

УДК 004.922/923

## ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ ПРЕДМЕТОВ И ГРУППЕ ЛИНЕЙНЫХ ПЕРСПЕКТИВ

А. М. Ковалев

*Институт автоматизации и электрометрии СО РАН,  
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1  
Конструкторско-технологический институт научного приборостроения СО РАН,  
г. Новосибирск, 630058, ул. Русская, 41  
E-mail: amkov@ngs.ru*

Рассматривается группа линейных перспектив для преобразования трехмерных визуальных сцен на основе патентованного способа изображения предметов. Приводятся матрицы проективного преобразования, в том числе для программных приложений трехмерной графики.

*Ключевые слова:* компьютерная графика, изображение предметов, системы перспектив, матрицы проективного преобразования.

**Введение.** Во всех широко распространенных API-интерфейсах (Application Program Interface) для трехмерной графики, таких как OpenGL и Direct3D, а также в аппаратном обеспечении компьютеров — видеоадаптерах — до сих пор применяется проективное преобразование, свойственное геометрической оптике, т. е. используется ренессансная перспектива. Проблема отображения и естественного зрительного восприятия трехмерных визуальных сцен в настоящее время достаточно изучена [1–7]. Знание геометрической структуры визуального пространства и когнитивных процессов зрительного восприятия позволяет разработать общую теорию перспектив, доступную для реализации в современной компьютерной графике [8]. Существенный шаг в практическом направлении дает способ изображения предметов [9], позволяющий построить многовариантную систему перспектив, или группу линейных перспектив с дробно-линейной функцией отображения (преобразования).

**Способ изображения предметов (варианты)\*.** Заявленный в двух вариантах способ изображения предметов соответствует психологии зрительного восприятия и обобщает класс перспектив, включая ренессансную перспективу и аксонометрию как предельные варианты перцептивной системы [1].

По первому варианту (рис. 1) способ изображения предметов состоит в центральной проекции точек пространства предметов, например точек  $A$  и  $B$ , пучком лучей  $1$  на картинную поверхность  $K$ , например в точки  $a$  и  $b$ . Для этого в пространстве предметов на заданном расстоянии  $z_0$  от центра проекции  $E$  и перпендикулярно главному лучу  $2$  пучка  $1$  устанавливают вспомогательную плоскость  $3$ . Каждую точку пространства предметов, например  $A$  ( $B$ ), сдвигают по перпендикуляру  $AA''$  ( $BB''$ ) к плоскости  $3$  до расстояния  $A''A'$  ( $B''B'$ ), которое устанавливают равным произведению величины исходного расстояния  $A''A$  ( $B''B$ ) точки  $A$  ( $B$ ) от вспомогательной плоскости на коэффициент сжатия пространства  $\alpha_A$  ( $\alpha_B$ ) в упомянутой точке  $A$  ( $B$ ). После сдвига точек  $A$  и  $B$  в положение  $A'$  и  $B'$  производят центральную проекцию этих точек пучком лучей  $1$  на картинную поверхность  $K$  в точки  $a$  и  $b$ .

\* Способ включен в список Роспатента «100 лучших изобретений России» № 79 [10].

