УДК 519.7 : 007.52; 519.2; 681.5

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АПОСТЕРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ПЛОХО ФОРМАЛИЗУЕМЫМ ДИНАМИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ*

С. И. Колесникова

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники», 634050, г. Томск, ул. Ленина, 40
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Национальный исследовательский Томский политехнический университет», 634050, г. Томск, ул. Ленина, 30
E-mail: skolesnikova@yandex.ru

Предлагаются способ применения апостериорной информации для коррекции управляющих воздействий на плохо формализуемый динамический объект, новая конструкция наблюдателя неизмеряемых переменных на основе метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов и концепции распознавания состояний сложного объекта по сопровождающему его функционирование временному ряду. Приводятся результаты численного моделирования.

Ключевые слова: состояние плохо формализуемого динамического объекта, нелинейная адаптация на многообразиях, выявление закономерностей в пространстве состояний, временной ряд.

Введение. Непростую задачу для систем реального времени [1, 2] представляет адаптивное управление при отсутствии адекватного математического описания объекта управления, что часто имеет место на практике для плохо формализуемых (сложных) объектов управления (не имеющих строгого аналитического описания и/или имеющих сложную нелинейную модель с неизвестными возмущениями). В настоящее время актуальны системы управления на основе баз данных с многопараметрическими и плохо формализуемыми объектами управления. Классические системы управления в этом случае практически не эффективны, поскольку работают только с известными и отражёнными в математической модели закономерностями связей параметров. К способам частичного решения данной проблемы относятся: построение систем идентификации и управления плохо формализуемыми объектами на основе нейронных сетей [2] и нечётких множеств [3]; применение методов искусственного интеллекта, поддержки принятия решений и теории информации [1]. Каждый из этих подходов имеет хорошо освещённые в научных публикациях положительные и отрицательные стороны. Поскольку общего формализованного подхода к решению задачи управления сложными объектами не существует, то разработка вопросов обеспечения устойчивого управления динамическими объектами (ДО) в условиях различных типов неопределённостей является по-прежнему актуальной. Один из подходов к положительному решению данного вопроса состоит во включении в состав системы управления подсистем идентификации и прогнозирования состояний среды и объекта управления, базирующихся на методах искусственного интеллекта (распознавания образов).

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 09-01-99014).

Для плохо формализуемых ДО под образом состояния (далее, состояние) будем понимать подмножество фазового пространства таких объектов, обладающее определёнными свойствами в виде геометрических ограничений (признаков состояний).

При построении регулятора (и наблюдателя возмущений) для плохо формализуемого ДО (рис. 1) в данной работе используются качественные методологические идеи синтеза адаптивных систем на основе методов нелинейной адаптации на многообразиях (метода инвариантного погружения (Immersion and Invariance (I&I)) [4] и метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) [5]); методов адаптивного оценивания состояния [1–3]; модели распознавания (в частности, аппроксимации, реконструкции функциональных зависимостей по наблюдениям) состояний ДО [6–10]. Ключевой идеей методов на многообразиях является осуществление управления в пространстве состояний объекта с использованием так называемых макропеременных $\psi_i\colon R^n \to R$, $\psi_i \in C^1$, $i = 1, \ldots, m$, $m < n$, равенство нулю которых ($\psi_i = 0$) задаёт желаемые инвариантные многообразия.

Постановка задачи. Рассмотрим классы сложных ДО, имеющих описание

$$\dot{x} = f(x, \theta, u, t, \upsilon); \quad y = h(x, t), \tag{1}$$

где $x \in R^n$ — вектор состояний; $\theta \in R^k$ — вектор постоянных параметров; $\upsilon \in R^s$ — вектор параметров, подверженный неизвестным изменениям в процессе функционирования ДО или возмущающим воздействиям; $u \in R^m$, $m < n$, — вектор управления; $f(\cdot)$, $h(\cdot)$ — непрерывные нелинейные вектор-функции; $y \in R^m$ — вектор выходных переменных (измерений). Задача будет заключаться в синтезе динамического регулятора

$$\dot{z} = R(y, z); \quad u = u(y, z) \tag{2}$$

(z — вектор состояния), обеспечивающего асимптотическую устойчивость системы управления в целом.

Модель ДО общего вида (1) в зависимости от уровня доступной априорной информации о его функционировании порождает классы описаний сложных ДО: модель (1) известна, но неизвестна природа возмущений неизмеряемых параметров υ (1-й класс ДО);

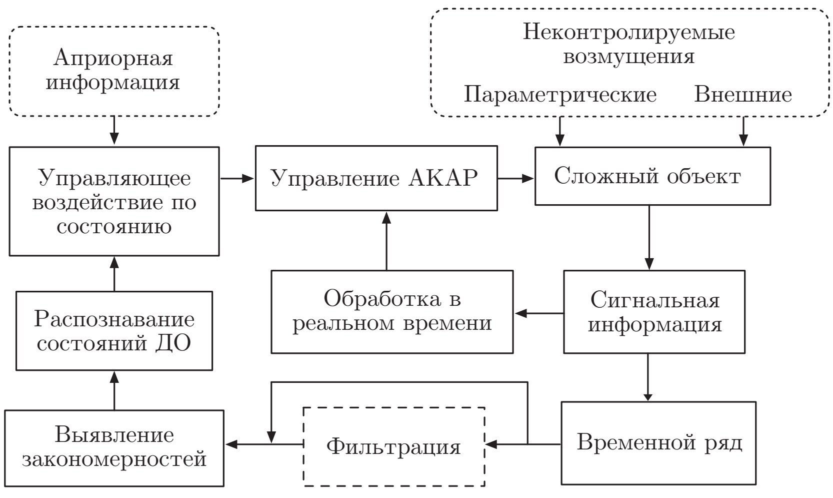

Рис. 1. Структурная схема совмещения традиционного управления по методу АКАР с адаптацией по состоянию для сложных ДО с неопределённостью (пунктирная линия означает необязательность операции для ДО, неопределённость в описании которых связана с нелинейным поведением его характеристик, а не аддитивными динамическими и/или измерительными помехами)

