

УДК 621.372 : 519.72

## МЕТОД НАПРАВЛЕННОГО ПЕРЕБОРА АЛЬТЕРНАТИВ В ЗАДАЧЕ АВТОМАТИЧЕСКОГО РАСПОЗНАВАНИЯ ПОЛУТОНОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

А. В. Савченко

*Государственный университет «Высшая школа экономики»  
603155, г. Нижний Новгород, ул. Большая Печерская, 25/12  
E-mail: savchenko@tecomgroup.ru*

Ставится и решается задача автоматического распознавания полутоновых изображений на основе принципа минимума информационного рассогласования. В противовес методу полного перебора конкурирующих гипотез предложен метод направленного перебора множества альтернатив в информационной метрике Кульбака — Лейблера. Представлены программа и результаты его экспериментального исследования. Показано, что предложенный алгоритм характеризуется повышенной степенью точности и надежности автоматического распознавания изображений.

*Ключевые слова:* автоматическое распознавание изображений, распознавание образов, распознавание с обучением, критерий минимума информационного рассогласования.

**Введение.** Принцип минимума информационного рассогласования (МИР) является, как известно [1], эффективным инструментом для решения разнообразных задач в области автоматического распознавания образов (АРО). Между тем далеко не все его возможности на данный момент получили необходимое освещение и развитие. В частности, до настоящего времени практически не исследовались преимущества принципа МИР перед традиционными методами и подходами в задачах автоматического распознавания изображений (АРИ), особенно полутоновых, как одного из наиболее сложных случаев в теории и практике АРИ [2, 3]. Исследованиям в этом актуальнейшем направлении и посвящена предлагаемая работа. В ней при учете метрических свойств решающей статистики МИР предложен метод направленного перебора (МНП) множества альтернатив в противовес традиционному методу сплошного перебора конкурирующих гипотез.

**Критерий минимума информационного рассогласования.** Пусть задано множество из  $R > 1$  полутоновых изображений  $X_r = \|x_{uv}^r\|$ ,  $u = \overline{1, H}$ ,  $v = \overline{1, W}$ . Здесь  $H$  — высота изображения;  $W$  — его ширина;  $x_{uv}^r \in \{1, 2, \dots, x_{\max}\}$  — интенсивность точки изображения с координатами  $(u, v)$ ;  $r$  — номер эталона ( $r = \overline{1, R}$ );  $x_{\max}$  — максимальное значение интенсивности. Предполагается, что эталоны  $X_r$  задают некие классы изображений, например, как способ защиты от влияния помех. При этом каждый класс характеризуется тем, что принадлежащие ему объекты обладают некоторой общностью или сходством в характеристиках. То общее, что объединяет объекты в класс, и называют образом. Задача состоит в том, чтобы отнести вновь поступающее (на вход) изображение  $X = \|x_{uv}\|$  к одному из  $R$  таких классов. Это типичный пример задачи диагностики (расознавания образов с обучением) для объектов нечисловой природы (ОНП) [4].

Напомним, что термин ОНП относится к элементам математического пространства, не являющегося линейным (векторным). Процедуры построения решающих правил для поставленной задачи в общем случае делятся на детерминированные и статистические. В настоящее время наиболее часто используется первый, детерминистский, подход. В рамках этого подхода в пространстве ОНП определяется некое расстояние (мера близости)

между любыми парами объектов. Зачастую для АРИ применяется критерий, основанный на стандартной метрике  $l_1$ :

$$\rho_1(X/X_r) = \frac{1}{WH} \sum_{u=1}^H \sum_{v=1}^W |x_{uv} - x_{uv}^r| \rightarrow \min. \quad (1)$$

Однако подобный подход не всегда позволяет получить удовлетворительные результаты. Это обстоятельство связано, во-первых, с известной [2] вариативностью зрительных образов, а во-вторых, с наличием во входном изображении  $X$  помех, таких как неопределенная заранее интенсивность источников освещения или просто случайное искажение некоторых точек изображения.