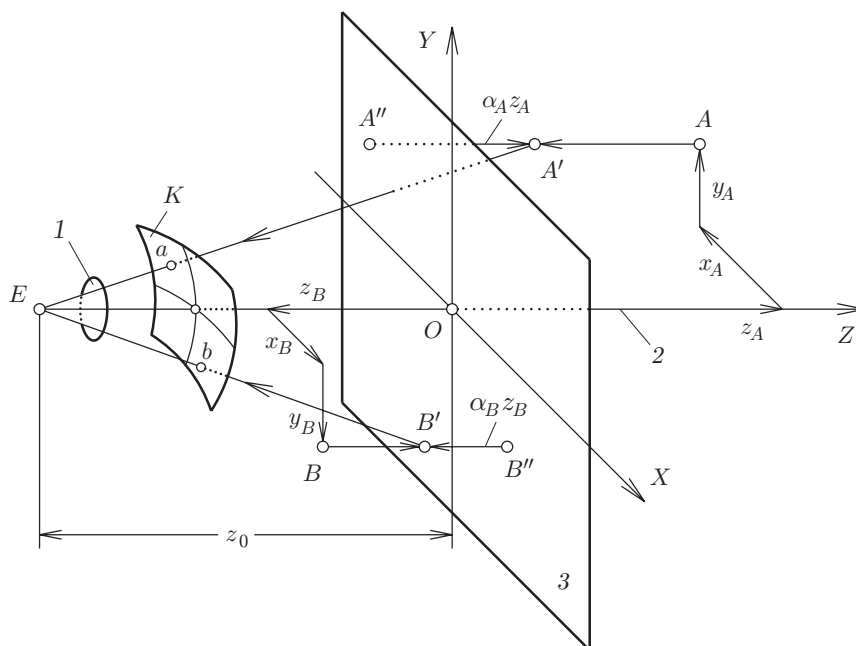


Рис. 1

Вспомогательная плоскость 3 является центральной, или осевой, к которой сжимается пространство предметов. Поэтому удобно присвоить этой плоскости функции координатной плоскости  $XOY$ . Затем можно совместить координатную ось  $OZ$  с главным лучом 2 пучка 1, а началом прямоугольной системы координат в пространстве предметов считать точку пересечения  $O$  главного луча с плоскостью. При таком выборе системы координат пространство изображаемых предметов простирается по оси  $OZ$  от  $-z_0$  до  $+\infty$ , а плоскость  $XOY$  делит это пространство на две части: дальнюю зону с точками, подобными точке  $A$  с положительной аппликатой  $z_A$ , и ближнюю зону с точками, подобными точке  $B$  с отрицательной аппликатой  $z_B$ .

По второму варианту (рис. 2) способ изображения предметов состоит в центральной проекции точек пространства предметов, например точек  $A$  и  $B$ , пучком лучей 1 на картинную поверхность  $K$ , например в точки  $a$  и  $b$ . Для этого в пространстве предметов на заданном расстоянии  $z_0$  от центра проекции  $E$  устанавливают перпендикулярно главному лучу 2 пучка 1 вспомогательную плоскость 3 ( $XOY$ ). Каждую точку пространства пред-