модель известна с точностью до порядка системы уравнений; $f(\cdot)$ — неизвестная (нелинейная) вектор-функция (2-й класс ДО):

$$\begin{aligned} \dot{x}_j(t) &= f_j(x_1, \ldots, x_n; \theta; u_j), \quad j = \overline{1, m}; \\ \dot{x}_j(t) &= f_j(x_1, \ldots, x_n; \theta), \quad j = \overline{m+1, n}. \end{aligned} \tag{3}$$

Предполагается выполнение ряда условий, таких как: 1) существование асимптотически устойчивой (в целом) целевой системы, удовлетворяющей технологическим требованиям, и целевого инвариантного многообразия по отношению к исходной системе уравнений объекта; 2) возможность неявного задания многообразия в виде $\psi(x) = 0$ (данная формула описывает состояние целевой системы, где x — вектор состояния объекта) и наличие его аттрактивности; 3) ограниченность и стабилизируемость всех решений исходной системы.

Требуется осуществить управление в пространстве состояний объектов (1), (3) с использованием целевых макропеременных $\psi_l\colon R^n \to R$, $\psi_l \in C^1$, $l = \overline{1, m}$, $m < n$, равенство нулю которых задаёт желаемые инвариантные многообразия, а именно формирование управляющих воздействий, переводящих объект из заданного начального состояния x_0 в окрестность $\psi(x) = 0$ и доставляющих минимум функционалу вида (с учётом m-мерности управления) [5]

$$\Phi = \int\limits_0^\infty \sum_{l=1}^m [\phi_l^2(\psi_l) + w_l^2 \dot{\psi}_l^2(t)] dt \tag{4}$$

с условиями на функции $\phi_l(\psi_l)$, $l = \overline{1, m}$: 1) $\phi_l(\psi_l)$ — однозначные, непрерывные, дифференцируемые функции для всех ψ_i; 2) $\phi_l(0) = 0$; 3) $\phi_l(\psi_l)\psi_l > 0$, $\forall \psi_l \neq 0$; весовые коэффициенты w_l являются параметрами настройки регулятора.

Решение задачи. Наблюдатель для класса динамических объектов (1). Для решения задачи используются метод инвариантных многообразий [4, 5] и принцип разделения, в соответствии с которым на первом этапе в предположении полной наблюдаемости векторов координат x и параметров v, подверженных возмущениям, определяется управление по состоянию $u(x, v)$, обеспечивающее асимптотическую устойчивость системы (1) в области или в целом. На втором этапе для вектора v и ненаблюдаемых компонент вектора x строится асимптотический наблюдатель. Динамический регулятор (2) получается путём замены в полученном на первом этапе выражении ненаблюдаемых переменных их асимптотическими оценками, формируемыми наблюдателем. Отметим, что задача в постановке (1) решается в [5] при условии, что воздействие v принадлежит классу воздействий заданной формы и определяется однородным дифференциальным уравнением $\dot{w} = Gw$, $w(0) \in W$, где G — заданная матрица, а $W \subset R^s$ — компактное множество. Более естественный подход без принудительного задания вида воздействий предлагается в следующей форме.

Предположим без ограничения общности, что неизвестные переменные входят в уравнения с номерами $i_1, \ldots, i_s$. Пусть правые части этих уравнений позволяют разрешение относительно оцениваемых параметров (возмущений) не обязательно однозначное. В случае неоднозначности разрешения (1) относительно неизвестных параметров следует выбирать решение, которое приводит к более простой структуре по переменной v_j, $j = \overline{1, s}$.

Приведём уравнения объекта (1) к виду, удобному для построения наблюдателя. С этой целью представим вектор состояния объекта x как $x = [x^{1T} \;\; x^{2T}]$, где вектор x^1 размерности $m \geq 1$ составлен из измеряемых компонент вектора x, для которых отображение y: $x^1 \to h(x^1, x^2)$, определённое уравнением выхода в (1), является взаимно однозначным для всех $x^2 \in R^{n-m}$ (x^2 — вектор, состоящий из неизмеряемых компонент вектора x). Введём в рассмотрение вектор $\psi(t) \in R^m$, вычисляемый по формуле

$$\psi(t) = \varphi(x^1, \upsilon) - \hat{\varphi}(t),$$

где функции φ и $\hat{\varphi}$ удовлетворяют следующим условиям:

1) $\varphi(x^1, \upsilon)$ и $\hat{\varphi}(t)$ непрерывны и дифференцируемы по своим аргументам;

2) решение уравнения $\varphi(x^1, \upsilon) = \hat{\varphi}(t)$ относительно υ существует и является единственным для всех $\upsilon \in R^s$.

Рассматривая вектор ψ как функцию времени, потребуем, чтобы он удовлетворял однородному дифференциальному уравнению [5]

$$\dot{\psi} = L(x^1)\psi,$$

где $L(x^1)$ — матрица размера $m \times m$ такая, что тривиальное решение $\psi = 0$ данного уравнения асимптотически устойчиво в целом ($L(x^1)$ — числовая устойчивая матрица).

Без ограничения общности полагаем, что возмущения υ_j, $j = \overline{1, s}$, входят в правую часть (1) аддитивно и уравнения (1) представимы в виде $\upsilon_j = \dot{x}_{i_j} - f_{i_j}(x, \theta, u)$, где $f_{i_j}(x, \theta, u)$ — некоторая новая функция, не зависящая от υ [11].

