -преобразования удовлетворяло условию [18, 19]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} w(b - x, f) db = 1. \tag{16}$$

Это условие означает, что после интегрирования по всем  $b$  величина  $S$  сходится к  $H(\alpha)$ ,

являющейся преобразованием Фурье функции  $h(x)$ :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} S(b, f) db = H(\alpha), \quad (17)$$

где  $\alpha$  — пространство Фурье для переменной  $x$ . Этим обеспечивается связь между преобразованием Фурье и  $S$ -преобразованием.

Обратное преобразование Фурье (ОПФ) гауссова окна имеет вид

$$w(b - x, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(\alpha, f) \exp(i2\pi\alpha(b - x)) d\alpha, \quad (18)$$

где  $W(\alpha, f) = \exp\left(-\frac{2\pi^2\alpha^2}{f^2}\right)$  — фурье-преобразование функции  $w(x, f)$  (рис. 2, с).

В  $\alpha$ -пространстве центр функции гауссова окна имеет вид

$$\alpha_c = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \alpha |W(\alpha, f)|^2 d\alpha}{\int_{-\infty}^{+\infty} |W(\alpha, f)|^2 d\alpha} = 0, \quad (19)$$

а его дисперсия запишется как

$$(\Delta\alpha)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (\alpha - \alpha_c)^2 |W(\alpha, f)|^2 d\alpha}{\int_{-\infty}^{+\infty} |W(\alpha, f)|^2 d\alpha} = \frac{1}{2} f^2. \quad (20)$$

Аналогично с  $x$ -пространством информация о структуре сигнала в  $\alpha$ -пространстве содержится в интервале  $[\alpha_c - \Delta\alpha, \alpha_c + \Delta\alpha]$ . Из соотношений (15) и (20) видно, что гауссово окно обеспечивает неопределённость  $\Delta x \times \Delta\alpha = 1/2$ , а это значит, что оно имеет лучшую локализацию как в  $x$ -, так и в  $\alpha$ -пространстве.

$S$ -преобразование может быть записано в виде операций над фурье-спектрами  $H(\alpha)$  и  $W(\alpha, f)$  функций  $h(x)$  и  $w(x, f)$  [17, 18]:

$$S(b, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(\alpha + f) W(\alpha, f) \exp(i2\pi\alpha b) d\alpha = \text{ОПФ}\{H(\alpha + f)W(\alpha, f)\}. \quad (21)$$

С помощью свойства локализации  $S$ -преобразования фаза полосы может быть приближённо выражена как  $\varphi(x) \cong \varphi(b) + (x - b)\varphi'(b)$ . Будем полагать медленным изменение  $I_0(x)$  и  $V(x)$ . Фурье-преобразование сигнала от полосы запишем в виде (7). Подставляя  $H(\alpha + f)$  и  $W(\alpha, f)$  в (21) и учитывая, что  $W(\alpha, f) = 0$  для  $\alpha \leq -f$ , получим  $S$ -преобразование и оценку частоты экстремума в виде [17]

$$f_{\max}(b) = f_0 + \frac{\varphi'(b)}{2\pi}. \quad (22)$$

Таким образом, можно вычислить фазовое распределение для данной строки интегрированием без использования какого-либо алгоритма устранения неопределённости фазы, что характерно для метода фурье-преобразования [17].

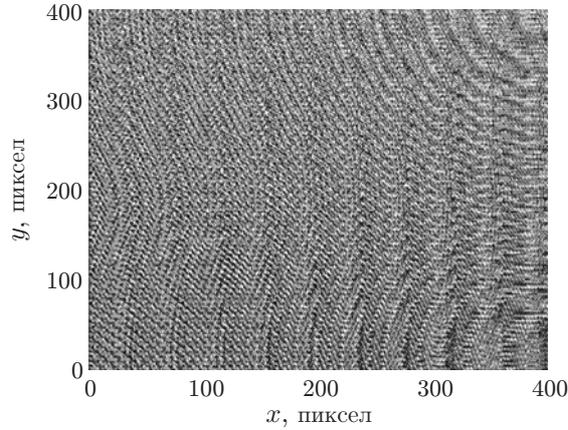


Рис. 3. Смоделированный интерференционный рисунок

**Моделирование.** Для проверки предложенного алгоритма НВП определим  $2D$ -изображение системы полос с несущими частотами в пространственных направлениях  $x$  и  $y$  как

$$h(x, y) = I_0(x, y)[1 + V(x, y) \cos(2\pi f_0 x + 2\pi f_0 y + \varphi(x, y))]. \quad (23)$$

Для моделирования метода вычисления фазы использована следующая фазовая  $2D$ -функция, аналогичная применённой в [5] для  $1D$ -системы полос:

$$\varphi(x, y) = 0,0004[(x - 200)^2 + (y - 200)^2]. \quad (24)$$

Изображение системы полос, заданное выражением (23) и построенное для фазовой функции (24) при  $I_0(x, y) = 1,0$ ,  $V(x, y) = 1,0$  и  $f_0 = 0,2$  пиксела<sup>-1</sup>, показано на рис. 3.