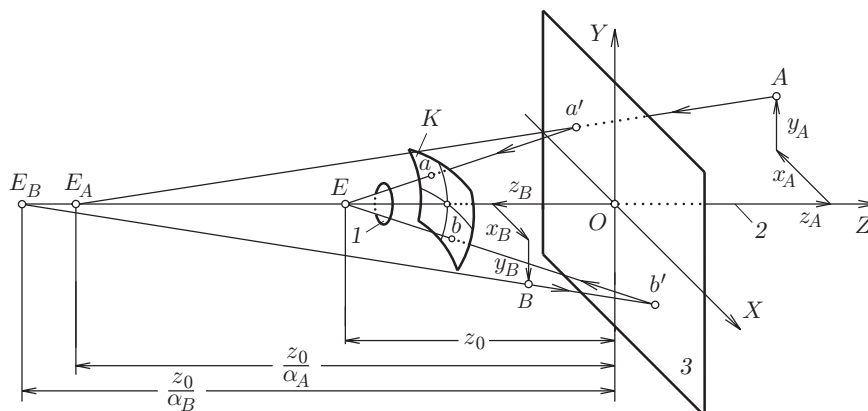


Рис. 2

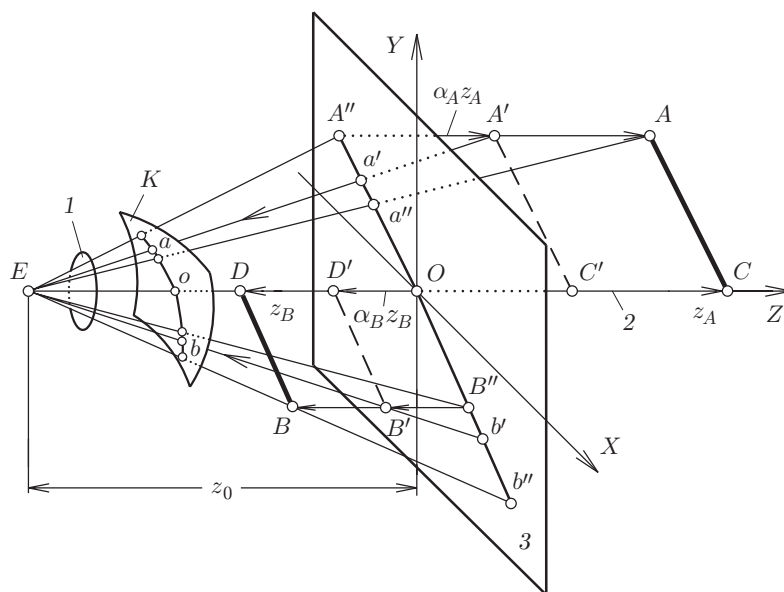


Рис. 3

метов, например  $A$  ( $B$ ), перемещают на эту плоскость по лучу  $E_A A$  ( $E_B B$ ), проходящему через виртуальный центр проекции  $E_A$  ( $E_B$ ), который располагают на линии главного луча 2 на расстоянии от плоскости 3, равном частному от деления величины расстояния  $z_0$  на коэффициент сжатия пространства  $\alpha_A$  ( $\alpha_B$ ) в упомянутой точке  $A$  ( $B$ ). После перемещения точек  $A$  и  $B$  в положение  $a'$  и  $b'$  производят центральную проекцию этих точек пучком лучей 1 на картинную поверхность  $K$  в точки  $a$  и  $b$ .

В [9] показано, что изображения предметов, построенные двумя вариантами способа, являются конгруэнтными, т. е. совпадающими друг с другом всеми точками. Отсюда результаты исследования одного из вариантов способа в равной мере справедливы и для другого варианта.

В рассматриваемом способе картинная поверхность  $K$  отделена от плоскости 3 по двум причинам. Во-первых, картинная поверхность может быть не плоской, а сферической или тороидальной, что способствует естественному зрительному восприятию [4, 6, 7]. Во-вторых, картинная поверхность  $K$  в отличие от плоскости 3 практически не влияет на формирование соотношения масштабов разноудаленных предметов. Центральная проекция изображения от плоскости 3 на картинную поверхность  $K$  является преобразованием подобия, если в качестве последней используется плоскость. Либо делается дополнительное преобразование, например, перевод декартовых координат в сферические, если картина сферическая для монокулярного зрения или тороидальная для циклопического.

**Соотношение размеров.** Рассмотрим соотношения размеров изображений предметов в трех системах перспектив: аксонометрической, ренессансной и перцептивной по первому варианту способа (рис. 3). Будем использовать вспомогательную плоскость 3 как картинную поверхность для получения предварительного изображения предметов. В качестве предметов пространства используем отрезки прямых  $AC$  и  $BD$ , перпендикулярные главному лучу 2 и опирающиеся на него в точках  $C$  и  $D$ . Предметы  $AC$  и  $BD$  расположены по разные стороны от плоскости 3.

Размер предмета на изображении зависит от трех параметров: расстояния  $z_0$ , расстояний  $z_A$  и  $z_B$  предметов и коэффициента сжатия  $\alpha$  в точках пространства, занятых предметами. В общем случае пространство сжимается неравномерно, поэтому коэффициент сжатия  $\alpha$  есть функция координат точки пространства, т. е.  $\alpha = \alpha(x, y, z)$ . Однако

для простоты описания будем считать, что  $\alpha = \alpha(z)$ , т. е. является константой  $\alpha_A$  и  $\alpha_B$  для плоскостей  $z = z_A$  и  $z = z_B$ .

В аксонометрии осуществляется параллельная проекция предметов  $AC$  и  $BD$  на плоскость  $\mathcal{Z}$ . Поэтому изображения этих предметов в виде отрезков  $A''O$  и  $B''O$  соответствуют натуральным размерам предметов, т. е.  $A''O = AC$  и  $B''O = BD$ . В ренессансной перспективе изображение предметов в виде отрезков  $a''O$  и  $b''O$  является результатом центральной проекции предметов  $AC$  и  $BD$  на плоскость  $\mathcal{Z}$  при помощи лучей пучка  $1$ . В этом случае размеры изображений предметов зависят от расстояния до предметов или от простого отношения аппликат  $z_0$ ,  $z_A$  и  $z_B$ . В предлагаемом способе изображение предметов в виде отрезков  $a'O$  и  $b'O$  образуется в результате сдвига предметов  $AC$  и  $BD$  в положения  $A'C'$  и  $B'D'$  (параллельная проекция) и последующей проекции этих предметов на плоскость  $\mathcal{Z}$  при помощи лучей пучка  $1$  (центральная проекция). При этом размеры изображений предметов зависят также от величины коэффициентов сжатия  $\alpha_A$  и  $\alpha_B$ , которые и определяют долевое участие каждой из перспектив (аксонометрической и ренессансной) в формировании результирующего изображения.