Утверждение. Если уравнения измеряемых координат, содержащие неизвестные параметры (возмущения), разрешимы относительно оцениваемых параметров (возмущений) υ_j, $j = \overline{1, s}$, то для расширения системы (1) за счёт полученных уравнений $\dot{x}_{n+j} = \ddot{x}_{i_j} - \dot{f}_{i_j}(x, \theta, u)$, $\upsilon_1 = x_{n+1}, \ldots, \upsilon_s = x_{n+s}$:

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_1 = f_1(x, \theta, u);\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&\dot{x}_n = f_n(x, \theta, u);\\
&\dot{x}_{n+1} = \ddot{x}_{j_1} - \dot{f}_{j_1}(x, \theta, u);\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&\dot{x}_{n+s} = \ddot{x}_{j_s} - \dot{f}_{j_s}(x, \theta, u),
\end{aligned} \tag{5}$$

при фиксированном управлении существует асимптотический наблюдатель для возмущений в виде

$$\dot{z} = L(x^1)z - L(x^1)\int\limits_0^{x^1} \Gamma(x^1)dx^1 - \alpha(x^1) - \beta(x^1)u,$$
$$\varphi(x^1, \hat{\upsilon}) = \int\limits_0^{x^1} \Gamma(x^1)dx^1 - z,$$

где функции $\varphi(x^1, \upsilon)$, $\Gamma(x^1)$, $\alpha(x^1)$, $\beta(x^1)$ удовлетворяют уравнениям

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x^1} B_1(x^1, \upsilon) + \frac{\partial\varphi}{\partial\upsilon} B_2(x^1, \upsilon) = \Gamma(x^1)B_1(x^1, \upsilon) + \beta(x^1),$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x^1} A_1(x^1, \upsilon) + \frac{\partial\varphi}{\partial\upsilon} A_2(x^1, \upsilon) - L(x^1)\varphi(x^1, \upsilon) = \Gamma(x^1)A_1(x^1, \upsilon) + \alpha(x^1).$$

Доказательство опирается на работу [5] и одновременно является схемой построения наблюдателя, пример которого приведён далее.

З а м е ч а н и е 1. Исходная неопределённость в системе уравнений (1) относительно неизмеряемого вектора параметров υ (и/или возмущения) в системе (5) переходит к переменной $\ddot{x}$, которая будет интерпретироваться как внешнее возмущение (с меньшей неопределённостью, если сама координата x является измеряемой).

З а м е ч а н и е 2. Переменная, в уравнение которой входит оцениваемый параметр (и/или внешнее воздействие), должна быть необходимо наблюдаемой (измеряемой).

П р и м е р 1. Рассмотрим одну из моделей асинхронного двигателя:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= -a_1x_1 + a_2x_3 + u_1;\\
\dot{x}_2 &= -a_1x_2 + a_2x_4 + u_2;\\
\dot{x}_3 &= a_3x_1 - a_4x_3 - px_4x_5;\\
\dot{x}_4 &= a_3x_2 - a_4x_4 + px_3x_5;\\
\dot{x}_5 &= a_5x_2x_3 - a_5x_1x_4 - a_6M_C,
\end{aligned} \tag{6}$$

где $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (\psi_{1\alpha}, \psi_{1\beta}, \psi_{2\alpha}, \psi_{2\beta}, \omega)^T$ — вектор состояния асинхронного двигателя; $\psi_{1\alpha}$, $\psi_{1\beta}$, $\psi_{2\alpha}$, $\psi_{2\beta}$ — составляющие векторов потокосцепления статора и ротора; $u = [u_{1\alpha}, u_{1\beta}]^T$ — вектор входных (управляющих) воздействий составляющих вектора напряжения статора; коэффициенты a_i известны и выражены через физические параметры асинхронного двигателя.

Пусть для модели (6) координаты x_1, x_2, x_5 измеряемы, а для переменных x_3, x_4 и неизвестного параметра возмущения M_C ставится задача построения наблюдателей.

Выразим из пятого уравнения системы (6) оцениваемый параметр $M_C = a_6^{-1}(a_5x_2x_3 - a_5x_1x_4 - \dot{x}_5)$ и, изменив порядок записи уравнений, дополним (6) шестым уравнением, обозначив $x_6 = M_C$ и осуществив необходимые преобразования. Система (6) примет следующий вид:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= -a_1x_1 + a_2x_3 + u_1;\\
\dot{x}_2 &= -a_1x_2 + a_2x_4 + u_2;\\
\dot{x}_5 &= a_5x_2x_3 - a_5x_1x_4 - a_5x_6;\\
\dot{x}_3 &= a_3x_1 - a_4x_3 - px_4x_5;\\
\dot{x}_4 &= a_3x_2 - a_4x_4 + px_3x_5;\\
\dot{x}_6 &= a_6^{-1}[\dot{x}_2x_3 - x_2(a_4x_3 + px_4x_5) - \dot{x}_1x_4 + x_1(a_4x_4 - px_3x_5) - \ddot{x}_5].
\end{aligned} \tag{7}$$

Динамический регулятор при полной информации об объекте (1) имеет весьма громоздкий вид, поэтому приведём его схему (рис. 2) и сошлёмся на работу [7], где изложена техника его получения на основе [5].

Решение задачи построения наблюдателя для неизвестного возмущаемого параметра можно провести по схеме из [5] и получить вариант наблюдателя в виде

$$\begin{gathered}
\hat{x}_3 = \hat{\varphi}_1(t) - \mu(x_1, x_2, x_5); \quad \hat{x}_4 = \hat{\varphi}_2(t) - \mu(x_1, x_2, x_5); \quad \hat{x}_6 = \hat{\varphi}_3(t) - \mu(x_1, x_2, x_5);\\
\Gamma_{l,1}\dot{x}_1(t) + \Gamma_{l,2}\dot{x}_2(t) + \Gamma_{l,3}\dot{x}_5(t) - \dot{\hat{\varphi}}_l(t) + \gamma_l + L_l\hat{\varphi}_l(t) = 0, \quad l = 1, 2, 3,
\end{gathered} \tag{8}$$

где функции $\gamma_l = \gamma_l(u)$, $\Gamma_{l,j}$, $l, j = 1, 2, 3$, $\mu(x_1, x_2, x_5)$ выбираются не зависящими от неизмеряемых переменных x_3, x_4, x_6, а для измеряемых переменных (здесь x_1, x_2, x_5) дополнительно строятся наблюдатели производных.