Указанные проблемы при детерминистском подходе обычно решаются путем добавления новых изображений к множеству эталонных изображений (МЭИ), что приводит, в свою очередь, к резкому увеличению его объема. Во всех перечисленных случаях на помощь приходит второй, статистический, подход [2, 3]. В рамках данного подхода можно предположить, что изображение-эталон  $X_r$  определяет спектральную плотность мощности (СПМ) некоего (гипотетического) двумерного (пространственного) случайного сигнала. Подобная интерпретация выглядит вполне обоснованной, если учесть несомненное сходство строгого задания СПМ [2] как функции распределения мощности сигнала по частоте с определением полутонового изображения как функции распределения интенсивности черного цвета на плоскости, т. е. по пространственной частоте. Задача состоит в таком случае в проверке  $R$  гипотез о СПМ  $X_r$ ,  $r = \overline{1, R}$ , сигнала изображения на входе  $X$ . Здесь возникает общая проблема встречных гипотез о классе рассматриваемых гипотетических распределений. Однако ее решение подсказывает простая логика рассуждений: на множестве всех мыслимых распределений существует единственный, гауссов, закон, для которого вся полезная информация заключается в форме СПМ анализируемого сигнала. Указанная логика совместно с принципом МИР [1] путем его известных преобразований в частотной области [5] приводит к решающему оптимальному правилу следующего вида:

$$\rho_{KL}(X/X_r) = \frac{1}{WH} \sum_{u=1}^H \sum_{v=1}^W \left( \frac{x_{uv}}{x_{uv}^r} - \ln \frac{x_{uv}}{x_{uv}^r} \right) - 1 \rightarrow \min. \quad (2)$$

Статистика  $\rho_{KL}(X/X_r)$  здесь определяет информационное рассогласование (ИР) по Кульбаку — Лейблеру [6] между наблюдаемым сигналом изображения  $X$  и его  $r$ -м эталоном из МЭИ  $\{X_r\}$ .

Таким образом, процедура АРИ в данном случае реализуется по схеме многоканальной обработки, в которой число каналов  $R$  задается количеством изображений-эталонов. Решение принимается по критерию минимума статистики из выражения (1) для традиционных методов АРИ [2] или из выражения (2) при использовании принципа МИР.

**Метрические свойства решающей статистики минимума информационного рассогласования.** Рассмотрим наиболее актуальный и для теории и для практики случай  $R \gg 1$ , когда решается задача АРИ с объемом МЭИ в сотни и тысячи изображений. В указанных условиях практическая реализация оптимального решающего правила (2) по схеме  $R$ -канальной обработки наталкивается на очевидную проблему его вычислительной сложности и даже практической реализуемости, особенно если учитывать трудоемкую процедуру выравнивания изображений по множеству параметров: размерам, цвету, ракурсу и т. п. В поиске путей решения указанной проблемы за счет отказа от сплошного перебора МЭИ и состоит центральная идея данной работы.

Прежде всего отметим метрические свойства решающей статистики МИР  $\rho_{KL}(X/X_r) \geq 0$  с равенством ее нулю лишь в идеальном случае совпадения входного и эталонного сигналов. Поэтому вначале преобразуем критерий МИР (2) к упрощенному (в его практической реализации) виду [7]:

$$W_\nu(X) : \rho_{KL}(X/X_\nu) < \rho_0 = \text{const.} \quad (3)$$

Здесь  $\rho_0$  — порог для допустимой величины ИР на множестве одноименных изображений за счет известной их вариативности. Значение такого порога нетрудно установить опытным путем. По своей сути выражение (3) определяет условие останова при переборе альтернатив в рамках проверочной процедуры по критерию МИР (2).

Таким образом, при принятии решения на основе принципа МИР (3) требуется просматривать не все эталоны, а вычислять величину ИР лишь до тех пор, пока оно не будет меньше некоторого порогового уровня. Нетрудно понять, что само по себе это обстоятельство позволит сократить объем перебора в среднем на 50 %. Иными словами, благодаря использованию правила останова (3) удастся в 2 раза сократить объем выполняемых вычислений и тем самым существенно ослабить проблему практической реализуемости АРИ в режиме реального времени. В этом состоит принципиальное преимущество МИР перед всеми наиболее известными статистическими аналогами, в которых применяются классические (байесовские) критерии: минимума среднего риска, максимума апостериорной вероятности и другие [2]. Между тем рассмотренный выигрыш в вычислительной сложности и производительности далеко не исчерпывает всех преимуществ принципа МИР в задаче АРО.