Для получения фазового распределения  $\varphi(x, y)$  из этого изображения системы полос к каждой строке применялись описанные выше методы фазового градиента с НВП и определялась  $x$ -компонента фазового градиента  $\partial\varphi(x, y)/\partial x$ . Затем находилась величина  $\partial\varphi(x, y)/\partial y$  повторением тех же действий для каждого столбца. Эти компоненты использовались для вычисления фазовых распределений вдоль направлений  $x$  и  $y$  (рис. 4,  $a—g$ ). Полученные два фазовых распределения суммировались для нахождения результирующего  $\varphi(x, y)$ . На рис. 4,  $e$  и  $f$  показано полное фазовое распределение, восстановленное фазовым градиентным методом с НВП с использованием вейвлетов Морле и Пауля. Результирующее фазовое распределение, вычисленное фазовым градиентным методом с  $S$ -преобразованием, для сравнения приведено на рис. 4,  $g$ . Расчёты проведены в среде Matlab.

**Результаты эксперимента.** Структурная схема экспериментальной установки с использованием геометрии пересекающихся оптических осей показана на рис. 5,  $a$ . Изображение системы синусоидальных полос с несущей частотой в пространственных направлениях  $x$  и  $y$ , заданное выражением (23), вычислено при  $I_0(x, y) = 1,0$ ,  $V(x, y) = 1,0$ ,  $\varphi_r(x, y) = 0$  и  $f_0 = 0,2$  пиксела<sup>-1</sup>. Это изображение проецировалось с помощью проектора (Sharp XGA XR-10X) с разрешением  $1024 \times 768$  пикселей на рельеф рыбы. Высота рельефа измерена механическим способом и в средней части составляет 3 см. Расстояние от CCD-камеры (CANON-400D, 10 Мпикселей) до плоскости проекции  $L$  равно 220 см; расстояние между проектором и камерой — 15,7 см; угол между осями проектора и камеры  $\theta$  —  $4,087^\circ$ ; период полос в плоскости проекции — 3,5 мм. CCD-камера сфокусирована на центре опорной плоскости. Опорное изображение (без объекта) и затем изображение рельефа, показанное на рис. 5,  $b$ , регистрировались и преобразовывались для анализа в изображения в оттенках серого. Затем по изображениям с помощью  $S$ -преобразования и фазового градиентного