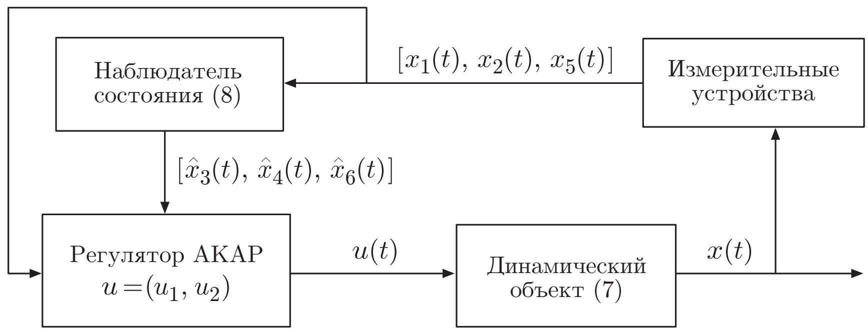

Рис. 2. Структура динамического регулятора с наблюдателем

Регулятор для задачи управления объектом (3). Из теории вариационного исчисления известно, что основные функциональные уравнения

$$w_l\dot{\psi}_l(t) + \psi_l(t) = 0, \quad i = \overline{1,m}, \tag{9}$$

где ψ_l, $l = \overline{1,m}$, — макропеременные, являются уравнениями Эйлера — Лагранжа для функционала (4) и выделяют устойчивое подсемейство экстремалей, доставляющих безусловный минимум функционалу (4).

Определив производную функции $\dot{\psi}_l(t)$ и подставив её в (9), с учётом уравнений исходной системы (3) получим систему уравнений для нахождения $u(t) = (u_1, \ldots, u_m) \in R^m$:

$$w_l \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial \psi_l}{\partial x_j}\, \dot{x}_j + \psi_l(t) = w_l \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial \psi_l}{\partial x_j}\, f_j + \psi_l(t) = 0, \quad l = \overline{1,m}. \tag{10}$$

Вопрос о конкретном виде функций ψ_l, $l = \overline{1,m}$, является отдельной задачей и обусловлен целевым назначением исходной модели ДО.

Покажем, что результаты [3–6] приводят к работоспособной методике управления плохо формализуемым объектом (3) на основе модели распознавания состояния ДО [7–10] без участия нечёткого регулятора, к недостаткам которого относятся не только экспоненциальное увеличение сложности вычислений с ростом числа входных переменных, что приводит к расширению базы правил (падению скорости регулятора), но и проблема точности вычислений в условиях нестационарных параметров и помех.

Будем полагать, что управление осуществляется в пространстве состояний объекта (3) с использованием макропеременных состояния $\psi_l = \psi_l(x_l - x_{l0})$, $l = \overline{1,m}$ (например, $\psi_l = x_l - x_{l0}$, где x_{l0} — заданное значение). Формула $\psi(x) = 0$ задаёт инвариантные многообразия ДО, отражающие их заданное целевое макросостояние.

Теорема. Для класса ДО в виде (3) с вектором состояний $x \in R^n$, вектором управления $u \in R^m$, неизвестной (нелинейной) вектор-функцией $f \in R^n$, представимой в виде $f_1(x,\theta) + f_2(u)$ или $f_1(x,\theta) f_2(u)$, существует закон управления

$$u(\psi) = u(x) = \vartheta^T \nu, \quad \vartheta = \|\vartheta_{il}\|_{I\times m}, \;\; \nu = \|\nu_{il}\|_{I\times m}, \tag{11}$$

где $\nu_{il}(t)$, $\vartheta_{il}(t)$ — управляющее воздействие и весовой коэффициент управляющего воздействия u_l в i-м состоянии, удовлетворяющие следующим соотношениям: $\nu_{il} = 0$ при $x \notin \Omega_i$ и $\dot{\upsilon}_{il}(t) = -\gamma \dfrac{\psi_l \partial \psi_l}{\partial x_l}$, $\upsilon_{il}(t) = y(\upsilon_{il}(t), \vartheta_{il}(t))$, $y(\cdot,\cdot)$ — известная функция, при $x \in \Omega_i$, $i = \overline{1,I}$, $l = \overline{1,m}$, и обеспечивающие:

1) перевод объекта управления (3) из произвольного начального состояния $x_0 \in R^n$ в некоторой области фазового пространства в заданное состояние $\psi(x) = 0$ и его стабилизацию в некоторой окрестности инвариантного многообразия $\psi(x) = 0$ с макропеременной $\psi(x)$, ограниченной условием $\partial\psi_l/\partial x_l \neq 0$;

2) минимум на траекториях движения замкнутой системы управления сопровождающему оптимизирующему функционалу вида (4);

3) асимптотическую устойчивость объекта (3).

Доказательство теоремы опирается на результаты [3, 5] и представляет собой 4-этапную процедуру построения адаптивного регулятора, при этом три первых идейно совпадают с процедурой построения нечёткого регулятора, однако с другой практической реализацией, не опираясь на базу знаний в традиционном смысле [3].