Действительно, общая формулировка (2) позволяет рассматривать ее как задачу оптимизации и применять алгоритмы поиска оптимального решения с заданным условием останова (3). В этой задаче на множестве эталонных изображений  $\{X_r\}$  требуется найти такое изображение  $X_\nu$ , которое будет минимизировать статистику МИР. В этом случае метод, сводящийся к полному перебору МЭИ, является одним из множества известных методов оптимизации систем. Главным препятствием к применению в данной задаче более эффективного оптимизационного метода является то, что, во-первых, задача относится к области дискретной математики и, во-вторых, в ней требуется найти глобальный минимум решающей статистики (2). По-видимому, наиболее обоснованным способом поиска глобального экстремума в указанных условиях можно считать метод случайного поиска. К сожалению, известные классические методы оптимизации (например, генетический алгоритм) не учитывают информацию о самих изображениях, рассогласованиях между ними. Более того, в большинстве дискретных алгоритмов оптимизации не существует четкого критерия останова поиска [3]. На помощь снова приходит принцип МИР. На основе выражения (3) можно сформулировать искомый критерий останова алгоритма оптимизации. Тогда появляется гарантия, что решение задачи, если оно существует (т. е. если входное изображение относится к одному из классов, заданному  $\{X_r\}$ ), будет найдено. Естественным развитием этой идеи может служить предложенный далее метод направленного перебора МЭИ, в котором метрические свойства решающей статистики МИР (3) используются в наиболее полной степени.

**Идея метода направленного перебора.** Следуя общей схеме вычислений (2), (3), сведем задачу АРИ  $X$  к проверке сначала  $N$  первых вариантов  $X_1, \dots, X_N$  из заданного  $R$ -множества альтернатив  $\{X_r\}$  при условии  $N \ll R$ . Если, по крайней мере, одна из них, а именно  $X_\nu$ ,  $\nu \leq N$ , отвечает требованию останова (3), процесс поиска оптимального решения по критерию МИР (2) на ней и завершается. Однако в общем случае можно предположить, что ни одна из первых  $N$  альтернатив проверку (3) на первом шаге не проходит. Тогда можно проверить вторую группу из  $N$  эталонных изображений в пределах

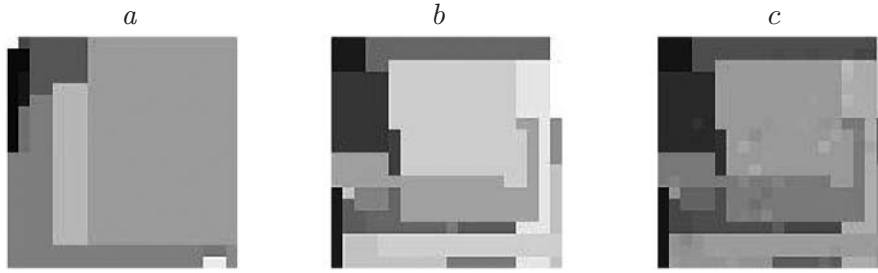


Рис. 1

множества  $\{X_r\}$ , потом третью группу и т. д. до момента выполнения условия (3). Есть и иной, более рациональный, вариант решения поставленной задачи.