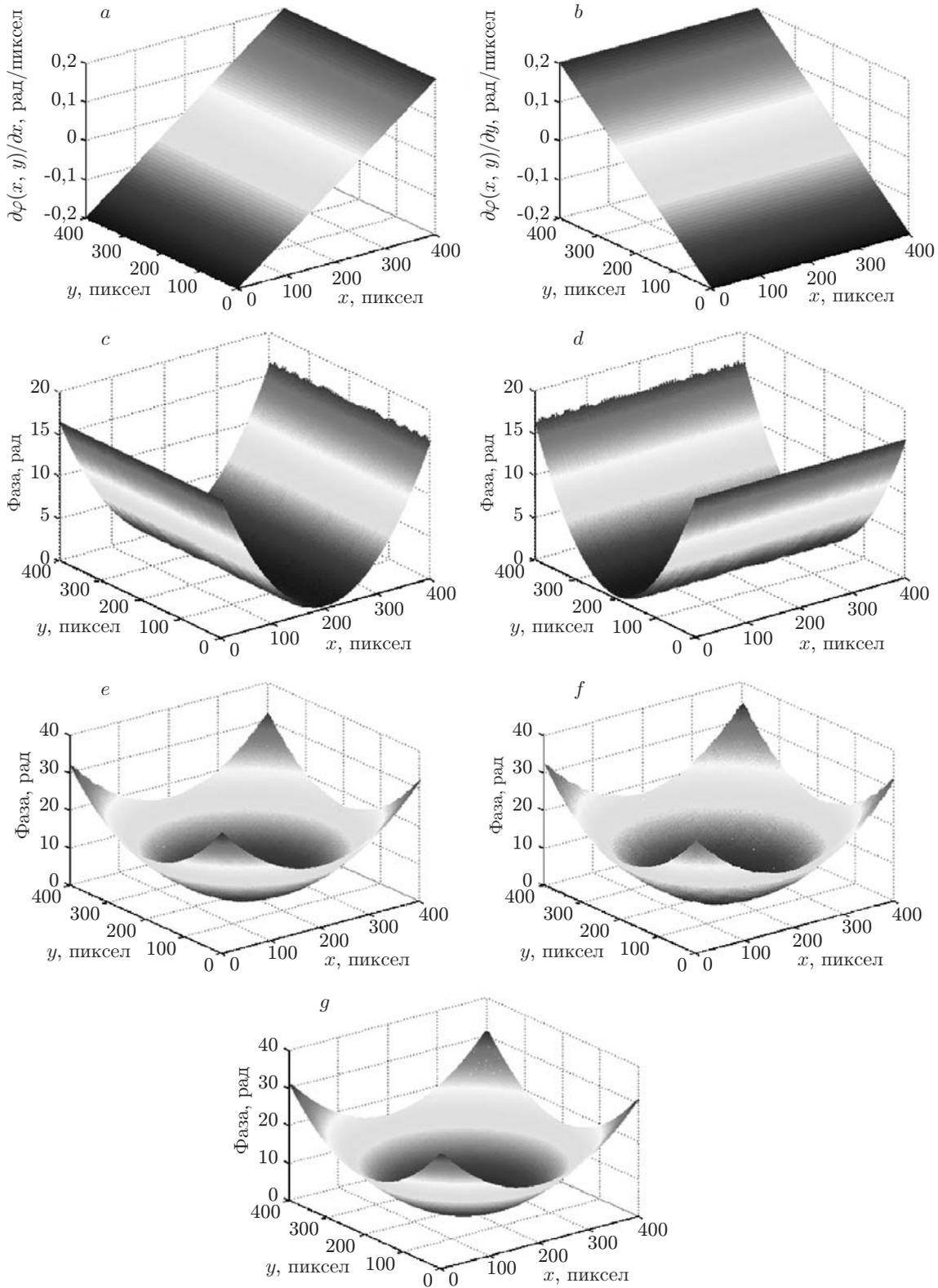


Рис. 4. Восстановленные фазовые градиенты  $\frac{\partial\varphi(x, y)}{\partial x}$  вдоль направления  $x$  (a) и  $\frac{\partial\varphi(x, y)}{\partial y}$  вдоль направления  $y$  (b); фазовые распределения вдоль направлений  $x$  (c) и  $y$  (d); результирующие фазовые распределения, полученные методами фазового градиента с вейвлетом Морле (e), с вейвлетом Пауля (f) и с  $S$ -преобразованием (g)

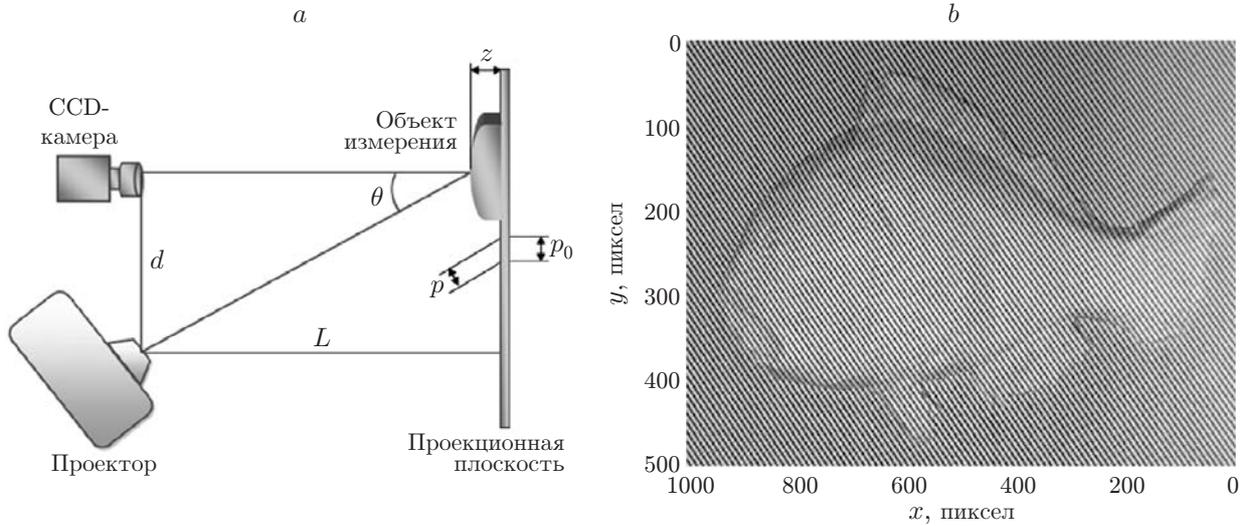


Рис. 5. Экспериментальная установка для проецирования интерференционных полос (а); синусоидальное двумерное интерференционное спроецированное изображение рельефа рыбы (b)