Изложим поэтапно процедуру построения регулятора (см. рис. 2) для случая $f_1(x,\theta) + f_2(u)$, положив, не ограничивая общности, $f_2(u) = u$, и покажем затем изменения в рассуждениях для справедливости утверждения теоремы и для случая $f_1(x,\theta)f_2(u)$.

Этап 1. На этом этапе используется метод АКАР [5] с полной информацией. Из уравнений (9), (10) с учётом вида объекта (3) с макропеременной $\psi_l = \psi_l(x_l - x_{l0})$ получаем аналитическое выражение для управления в пространстве состояний:

$$u_l^A = -\Big(\frac{\partial\psi_l}{\partial x_l}\Big)^{-1}\Big(\omega_l^{-1}\psi_l + \sum_{j=m+1}^{n}\frac{\partial\psi_l}{\partial x_j}f_j + \frac{\partial\psi_l}{\partial x_l}f_l\Big) = -\Big(\frac{\partial\psi_l}{\partial x_l}\Big)^{-1}\Big(\omega_l^{-1}\psi_l + \frac{\partial\psi_l}{\partial x_l}f_l\Big). \qquad (12)$$

Этап 2. На этом этапе синтезирована система управления с точностью до параметров, однако оптимальные значения параметров с помощью аналитических процедур отыскать невозможно.

Представим уравнения с номерами $l = \overline{1,m}$ в (3) в виде

$$\dot{x}_l(t) = f_l + \hat{u}_l + (u_l - \hat{u}_l), \quad l = \overline{1,m}, \qquad (13)$$

где в качестве второго слагаемого ($\hat{u}_l = u_l^A$) возьмём полученное выражение для управления (12), а в качестве третьего — $(u_l - \hat{u}_l) = \sum\limits_{i=1}^{I}\vartheta_{il}(\nu_{il} - \hat{\nu}_{il})$, где $\sum\limits_{i=1}^{I}\vartheta_{il}\hat{\nu}_{il}$ — выражение, аппроксимирующее u_l^A по состояниям ДО (весовые коэффициенты ϑ_{il} и $\hat{\nu}_{il}$ подлежат дальнейшему определению). Система уравнений (3) приобретает вид

$$\dot{x}_l(t) = -\Big(\frac{\partial\psi_l}{\partial x_l}\Big)^{-1}\omega_l^{-1}\psi_l + \sum_{i=1}^{I}\vartheta_{il}(\nu_{il} - \hat{\nu}_{il}), \quad l = \overline{1,m}, \qquad (14)$$

а производную функции $\dot{\psi}_l(t)$ с учётом (14) запишем как

$$\dot{\psi}_l(t) = \frac{\partial\psi_l}{\partial x_l}\dot{x}_l + \sum_{j=m+1}^{n}\frac{\partial\psi_l}{\partial x_j}\dot{x}_j = \frac{\partial\psi_l}{\partial x_l}\Big(-\Big(\frac{\partial\psi_l}{\partial x_l}\Big)^{-1}\Big(\omega_l^{-1}\psi_l + \sum_{j=m+1}^{n}\frac{\partial\psi_l}{\partial x_j}f_j\Big) + \sum_{i=1}^{I}\vartheta_{il}(\nu_{il} - \hat{\nu}_{il})\Big) +$$

$$+ \sum_{j=m+1}^{n}\frac{\partial\psi_l}{\partial x_j}f_j = -\omega_l^{-1}\psi_l - \sum_{j=m+1}^{n}\frac{\partial\psi_l}{\partial x_j}f_j + \frac{\partial\psi_l}{\partial x_l}\sum_{i=1}^{I}\vartheta_{il}(\nu_{il} - \hat{\nu}_{il}) + \sum_{j=m+1}^{n}\frac{\partial\psi_l}{\partial x_j}f_j =$$

$$= -\omega_l^{-1}\psi_l + \frac{\partial\psi_l}{\partial x_l}\sum_{i=1}^{I}\vartheta_{il}(\nu_{il} - \hat{\nu}_{il}). \qquad (15)$$

Этап 3. Здесь функции управления υ_{il}, $l=\overline{1,m}$, $i=\overline{1,I}$, выбираются таким образом, чтобы обеспечить достаточные условия для устойчивости системы по Ляпунову с функцией Ляпунова

$$V(t)=\frac{1}{2}\sum_{l=1}^{m}\Big(\psi_l^2+\gamma^{-1}\sum_{i=1}^{I}\upsilon_{il}^2\Big),\quad \upsilon_{il}=\vartheta_{il}(\nu_{il}-\hat{\nu}_{il})$$

и её производной

$$\dot{V}(t)=\sum_{l=1}^{m}\Big(\psi_l\dot{\psi}_l+\gamma^{-1}\sum_{i=1}^{I}\upsilon_{il}\dot{\upsilon}_{il}\Big)=\sum_{l=1}^{m}\Big(\psi_l\Big(-\omega_l^{-1}\psi_l+\frac{\partial\psi_l}{\partial x_l}\sum_{i=1}^{I}\upsilon_{il}\Big)+\gamma^{-1}\sum_{i=1}^{I}\upsilon_{il}\dot{\upsilon}_{il}\Big)=$$

$$=-\sum_{l=1}^{m}\omega_l^{-1}\psi_l^2+\sum_{l=1}^{m}\Big(\psi_l\frac{\partial\psi_l}{\partial x_l}\sum_{i=1}^{I}\upsilon_{il}+\gamma^{-1}\sum_{i=1}^{I}\upsilon_{il}\dot{\upsilon}_{il}\Big)=-\sum_{l=1}^{m}\omega_l^{-1}\psi_l^2+\sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{I}\upsilon_{il}\Big(\psi_l\frac{\partial\psi_l}{\partial x_l}+\gamma^{-1}\dot{\upsilon}_{il}\Big).$$

Отсюда следует первое требование $\dot{\upsilon}_{il}=-\gamma\dfrac{\psi_l\partial\psi_l}{\partial x_l}$, $l=\overline{1,m}$, $i=\overline{1,I}$, к параметрам управления, выполнение которого обеспечивает устойчивость системы (14) по Ляпунову.