Расставим изображения из первой контрольной выборки  $X_1, \dots, X_N$  в порядке убывания их ИП  $\rho_{KL}(X/X_n), n = \overline{1, N}$ . В результате будем иметь упорядоченную (ранжированную) последовательность эталонных изображений вида

$$\{X_{i_j}\} = \{X_{i_1}, X_{i_2}, \dots, X_{i_N}\}, \quad i_j \leq N.$$

Соответствующая последовательность  $\{\rho_j\}$  их ИП  $\rho_j = \rho_{KL}(X/X_{i_j}), i_j \leq N$ , будет иметь характер монотонно убывающей зависимости. Ее вид, в частности скорость убывания, будет зависеть как от состава контрольной выборки эталонов  $X_1, \dots, X_N$ , так и от ее теоретико-информационных характеристик, в частности от величины взаимных ИП (ВИР)  $\rho_{(j+1)/j} = \rho_{KL}(X_{i_{j+1}}/X_{i_j})$  между парами соседних элементов в упорядоченной контрольной выборке  $\{X_{i_j}\}$ .

Проиллюстрируем указанную зависимость с помощью специально созданного для этого экспериментального МЭИ. В ходе его формирования было получено множество эталонных изображений  $\{X_r\}$  большого объема ( $R = 5000$ ) размером  $20 \times 20$  пикселей. Каждое изображение (рис. 1, *a, b*) представляет собой несколько пересекающихся прямоугольников с интенсивностью, случайно выбранной из диапазона  $[1, 256]$ . Интенсивности 1 соответствовал абсолютно черный цвет, а интенсивности 256 — белый. Тем самым достигались жесткие условия для последующего автоматического распознавания полутоновых изображений  $X$ .

При этом на первом этапе вычислений состав контрольной выборки  $X_1, \dots, X_N$  был выбран наугад, а ее объем установлен  $N = 100$ . Для вычисления ИП использовалось выражение (2). По результатам вычислений получена упорядоченная контрольная выборка  $\{X_{i_j}\}$  (рис. 2, *a, b*). Ее фрагмент из 45 последних элементов  $X_{i_{56}}, \dots, X_{i_{100}}$  отображен на рис. 2, *a* в виде графика зависимости их ИП  $\{\rho_j\}$  относительно определенного изображения на входе  $X \in \{X_r\}$ . Для сравнения на рис. 2, *b* (кривая 1) представлен график соответствующей зависимости ВИР  $\{\rho_{(j+1)/j}\}$ . На рисунке видно, что последняя зависимость, как и последовательность ИП  $\{\rho_j\}$ , для элементов упорядоченной контрольной выборки  $\{X_{i_j}\}$  имеет характер затухающих колебаний.

Указанное наблюдение усиливается результатами экстраполяции последовательности значений ВИР на рис. 2, *b* (кривая 2) на пять шагов за границы контрольной выборки по формуле оценки линейного прогнозирования  $P$ -го порядка:

$$\widehat{\rho}_{(N+1)/N} = \sum_{i=1}^P a_i \rho_{(N-i+1)/(N-i)}. \quad (4)$$

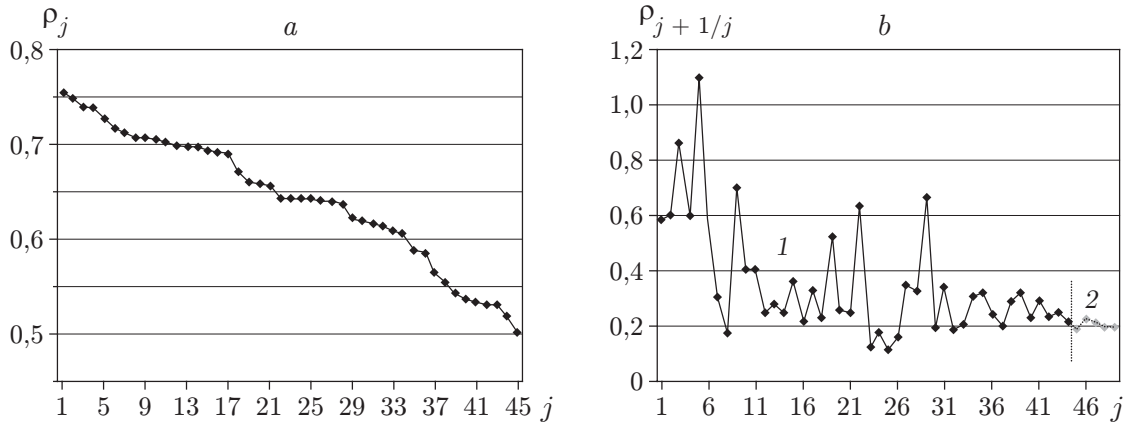


Рис. 2

Здесь  $\{a_i\}$  — вектор коэффициентов авторегрессии (АР). При этом для АР-анализа применялась рекурсивная вычислительная процедура Берга — Левинсона [8], а порядок авторегрессии был установлен  $P = 10$ . Отсюда и вытекает главная идея МНП: использовать последний элемент  $X_{i_N}$  из упорядоченной контрольной выборки  $\{X_{i_j}\}$  как наилучшее приближение к искомому изображению  $X$  в роли точки отсчета для поиска наиболее подходящих «кандидатов» в очередную контрольную выборку. При этом данные экстраполяции ВИР (4) могут служить ориентиром для определения максимально допустимых различий (в теоретико-информационном смысле) изображений-эталонов из будущей контрольной выборки по отношению к «точке отсчета»  $X_{i_N}$ . Проиллюстрируем это с помощью диаграммы поисковой процедуры МНП (рис. 3). Здесь звездочками обозначены все имеющиеся изображения-эталоны,  $X$  — входное изображение, а ромбиком — наиболее близкий к  $X$  эталон. Он и определяет искомое оптимальное решение задачи. Траектория поиска отображается на рисунке ломаной направленной линией. Жирными точками на

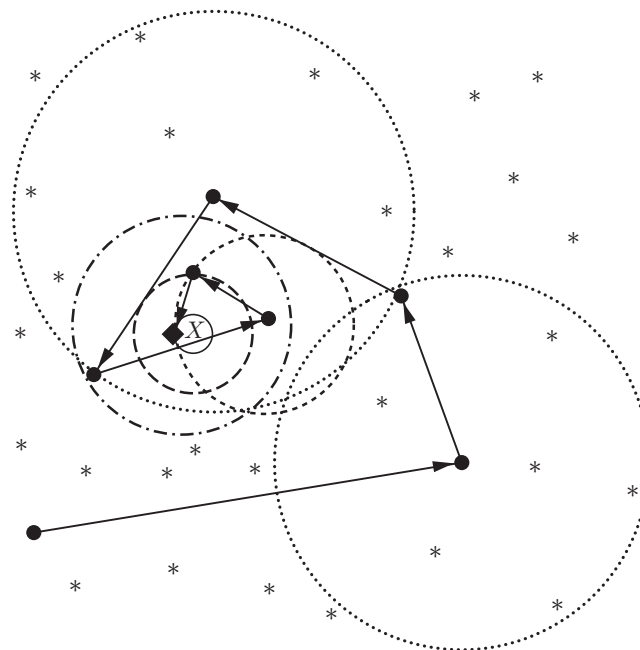


Рис. 3

ней обозначена последовательность наиболее близких к оптимуму изображений  $X_{i_N}$  после нескольких подряд этапов вычислений. Окружностями отмечены границы соответствующих контрольных точек-выборок  $X_1, \dots, X_N$ . Их радиусы определяются согласно выражению (4). Хорошо видно, что траектория поиска имеет вид скручивающейся спирали точно в соответствии с выводами по рис. 2, *a, b*.

**Синтез алгоритма.** Следуя определению ИР (2) составим  $(R \times R)$ -матрицу  $P = \|\rho_{ij}\|$  значений ИР  $\rho_{ij} = \rho_{KL}(X_i/X_j)$ ,  $i, j \leq R$ . Такую весьма сложную в вычислительном отношении операцию требуется выполнить лишь раз: на предварительном этапе вычислений и для каждого конкретного МЭИ. После этого зададимся в пределах имеющегося  $R$ -множества эталонов  $\{X_r\}$  произвольной первой контрольной выборкой  $X_1, \dots, X_N$  некоторого фиксированного объема  $N$ , по ней получим ранжированный по критерию МИР (2) ряд данных  $\{X_{i_j}\}$  и наконец найдем из него первый локальный оптимум  $X_{i_N}$ . На этом завершается первый этап вычислений. На втором этапе для выделенного изображения-эталона  $X_{i_N}$  по матрице  $P$  найдем множество из  $M < R$  изображений  $X^{(M)} = \{X_{i_{N+1}}, \dots, X_{i_{N+M}}\}$ ,  $i_j \leq R$ , находящихся от изображения  $X_{i_N}$  на «расстоянии» (2), не превышающем порогового значения  $\widehat{\rho}_{(N+1)/N}$ :