Из рис. 3 можно найти соотношения размеров изображений предметов  $AC$  и  $BD$  для трех систем перспектив. Это  $A''O > a'O > a''O$  и  $B''O < b'O < b''O$ . Неравенства интерпретируются следующим образом:

1) если расстояние от центра проекции  $E$  до предметов больше  $z_0$ , то размеры изображений предметов в предлагаемой системе перспективы всегда меньше, чем размеры предметов в аксонометрии, но всегда больше, чем размеры предметов в ренессансной перспективе;

2) если расстояние от центра проекции  $E$  до предметов меньше  $z_0$ , то размеры изображений предметов в предлагаемой системе перспективы всегда больше, чем размеры предметов в аксонометрии, но всегда меньше, чем размеры предметов в ренессансной перспективе;

3) если расстояние от центра проекции  $E$  до предметов равно  $z_0$ , то размеры изображений предметов в трех системах перспектив равны и соответствуют натуральным размерам предметов. В противном случае невозможна смена системы неравенств при переходе предметов через границу  $z_0$ .

Выше рассматривался случай для  $0 < \alpha_A, \alpha_B < 1$ . Если положить коэффициенты сжатия равными  $\alpha_A = \alpha_B = 1$ , то согласно предлагаемому способу предметы  $AC$  и  $BD$  сдвигаться к плоскости  $\mathcal{Z}$  не будут и перспектива станет соответствовать ренессансной. Если положить  $\alpha_A = \alpha_B = 0$ , то произойдет сдвиг предметов  $AC$  и  $BD$  на плоскость  $\mathcal{Z}$  в положение  $A''O$  и  $B''O$  и перспектива будет соответствовать аксонометрии. Таким образом, ренессансная перспектива и аксонометрия являются предельными вариантами, а перцептивная перспектива занимает промежуточное положение между ними.

**Перспективная проекция.** Пусть в системе координат  $XYZ$  (рис. 4, а) задана точка  $P(x, y, z)$ . Коэффициент сжатия пространства в точке  $P$  равен  $\alpha$ .  $P_S(x, y, \alpha z)$  — смещенная точка  $P$ .  $E(0, 0, -z_0)$  — центр проекции.  $E'(0, 0, -z_0/\alpha)$  — виртуальный центр проекции. Тогда перспективная проекция точки  $P$  на плоскость  $XOY$  имеет вид

$$x' = \frac{xz_0}{\alpha z + z_0} = \frac{x(z_0/\alpha)}{z + (z_0/\alpha)}, \quad y' = \frac{yz_0}{\alpha z + z_0} = \frac{y(z_0/\alpha)}{z + (z_0/\alpha)}, \quad z' = 0, \quad (1)$$

где  $(x', y', z') \equiv P'$  — координаты проекции точки  $P$ . В выражениях для  $x'$  и  $y'$  первая дробь соответствует первому варианту способа ( $P \rightarrow P_S \rightarrow P' \rightarrow E$ ), вторая дробь — второму ( $P \rightarrow P' \rightarrow E'$ ). Из (1) видно, что изображения предметов, построенные с помощью двух вариантов способа, являются конгруэнтными.

В матричном виде для однородных координат точек

$$P' = M'P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha/z_0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \\ (\alpha/z_0)z + 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x/((\alpha/z_0)z + 1) \\ y/((\alpha/z_0)z + 1) \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где  $M'$  — матрица проекции; символ « $\Rightarrow$ » означает операцию «перспективного» деления. Преобразование вырождено, поскольку теряется координата  $z'$ , или глубина пространства.

**Перцептивное отображение.** Перспективная проекция (2) формирует двумерное изображение. Рассмотрим преобразование, которое переводит трехмерное пространство предметов в трехмерное пространство изображений этих предметов. Преобразование должно соответствовать психофизическим особенностям зрительного восприятия.