метода с НВП вычислялось фазовое распределение объекта  $\varphi_o(x, y)$  и опорной плоскости  $\varphi_r(x, y)$ . Наконец, вычислялось фазовое распределение  $\varphi(x, y) = \varphi_o(x, y) - \varphi_r(x, y)$  и значения высот поверхности объекта определялись как [1]

$$z(x, y) = \frac{Lp_0(\varphi(x, y)/(2\pi))}{[p_0(\varphi(x, y)/(2\pi)) - d]}, \quad (25)$$

где  $z$  — высота поверхности. Высотный профиль, полученный методом фазового градиента с использованием НВП и  $S$ -преобразования, показан на рис. 6.

Кроме определения высотного профиля таким же образом осуществлялось проецирование системы синусоидальных полос с несущей частотой в пространственных направлениях  $x$  и  $y$  на чашу для проверки измерения глубины профиля. Распределения профиля чаши, глубина которой измерена механически и в средней части составляет 5,5000 см, полученные с помощью фазовых градиентных методов с НВП и  $S$ -преобразованием, приведены на рис. 7.

**Обсуждение и выводы.** Значение высоты рельефа рыбы (в средней части, соответствующей максимальной высоте), полученное фазовым градиентным методом с НВП при использовании вейвлета Морле, составило 2,9448 см, вейвлета Пауля — 2,9644 см и с  $S$ -преобразованием — 2,9576 см, относительные погрешности по сравнению с механическими измерениями — 1,84, 1,18 и 1,41 % соответственно. Глубина чаши, определённая фазовым градиентным методом с НВП при использовании вейвлета Морле в средней области, составила 5,3448 см, вейвлета Пауля — 5,8000 см, с  $S$ -преобразованием — 5,4511 см, и относительные погрешности по сравнению с механическими измерениями — 2,82, 5,45 и 0,89 % соответственно. В таблице приведены результаты сравнения возможностей фазовых градиентных методов с НВП и  $S$ -преобразованием. Видно, что эти методы могут успешно применяться для вычисления фазового распределения.

Дополнительно сравним значения высот рельефа рыбы для строк с  $y = 100, 200, 300$  и 400 пикселей (рис. 8) и значения глубин чаши для тех же строк (рис. 9). Присутствует незначительное различие результатов, полученных фазовыми градиентными методами с НВП и  $S$ -преобразованием; среднее отклонение между значениями высот, полученными методами с НВП и  $S$ -преобразованием, составляет около 0,10 см для рельефа рыбы и 0,23 см для чаши.