$$\left(\forall X_i \notin X^{(M)}\right) \left(\forall X_j \in X^{(M)}\right) \Delta\rho(X_i) \geq \Delta\rho(X_j). \quad (5)$$

Здесь

$$\Delta\rho(X) = \left| \rho_{KL}(X/X_{i_N}) - \widehat{\rho}_{(N+1)/N} \right|$$

— отклонение экстраполированного по формуле (4) ВИР  $\widehat{\rho}_{(N+1)/N}$  относительно ИР между парой изображений  $X$  и  $X_{i_N}$ . На рис. 3 каждое такое множество ограничивается соответствующей окружностью с центром в точке  $X_{i_N}$ . Добавим к этому множеству еще один  $(M + 1)$ -й элемент  $X_{i_{N+M+1}}$  из числа не попавших в состав контрольной выборки по результатам предыдущего этапа вычислений. Этим мы вносим в поисковую процедуру определенный элемент случайности как способ достижения глобального оптимума за конечное число шагов (этапов вычислений). В результате для анализа получаем вторую контрольную выборку изображений-эталонов

$$\{X_{i_N}, \dots, X_{i_{N+M+1}}\}, \quad i_j \leq R.$$

Далее все вычисления первого этапа циклически повторяются до тех пор, пока на некотором  $K$ -м этапе для элемента  $X_{i_N}$  не будет выполнено условие останова (3):

$$\rho_{KL}(X/X_{i_N}) < \rho_0. \quad (6)$$

На рис. 3 в такой момент входное изображение оказывается в пределах границ множества контрольных точек последнего этапа вычислений. Решение здесь принимается в пользу наиболее близкого образа  $X^*$  или в худшем случае после перебора всех альтернатив из множества  $\{X_r\}$ , но в отсутствие решения из (6), делается вывод о том, что входное изображение  $X$  нельзя отнести ни к одному классу из МЭИ и что необходимо задействовать режим переспроса. В общем же случае суммарное число  $N + (M + 1)K \leq R$  выполняемых согласно (6) проверок может существенно выигрывать по сравнению с объемом используемого МЭИ. В этом и состоит эффект направленного перебора.

Таким образом, система выражений (2)—(6) определяет в конечном итоге предлагаемый МНП в задаче АРИ.

**Результаты экспериментальных исследований.** После составления представленного выше экспериментального МЭИ был проведен 200 раз подряд следующий эксперимент. На основе некоторого (каждый раз выбранного наугад) изображения-эталона  $X_r$  путем уменьшения интенсивности всех его точек (затемнения) и последующего изменения интенсивности некоторых точек  $X_r$  создавалось новое искаженное изображение  $X$ . Типичные диаграммы именно такой пары изображений ( $X_r$  и  $X$ ) представлены на рис. 1, *b*, *c*. В каждом подобном случае решалась задача АРИ  $X$  из множества всех его допустимых альтернатив  $\{X_r\}$ . Сначала для этого применялась метрика  $l_1$  из выражения (1). Были выбраны следующие параметры МНП:  $N = 128$ ,  $M = 80$ . Порог  $\rho_0 = 30$  подобран экспериментально. Здесь в 92,5 % случаев было получено точное решение  $X^* = X_r$ . При этом на каждое решение в среднем потребовалось проверить (перебрать) 2550 изображений, или 51 % от объема всего МЭИ. Гистограмма количества проверок изображений из МЭИ (в процентах) приведена на рис. 4, *a*. При учете вычислительной сложности обязательной в таких случаях процедуры выравнивания изображений по динамике подобное ускорение обработки (почти в 2 раза) представляется на первый взгляд весьма существенным достижением. Однако данный вывод требует уточнения. Во-первых, ошибка распознавания довольно велика. В частности, оказалось, что входное изображение  $X$  на рис. 1, *c* ближе (в метрике (1)) к изображению на рис. 1, *a*, чем к исходному изображению  $X_r$  (см. рис. 1, *b*). Кроме того, для 37 % входных изображений  $X$  не было выполнено условие останова (3), поэтому алгоритм проверил все  $R$  эталонов.