Второй вариант способа изображений предметов с некоторыми изменениями и дополнениями приведен на рис. 4, *b*. Во-первых, декартова система координат сдвинута по оси  $OZ$  так, что ее начало  $O$  совмещено с центром проекции  $E$  — глазом наблюдателя. Во-вторых, вспомогательная плоскость, расположенная на расстоянии  $z_0$  от центра проекции, играет роль картинной плоскости  $K$ .

Перспективную проекцию  $P'(x', y', z')$  точки  $P(x, y, z)$  получают на картинной плоскости  $K$  путем центральной проекции из виртуального центра  $E'$ . Точка  $P'$  определяет абсциссу  $x'' = x'$  и ординату  $y'' = y'$  некой точки  $P''(x'', y'', z'')$  в пространстве изображе-

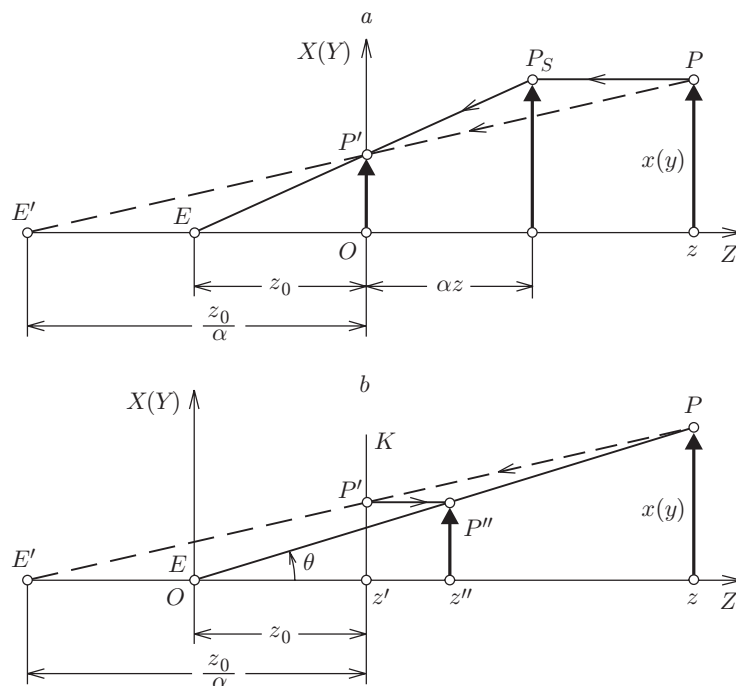


Рис. 4

ний. Аппликата  $z''$  этой точки находится из условия, что глазом  $E$  точка  $P''$  видна под таким же углом  $\theta$ , как и точка  $P$ . Очевидно, что

$$\frac{x'}{x} = \frac{x''}{x} = \frac{y'}{y} = \frac{y''}{y} = \frac{z'}{z} = \frac{z_0/\alpha}{z - z_0 + z_0/\alpha} = \frac{1}{(\alpha/z_0)z + 1 - \alpha} = f(z), \quad (3)$$

где  $f(z)$  — функция проективного преобразования. Таким образом,  $P'' = Pf(z)$  является отображением пространства предметов в пространство изображений. В матричной форме для однородных координат точек

$$P'' = M''P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha/z_0 & 1 - \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ (\alpha/z_0)z + 1 - \alpha \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x/((\alpha/z_0)z + 1 - \alpha) \\ y/((\alpha/z_0)z + 1 - \alpha) \\ z/((\alpha/z_0)z + 1 - \alpha) \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где  $M''$  — матрица проективного преобразования.