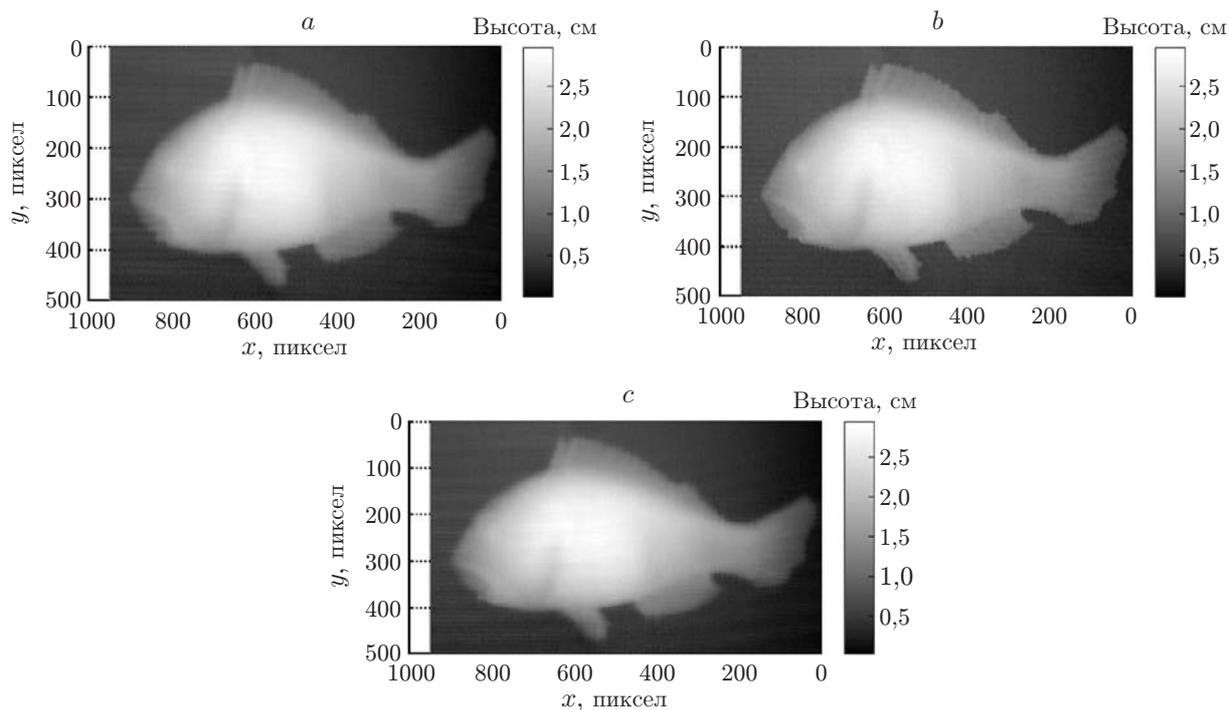


Рис. 6. Восстановленный высотный профиль рельефа рыбы с помощью фазового градиентного метода с вейвлетом Морле (а), с вейвлетом Пауля (b) и с  $S$ -преобразованием (c)

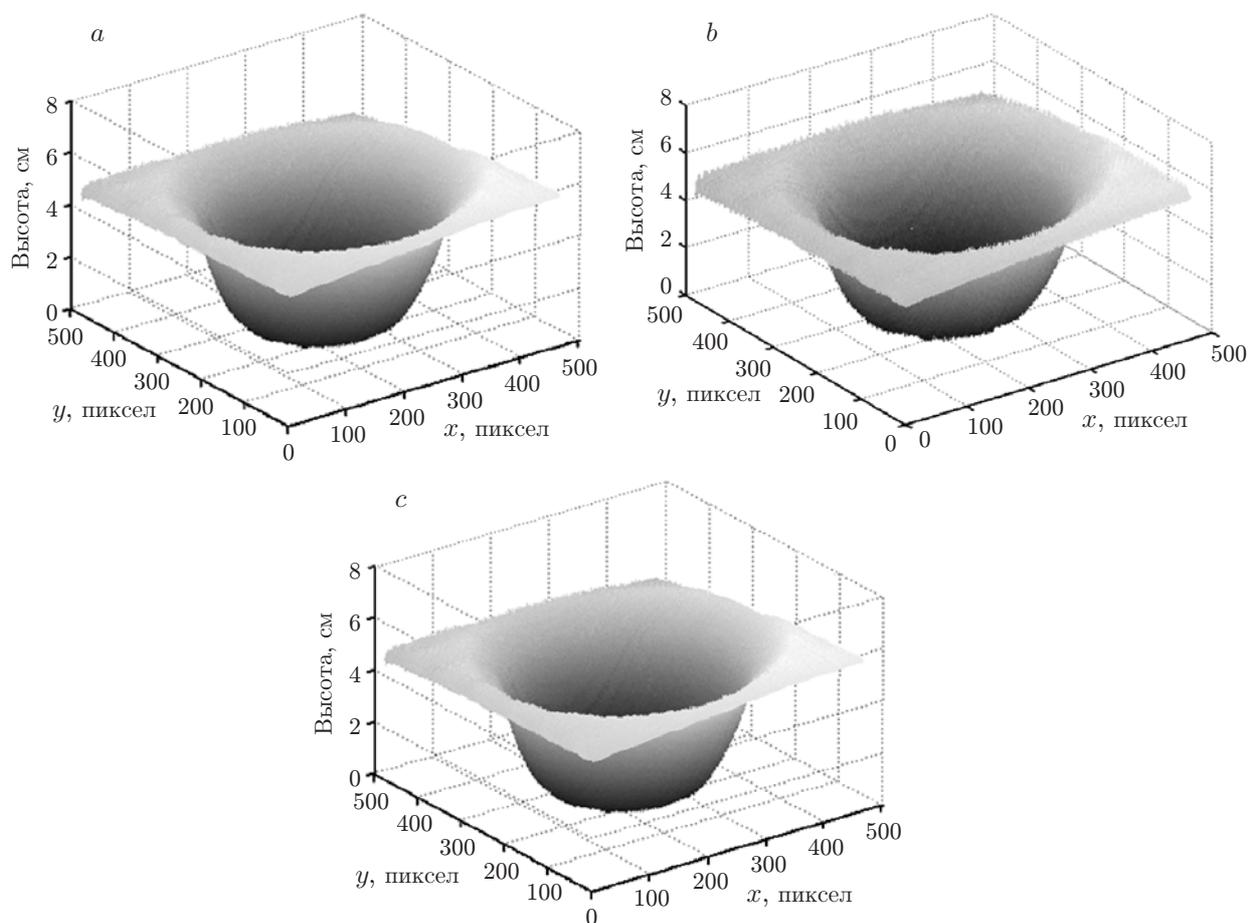


Рис. 7. Восстановленный глубинный профиль чаши с использованием фазового градиентного метода с вейвлетом Морле (а), с вейвлетом Пауля (b) и с  $S$ -преобразованием (c)