Аналогичная задача с использованием того же МНП решалась позже и в метрике Кульбака — Лейблера (2). Для этого случая гистограмма количества проведенных проверок согласно алгоритму (2)—(6) показана на рис. 4, *b*. Среднее количество проверок составило примерно 31 % от объема МЭИ. С вероятностью 80 % оно не превышает 2900, или 58 % от общего числа изображений-эталонов для проверки. При этом лишь для 2,5 % исходных изображений условие (3) не было выполнено ни для одного эталона из МЭИ, поэтому были проверены все  $R$  альтернатив. Причем в 99,5 % случаев было получено точное решение  $X^* = X_r$ . Преимущество использования рассогласования Кульбака — Лейблера в данной задаче несомненно. И оно обусловлено тем обстоятельством, что в нашем примере входные изображения были искусственно искажены (затемнены).

Рассмотрим теперь случай, когда все изображения освещены одинаково. Воспользо-

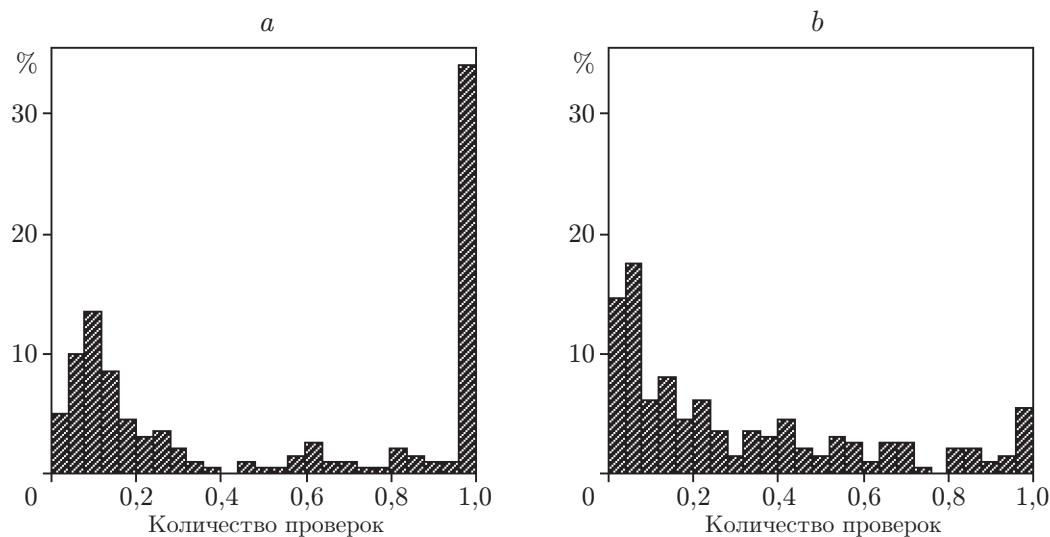


Рис. 4

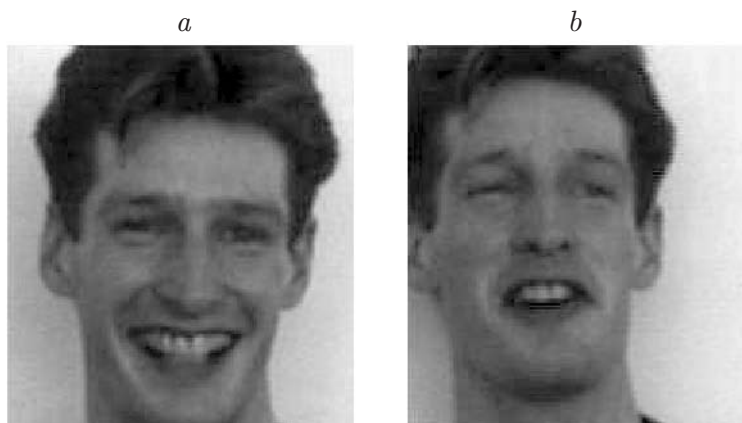


Рис. 5

емся реальной базой данных фотографий людей<sup>1</sup>. Из 5000 фотографий 300 различных людей было отобрано в качестве эталонов  $R=1200$  наиболее различающихся изображений (рис. 5, *a*). Кроме того, для тестирования было взято еще 1000 фотографий тех же людей (рис. 5, *b*).

В этом случае для метрики Кульбака — Лейблера (2) и МНП (3)–(6) с параметрами  $N$ ,  $M$  и  $\rho_0$  из предыдущего эксперимента получаем среднее количество проверок 32 % от объема МЭИ при вероятности ошибки 4,5 %. Однако с использованием метрики  $l_1$  из выражения (1) и алгоритма МНП с порогом  $\rho_0 = 15$  результаты получаются значительно лучше. Так, вероятность ошибки понизилась до 1,5 %, при этом среднее число проверок сократилось до 23 % от объема МЭИ.

**Закключение.** Вопрос об увеличении скорости вычислений вызывает повышенный интерес у специалистов как в области теории, так и практики АРИ. В тех случаях, когда мощность множества эталонов составляет сотни и тысячи единиц, большинство известных алгоритмов, работающих на основе сравнения входного изображения с каждым эталоном, не могут быть реализованы в режиме реального времени. Поэтому решению проблемы вычислительной сложности для больших МЭИ в последние