Этап 4. На данном этапе формирования регулятора для сложного ДО осуществляется выбор весовых функций ϑ_{il}, $l=\overline{1,m}$, $i=\overline{1,I}$. Одним из способов выбора может быть следующий. Пусть заданы (реконструированы [7, 8]) целевые траектории $x_{j\mathrm{tr}}$ для части координат, удовлетворяющие целевому многообразию $|\psi(x_{\mathrm{tr}}(t))|<\varepsilon$, $\forall\varepsilon>0$ при $t\to\propto$. Тогда выбор весовых коэффициентов ϑ_{il} возможен из условия $\dot{x}_j(t)=x_{j\mathrm{tr}}(t)$ (рис. 3). Случай $I=1$ соответствует традиционному варианту — отсутствию априорной информации для выделения образов состояний.

Изменения в доказательстве для случая $f_l=f_{l1}(x,\theta)f_{l2}(u_l)$, $l=\overline{1,m}$, заключаются в следующем.

На первом этапе вместо (12) получаем функциональную зависимость для управления в пространстве состояний, роль которого переходит к величине $f_{l2}(u_l^A)$:

$$w_l\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial\psi_l}{\partial x_j}\dot{x}_j+\psi_l(t)=w_l\frac{\partial\psi_l}{\partial x_l}f_{l1}(x,\theta)f_{l2}(u_l^A)+\psi_l(t)=0,$$

$$f_{l2}(u_l^A)=-\psi_l\Big(\omega_l\frac{\partial\psi_l}{\partial x_l}f_{l1}\Big)^{-1},\quad l=\overline{1,m}.$$

На втором этапе вместо (13) правые части уравнений с номерами $l=\overline{1,m}$ в (3) запишем как

$$\dot{x}_l(t)=f_{l1}f_{l2}(\hat{u})+f_{l1}(f_{l2}(u)-f_{l2}(\hat{u})),\quad l=\overline{1,m},$$

где второе слагаемое по аналогии с вышеизложенным представим в виде

$$f_{l1}(f_{l2}(u)-f_{l2}(\hat{u}))=\sum_{i=1}^{I}\vartheta_{li}(v_{il}-\hat{v}_{il}).$$