Рельеф	Количество пикселей	$M_{pg}$	$P_{pg}$	$S_{pg}$	$ M_{pg} - S_{pg} $	$ P_{pg} - S_{pg} $
Рыбы	100 × 584	1,5534	1,4030	1,4804	0,0730	0,0774
	200 × 563	2,6532	2,3111	2,4764	0,1768	0,1653
	300 × 498	2,5988	2,3357	2,4397	0,1591	0,1040
	400 × 573	1,3425	1,2722	1,3025	0,0400	0,0303
Чаши	100 × 419	6,0549	6,5850	6,3809	0,3260	0,2041
	200 × 461	5,6717	6,3312	5,9657	0,2940	0,3655
	300 × 460	5,3415	5,8005	5,3344	0,0071	0,4664
	400 × 74	5,0965	5,3205	5,0812	0,0153	0,2393

*Примечание.* Значения высот рельефа рыбы и чаши для четырёх вариантов с различным количеством пикселей ( $M_{pg}$  — фазовый градиент с НВП с вейвлетом Морле;  $P_{pg}$  — с вейвлетом Пауля;  $S_{pg}$  — фазовый градиент с  $S$ -преобразованием;  $|M_{pg} - S_{pg}|$  — абсолютная величина разницы между  $M_{pg}$  и  $S_{pg}$ ;  $|P_{pg} - S_{pg}|$  — между  $P_{pg}$  и  $S_{pg}$ ).