### Некоторые свойства перцептивного отображения.

1. Отображение имеет четыре неподвижные плоскости. Три из них — это координатные плоскости  $XOZ$ ,  $XOY$ ,  $YOZ$ . Например, точки  $P(0, y, z)$  после преобразования (4) перемещаются в неподвижной плоскости  $YOZ$  (см. рис. 4, *b*). Четвертая неподвижная — картинная плоскость  $K$  — является точно-инвариантной. Точки  $P(x, y, z_0)$ , лежащие в картинной плоскости, инвариантны преобразованию.  $P''(x'', y'', z'') \equiv P(x, y, z_0)$ . Точно также начало системы координат  $O$ , или положение глаза  $E$ , инвариантно преобразованию  $P''(0, 0, 0) \equiv P(0, 0, 0)$ . Существуют три неподвижные прямые линии — это оси системы координат. Таким образом, после преобразования положение глаза  $E$  и картинной плоскости  $K$  направление главной оси зрения  $OZ$ , направление вверх  $OY$  и направление вправо  $OX$  не изменяются.

2. При равномерном сжатии пространства предметов по оси  $OZ$  к картинной плоскости  $K$  с коэффициентом сжатия  $\alpha$  отображение образует группу линейных перспектив. При этом прямая линия, соединяющая две точки в пространстве предметов, преобразуется в прямую, соединяющую две преобразованные точки в пространстве изображений. Равномерное сжатие пространства обеспечивается фиксированным значением коэффициента  $\alpha$  для каждой из перспектив, входящей в группу.

3. При  $\alpha = 0$  обеспечивается тождественное отображение  $P'' \equiv P$ , поэтому возможны различные виды параллельных проекций, включая аксонометрию.

4. При  $0 < \alpha < 1$  возникает трехмерная перцептивная перспектива, которая учитывает личностные константы наблюдателя через величины  $\alpha$  и  $z_0$ . Легко показать, что  $\alpha = z_0/(z_0 + d)$ , где  $d$  — гиперфокальное расстояние в редуцированной модели глаза [5]. Соблюдается психофизический закон Эммерта: при неизменной величине ретинального изображения воспринимаемый размер предмета прямо пропорционален воспринимаемому расстоянию до предмета. Величина ретинального изображения неизменна при фиксированном угле  $\theta$  (см. рис. 4, *b*). Если  $y''$  — воспринимаемый размер предмета, а  $z''$  — воспринимаемое расстояние, то между ними существует прямая пропорция  $y'' = z'' \operatorname{tg} \theta$ .

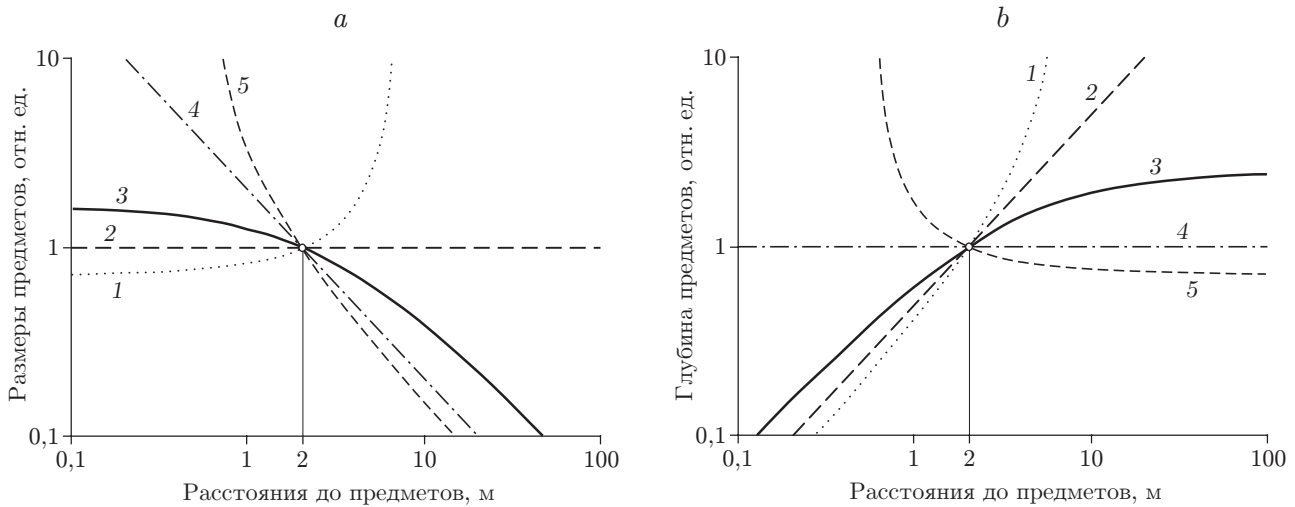


Рис. 5

5. При  $\alpha = 1$  появляется ренессансная перспектива  $P''(xz_0/z, yz_0/z, z_0)$  с фиксированной координатой  $z'' = z_0$ . Таким образом, при ренессансной перспективе преобразование становится вырожденным, а изображение — плоским.