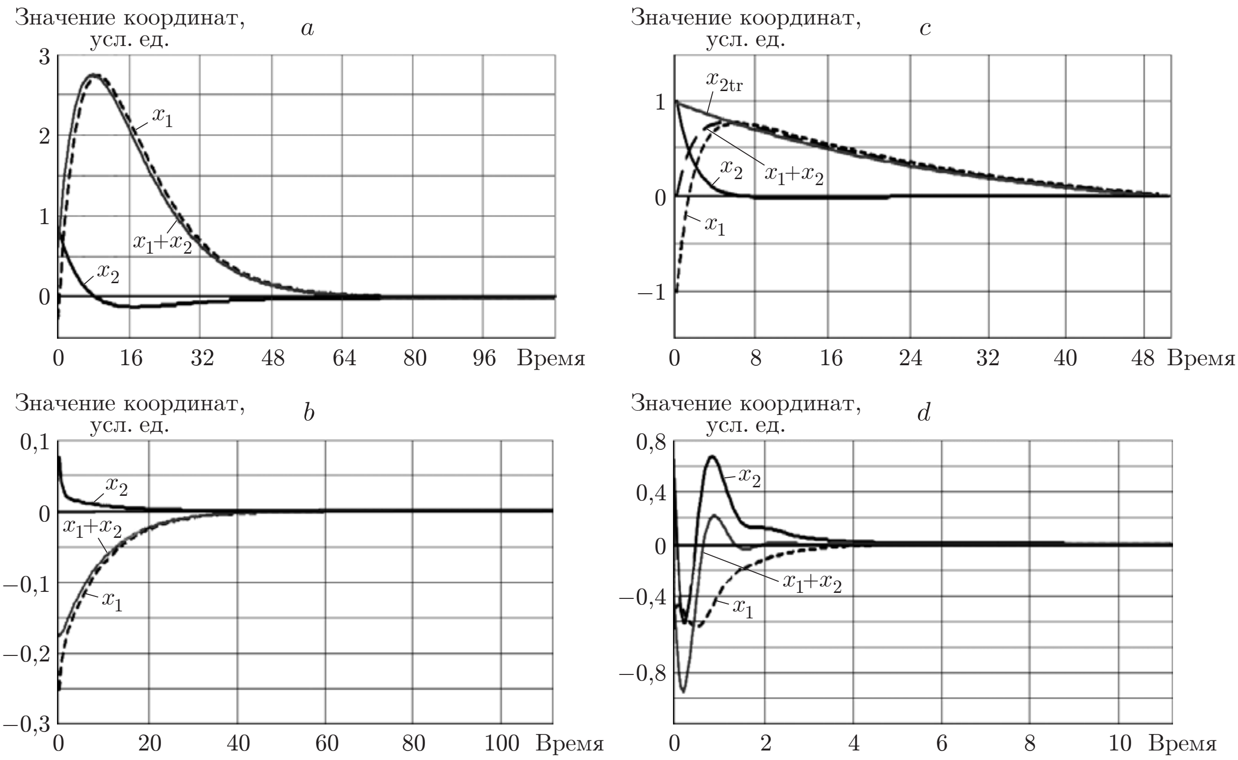

Рис. 3. Влияние параметров настройки регулятора Δ, w и начальных условий x_1, x_2 на вид переходного процесса с весовыми коэффициентами ϑ_i, зависящими от разных траекторий: a, b — $\Delta = 0{,}5$, $w = 4$ и $\Delta = 0{,}55$, $w = 0{,}4$ соответственно, $x_1(0) = -0{,}5$, $x_2(0) = 0{,}5$, $x_{1\mathrm{tr}} = -x_{2\mathrm{tr}} = -\exp(-\lambda x)$, $\lambda = 0{,}7$; c — $\Delta = 0{,}5$, $w = 1$, $x_1(0) = -1$, $x_2(0) = 1$, $x_{2\mathrm{tr}} = \bar{x} = -2 \cdot 10^{-11} x_5 + 2 \cdot 10^{-8} x_4 - 5 \cdot 10^{-6} x_3 + 0{,}0006 x_2 - 0{,}0398 x + 0{,}9812$; d — $\Delta = 0{,}05$, $w = 0{,}4$, $x_1(0) = -0{,}5$, $x_2(0) = 0{,}5$, $x_{1\mathrm{tr}} = \bar{x}$

Уравнения в системе (3) для случая $f_l = f_{l1}(x, \theta) f_{l2}(u_l)$, $l = \overline{1, m}$, и производная $\dot{\psi}_l(t)$ функции $\psi_l(t)$ примут вид

$$\dot{x}_l(t) = f_{l1} f_{l2}(\hat{u}) + f_{l1}(f_{l2}(u) - f_{l2}(\hat{u})) =$$

$$= -\psi_l \Big(\omega_l \frac{\partial \psi_l}{\partial x_l}\Big)^{-1} + \sum_{i=1}^{I} \vartheta_{li}(v_{il} - \hat{v}_{il}) = -\psi_l \Big(\omega_l \frac{\partial \psi_l}{\partial x_l}\Big)^{-1} + \sum_{i=1}^{I} v_{li},$$

$$\dot{\psi}_l(t) = \frac{\partial \psi_l}{\partial x_l} \dot{x}_l + \sum_{j=m+1}^{n} \frac{\partial \psi_l}{\partial x_j} \dot{x}_j =$$

$$= \frac{\partial \psi_l}{\partial x_l} \Big(-\psi_l \Big(\omega_l \frac{\partial \psi_l}{\partial x_l}\Big)^{-1} + \sum_{i=1}^{I} v_{li}\Big) = -\psi_l (\omega_l)^{-1} + \frac{\partial \psi_l}{\partial x_l} \sum_{i=1}^{I} v_{li}, \quad l = \overline{1, m}.$$

Все остальные рассуждения проводятся аналогично.

П р и м е р 2. Динамический объект имеет следующее описание:

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_1(t) = x_2;\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\dot{x}_{n-1}(t) = x_n;\\
&\dot{x}_n(t) = f(x, \theta, u),
\end{aligned} \tag{16}$$

где $x(t) = (x_1, \ldots, x_n) \in R^n$ — вектор переменных состояния; $\theta(t) \in R^k$ — вектор параметров; $u(t)$ — управляющий сигнал; $f(\cdot)$ — неизвестная нелинейная (в общем виде) функция. Выберем целевую макропеременную в виде $\psi(x) = c_1x_1 + c_2x_2 = 0$ (при $c_1 > 0$, $c_2 > 0$ целевое многообразие $\psi(x) = 0$ будет означать перевод объекта управления в начало координат), и пусть $f(x, \theta, u) = f_1(x, \theta) + f_2(u), f_2(u) = u$, тогда первые три этапа построения регулятора приведут к системе

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_1(t) = x_2;\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\dot{x}_{n-1}(t) = x_n;\\
&\dot{x}_n(t) = -\frac{1}{c_n}\frac{\psi}{w} - \frac{1}{c_n}\sum_{k=1}^{n-1} c_k x_{k+1} + \sum_{i=1}^{I} \vartheta_i \eta_i;\\
&\dot{\eta}_i = -c_n\gamma\vartheta_i \sum_{k=1}^{n} c_k x_k, \quad \eta_i = (\nu_i - \hat{\nu}_i), \ \ i = \overline{1, I}.
\end{aligned} \tag{17}$$

Пусть реконструирована функциональная зависимость $x_{1\mathrm{tr}}(t) = h(t)$. Без ограничения общности рассмотрим применение четвёртого этапа для случая $n = 2$:

$$\dot{x}_{1\mathrm{tr}}(t) = \dot{h}(t) = x_2, \quad \dot{x}_2(t) = \ddot{h}(t) = -\frac{1}{c_2}\frac{\psi}{w} - \frac{1}{c_2}c_1x_2 + \sum_{i=1}^{I}\vartheta_i\eta_i = -\frac{1}{c_2}\frac{\psi}{w} - \frac{1}{c_2}c_1\dot{h}(t) + \sum_{i=1}^{I}\vartheta_i\eta_i,$$

получим ещё одно соотношение для весовых коэффициентов и величин η_i:

$$\sum_{i=1}^{I}\vartheta_i\eta_i = \ddot{h}(t) + \frac{1}{c_2}\frac{\psi}{w} + \frac{1}{c_2}c_1\dot{h}(t).$$

Таким образом, система управления приобретает следующий вид:

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_1(t) = x_2;\\
&\dot{x}_2(t) = -\frac{1}{c_2}\frac{\psi}{w} - \frac{1}{c_2}c_1x_2 + \sum_{i=1}^{I}\vartheta_i\eta_i;\\
&\sum_{i=1}^{I}\vartheta_i\eta_i = \ddot{h}(t) + \frac{1}{c_2}\frac{\psi}{w} + \frac{c_1}{c_2}\dot{h}(t);\\
&\dot{\eta}_i = -c_2\gamma\upsilon_i(c_1x_1 + c_2x_2), \quad i = \overline{1, I}.
\end{aligned} \tag{18}$$

Рассмотрим простой пример модели ДО, для которого в [3] был построен нечёткий регулятор