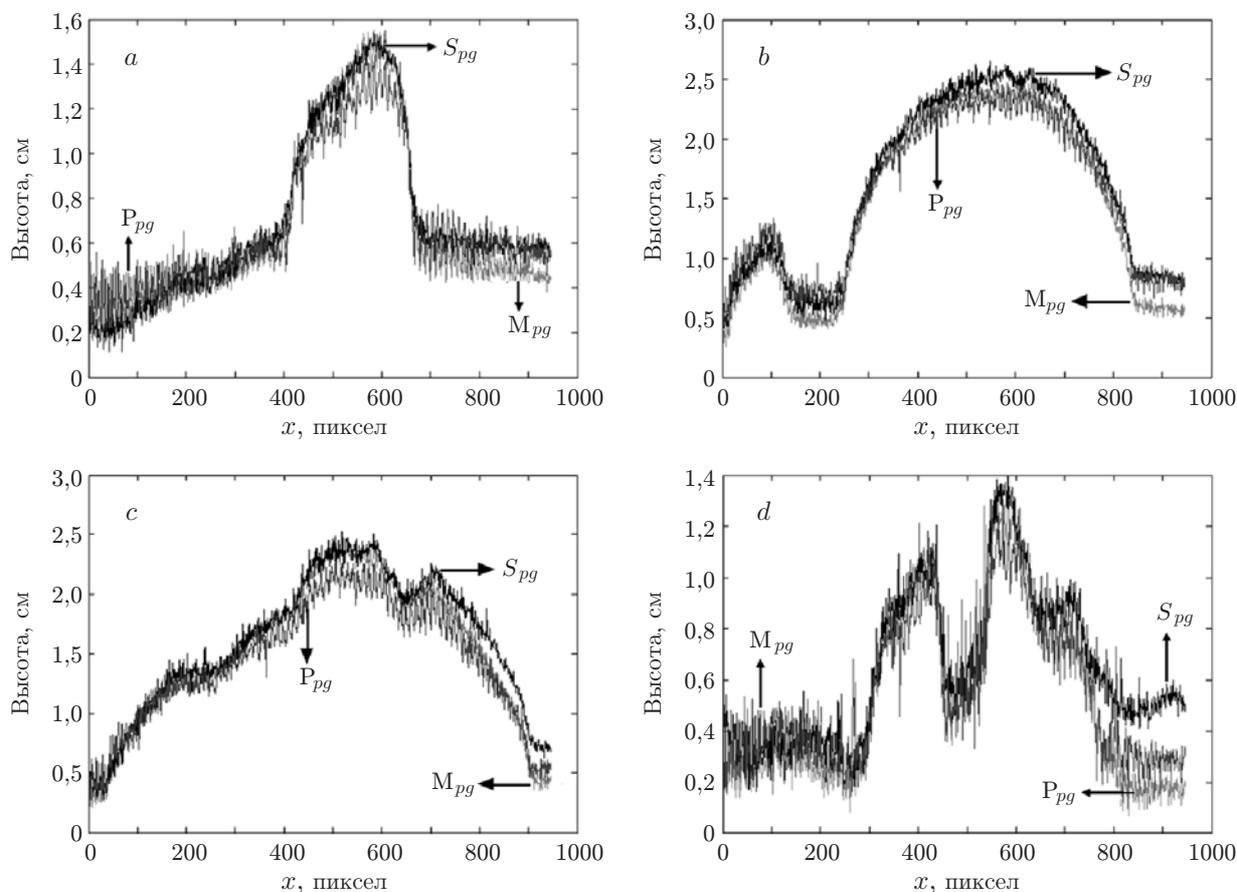


Рис. 8. Вычисленные значения высот рельефа рыбы: для линий  $y = 100$  (a),  $200$  (b),  $300$  (c) и  $400$  пикселей (d)

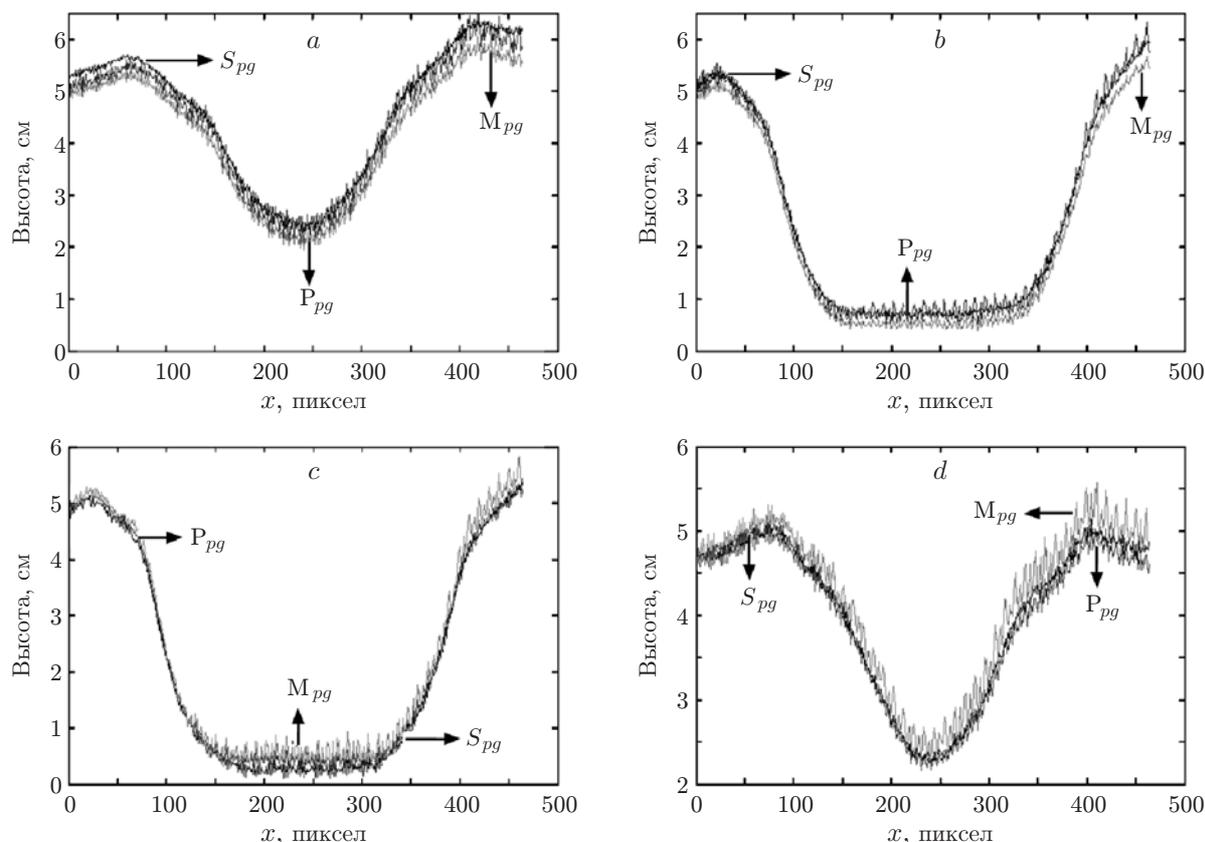


Рис. 9. Вычисленные значения высот чаши: для линий  $y = 100$  (a),  $200$  (b),  $300$  (c) и  $400$  пикселов (d)

**Заключение.** Таким образом, описывая 2D-изображение системы полос посредством введения несущих частот в двух пространственных направлениях и применяя фазовые градиентные методы с НВП и  $S$ -преобразованием последовательно к строкам и столбцам изображения, можно найти фазовое распределение полос. При этом не требуется вычисления аддитивных постоянных, проведения настроечных процедур и калибровок. Кроме того, использование несущих частот в двух пространственных направлениях без калибровки или изменения условий эксперимента устраняет перекрытие спектральных порядков.