годы уделяется повышенное внимание. В представленной работе для этого предложен метод направленного перебора, основанный на теоретико-информационном подходе, использующий метрические свойства решающей статистики МИР [1] и обладающий широкими функциональными возможностями и высокими эксплуатационными свойствами. Здесь принципиальное значение при переборе альтернатив имеет правило автоматического останова (3). В самом невыгодном варианте своего применения оно сокращает объем вычислений в среднем в 2 раза. А с использованием предложенного метода в формулировке (2)–(6) суммарный выигрыш в вычислительной сложности алгоритма возрастает до 25–30 %. При этом не утрачивается (по сравнению со сплошным перебором МЭИ) и качество достигаемого по МНП решения  $X^*$ . Более того, проведенные эксперименты наглядно показывают, что алгоритм МНП может давать хорошие результаты не только с метрикой Кульбака — Лейблера (2), но и с традиционной метрикой  $l_1$  (1).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савченко В. В., Савченко А. В. Принцип минимального информационного рассогласования в задаче распознавания дискретных объектов // Изв. вузов России. Сер. Радиоэлектроника. 2005. Вып. 3. С. 10–18.

<sup>1</sup><http://cswww.essex.ac.uk/my/allfaces/index.html>



2. **Принципы** цифровой обработки сигналов /Под ред. А. В. Оппенгейма. М.: Мир, 1980. 550 с.
3. **Воскобойников Ю. Е., Литвинов Л. А.** Выбор момента останова в итерационных алгоритмах восстановления сигналов и изображений // *Автометрия*. 2004. **40**, № 4. С. 3–10.
4. **Орлов А. И.** Математические методы исследования и диагностика материалов // *Заводская лаборатория*. 2003. **69**, № 3. С. 53–64.
5. **Савченко В. В.** Различение случайных сигналов в частотной области // *Радиотехника и электроника*. 1997. **42**, № 4. С. 426–431.
6. **Кульбак С.** Теория информации и статистика. М.: Наука, 1967. 408 с.
7. **Акатьев Д. Ю., Савченко В. В.** Обнаружение разладки случайного процесса по выборке на основе принципа минимума информационного рассогласования // *Автометрия*. 2005. **41**, № 2. С. 68–74.
8. **Марпл С. Л.-мл.** Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 584 с.

*Поступила в редакцию 21 января 2009 г.*

---