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = f + u, f = \theta_1x_2 + \theta_2\mathrm{sign}(x_1) + \xi.$$

Согласно полученной системе управления (18), в которой роль входных воздействий играют величины η_i, $i = \overline{1, I}$, исходная система для $I = 1$ и значений $\theta_1 = -0{,}1$, $\theta_2 = 1$ будет иметь вид

$$\begin{aligned} &\dot{x}_1(t) = x_2; \\ &\dot{x}_2(t) = -\frac{x_1}{w} - \Big(\frac{1}{w} + 1\Big)x_2 + \vartheta\eta; \\ &\dot{\eta} = -\gamma\upsilon c_2(c_1x_1 + c_2x_2). \end{aligned} \qquad (19)$$

Приведём результаты численного моделирования для разных начальных условий и параметров настройки регулятора в системе (19) (см. рис. 3, $\gamma = 10$, Δ — величина интервала дискретизации при переходе к разностной схеме) при разных аппроксимациях значений траекторий $x(t)$.

З а м е ч а н и е. Параметрами настройки регулятора являются w и γ, существенно влияющие на величину и форму переходного процесса и, как правило, подбираемые эмпирически в зависимости от других фиксированных параметров исходной модели (начальных условий, величины дискретизации $\Delta > 0$ и т. д.). Общих рекомендаций в виде формализованных правил выбора для них не существует. Отметим, что w в [5] интерпретируется как (задаваемое) время движения изображающей точки $x(t)$ до пересечения многообразий. В работе [7] изложен эвристический алгоритм для определения параметра w, основанный на исследованиях Неймарка (см., например, [10]).

Прокомментируем связь регуляторов (2) и (18). Регулятор (2) содержит управление в виде выражения (12), полученного на первом этапе в предположении известной правой части f объекта (3). Система управления (18) (в условиях неизвестной правой части f) может быть интерпретирована как система с множественной моделью управлений (градаций управлений η_i, $i = \overline{1, I}$), имеющих силу в соответствующей области фазового пространства, разбитого на I образов-состояний $\Omega = (\Omega_1, \ldots, \Omega_I)$, каждый из которых описывается характеристическими и классификационными признаками, сформированными на обучающей выборке и/или на основе экспертного анализа. Задача адаптивного управления с множественными моделями (возникающими при линейной параметризации исходного нелинейного объекта) не нова (см., например, [12]), но рассмотренный подход позволяет осуществить синтез системы управления и анализ её свойств в нелинейной постановке задачи в рамках совмещения метода АКАР, функций Ляпунова и реконструкции измеряемых координат.

Заключение. В данной работе приведена схема построения регулятора на основе выявления закономерностей в пространстве состояний и дополнительного канала регулирования с использованием апостериорной информации. Регулятор учитывает влияние признаков, способствующих или препятствующих переходу объекта в определённое состояние, и на этой основе вырабатывает решение об управляющем воздействии. Блок распознавания состояний и признаков, способствующих их наступлению, участвует, во-первых, в идентификации состояния объекта управления и, во-вторых, в выработке управляющих воздействий в виде канала регулирования, дополнительного к основному, по методу АКАР.

Построен новый наблюдатель для неизвестных возмущений, описываемых неизвестными гладкими функциями. В отличие от техники построения наблюдателя, предполагающей априорное задание математической модели неизмеряемых воздействий и параметрических флуктуаций, данный подход использует для представления неизвестных параметров (внешних воздействий) эволюционные уравнения, полученные из уравнений исходной модели динамического объекта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л.** Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. С.-Пб.: Наука, 2000. 549 с.
2. **Тюкин И. Ю., Терехов В. А.** Адаптация в нелинейных динамических системах. С.-Пб.: ЛКИ, 2008. 384 с.
3. **Коломейцева М. Б., Хо Д. Л.** Адаптивные системы управления динамическими объектами на базе нечётких регуляторов. М.: Спутник+, 2002. 140 с.
4. **Astolfi A., Ortega R.** Immersion and invariance: A new tool for stabilization and adaptive control of nonlinear systems // IEEE Trans. Automatic Control. 2003. **48**, N 4. P. 590–606.
5. **Синергетика** и проблемы теории управления: Сб. науч. тр. /Под ред. А. А. Колесникова. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 504 с.
6. **Колесникова С. И.** Выявление закономерностей во временных рядах при распознавании состояний сложных объектов управления // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2010. № 5. С. 66–71.
7. **Букреев В. Г., Колесникова С. И., Янковская А. Е.** Выявление закономерностей во временных рядах в задачах распознавания состояний динамических объектов. Томск: Изд-во ТПУ, 2010. 254 с.
8. **Свидетельство на полезную модель 86021 РФ.** Система управления с распознаванием образов динамических состояний стохастического объекта /В. Г. Букреев, С. И. Колесникова. Заявл. 20.04.09; Опубл. 20.08.09, Бюл. № 23.
9. **Колесникова С. И., Лаходынов В. С., Цой Ю. Р.** Исследование качества распознавания состояний стохастической системы // Информационные технологии. 2010. № 6. С. 56–62.
10. **Неймарк Ю. И., Теклина Л. Г.** Анализ фазовых траекторий многомерных динамических систем методами распознавания на основе одномерных временных рядов // Сб. докл. XIII Всерос. конф. «Математические методы распознавания образов». М.: МАКС Пресс, 2007. С. 191–193.
11. **Сысоев И. В.** Реконструкция уравнений колебательных систем при наличии скрытых переменных и внешних воздействий: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. М., 2007. 21 с.
12. **Narendra K. S., Balakrishnan J.** Adaptive control using multiple models // IEEE Trans. Automatic Control. 1997. **42**, N 2. P. 171–187.

Поступила в редакцию 20 сентября 2010 г.