$S$ -преобразование и НВП с использованием вейвлетов Морле и Пауля приводят к удовлетворительным результатам как в моделировании, так и в эксперименте с применением фазового градиентного метода, не предполагающего какого-либо алгоритма устранения неопределённости фазы. Следует, однако, отметить, что интегрирование градиента в методах с НВП и  $S$ -преобразованием может приводить к накоплению ошибок [3, 5, 17].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Takeda M., Mutoh K.** Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes // Appl. Opt. 1983. **22**, N 24. P. 3977–3982.
2. **De Nicola S., Ferraro P.** A two-dimensional fast Fourier transform method for measuring the inclination angle of parallel fringe patterns // Opt. and Laser Technol. 1998. **30**, N 3–4. P. 167–173.
3. **Dursun A., Özder S., Ecevit F. N.** Continuous wavelet transform analysis of projected fringe patterns // Meas. Sci. Technol. 2004. **15**, N 9. P. 1768–1772.

4. **Watkins L. R., Tan S. M., Barnes T. H.** Determination of interferometer phase distributions by use of wavelets // *Opt. Lett.* 1999. **24**, N 13. P. 905–907.
5. **Affi M., Fassi-Fihri A., Marjane M. et al.** Paul wavelet-based algorithm for optical phase distribution evaluation // *Opt. Commun.* 2002. **211**, N 1–6. P. 47–51.
6. **Chen W., Su X., Cao Y. et al.** Fourier transform profilometry based on a fringe pattern with two frequency components // *Optik.* 2008. **119**, N 2. P. 57–62.
7. **Quan C., Tay C. J., Chen L. J.** A study on carrier-removal techniques in fringe projection profilometry // *Opt. and Laser Technol.* 2007. **39**, N 6. P. 1155–1161.
8. **Ryu W. J., Kang Y. J., Baik S. H., Kang S. J.** A study on the 3-D measurement by using digital projection moiré method // *Optik.* 2008. **119**, N 10. P. 453–458.
9. **Chen H. J., Zhang J., Lv D. J., Fang J.** 3-D shape measurement by composite pattern projection and hybrid processing // *Opt. Express.* 2007. **15**, N 19. P. 12318–12330.
10. **Zhang Z., Towers C. E., Towers D. P.** Time efficient color fringe projection system for 3D shape and color using optimum 3-frequency selection // *Opt. Express.* 2006. **14**, N 14. P. 6444–6455.
11. **Su W. H.** Color-encoded fringe projection for 3D shape measurements // *Opt. Express.* 2007. **15**, N 20. P. 13167–13181.
12. **Kemao Q.** Two-dimensional windowed Fourier transform for fringe pattern analysis: Principles, applications and implementations // *Opt. and Laser. Eng.* 2007. **45**, N 2. P. 304–317.
13. **Wang Z., Ma H.** Advanced continuous wavelet transform algorithm for digital interferogram analysis and processing // *Opt. Eng.* 2006. **45**, N 4. 045601.
14. **Meyers S. D., Kelly B. G., O'Brien J. J.** An introduction to wavelet analysis in oceanography and meteorology: with application to the dispersion of Yanai waves // *Mon. Weather Rev.* 1993. **121**, N 10. P. 2858–2866.
15. **Torrence C., Compo G. P.** A practical guide to wavelet analysis // *Bull. Amer. Meteorol. Soc.* 1998. **79**, N 1. P. 61–78.
16. **Köysal O., San S. E., Özder S., Ecevit F. N.** A novel approach for the determination of birefringence dispersion in nematic liquid crystals by using the continuous wavelet transform // *Meas. Sci. Technol.* 2003. **14**, N 6. P. 790–795.
17. **Özder S., Kocahan Ö., Coskun E., Göktas H.** Optical phase distribution evaluation by using an S-transform // *Opt. Lett.* 2007. **32**, N 6. P. 591–593.
18. **Stockwell R. G., Mansinha L., Lowe R. P.** Localization of the complex spectrum: The S-transform // *IEEE Trans. Signal Process.* 1996. **44**, N 4. P. 998–1001.
19. **Pinnegar C. R., Mansinha L.** Time-local Fourier analysis with a scalable, phase-modulated analyzing function: the S-transform with a complex window // *Signal Process.* 2004. **84**, N 7. P. 1167–1176.
20. **Stockwell R. G.** S-transform analysis of gravity wave activity from a small scale network of airglow imagers: Ph. D. Thesis. Faculty of Graduate Studies, University of Western Ontario, 1999. 382 p.

*Поступила в редакцию 23 января 2011 г.*