6. Если установить коэффициент сжатия  $\alpha > 1$ , то пространство предметов будет испытывать не сжатие, а растяжение. Изображаемые предметы в дальней зоне будут уменьшаться в размерах по сравнению с размерами предметов в ренессансной перспективе, а в ближней зоне — становиться больше ренессансных. Это перспектива с обратной глубиной, поскольку увеличению расстояния  $z$  в пространстве предметов соответствует уменьшение расстояния  $z''$  в пространстве изображений. В целом изображения становятся более широкоугольными.

7. Если положить  $\alpha < 0$ , то возникает система обратной перспективы, когда удаленные предметы на изображении становятся больше размерами, чем близко расположенные.

На рис. 5 показаны относительные размеры (а) и глубина предметов (б), рассчитанные по (4) для разных систем линейных перспектив:  $\alpha = -0,4$  (кривая 1),  $\alpha = 0$  (2),  $\alpha = 0,4$  (3),  $\alpha = 1$  (4),  $\alpha = 1,4$  (5). Кривые пересекаются в точке на расстоянии  $z_0 = 2$  м, где расположена точно-инвариантная картинная плоскость. Из рисунка видно, что аксонометрическая 2 и перцептивная 3 перспективы могут применяться без каких-либо ограничений, в том числе для объемных изображений. Ренессансная 4 и широкоугольная 5 перспективы могут эффективно работать в дальней зоне, в «закартинном» пространстве, а обратная перспектива 1 — в пространстве перед картиной. Наиболее естественной для зрительного восприятия следует признать перцептивную систему 3 [1, 4–6, 8].

**Матрица проективного преобразования для API-интерфейсов.** Эти программы формируют двумерные изображения для вывода на мониторы компьютера, на экраны большой аудитории или на стереоскопические устройства и практически не используются для создания трехмерных изображений. Тем не менее информация о третьей координате  $z$ , связанной с глубиной пространства, нужна по двум причинам. Во-первых, для решения проблемы окклюзий, т. е. удаления невидимых линий и поверхностей, как правило, известным методом  $Z$ -буфера. Во-вторых, для имитации таких косвенных признаков глубины, как воздушная дымка, туман, изменение градиента текстуры и др.

Матрица проективного преобразования должна содействовать решению двух задач: устранению вырожденности отображения и масштабированию к размерам экрана дисплея

и глубине пространства. С учетом этих замечаний выполним преобразование

$$\begin{aligned} \bar{P} = \bar{M}P &= \begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & -S_z z_n \\ 0 & 0 & \alpha & (1-\alpha)z_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_x x \\ S_y y \\ S_z(z - z_n) \\ \alpha z + (1-\alpha)z_0 \end{pmatrix} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_x x / (\alpha z + (1-\alpha)z_0) \\ S_y y / (\alpha z + (1-\alpha)z_0) \\ S_z(z - z_n) / (\alpha z + (1-\alpha)z_0) \\ 1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\bar{P}$  — проекция точки  $P$  в безразмерных координатах;  $\bar{M}$  — проективная матрица;  $S_x, S_y, S_z$  — масштабные коэффициенты по координатам  $x, y, z$  соответственно;  $z_n$  — расстояние до ближнего плана отображаемого пространства.

Вырожденность перспектив при  $\alpha \geq 1$  устраняется выбором соответствующей величины расстояния  $z_n$ . Например, для ренессансной перспективы при  $\alpha = 1$  из (5)  $\bar{z} = S_z(z - z_n)/z = S_z(1 - z_n/z)$ , таким образом появляется информация о глубине точек, которую можно использовать для решения проблемы окклюзий. Однако при таком подходе нарушается психофизический закон Эммерта, поскольку координаты  $\bar{x} = S_x(x/z)$  и  $\bar{y} = S_y(y/z)$  получаются с помощью другой функции преобразования, нежели  $\bar{z}$ .

Выбор масштабных коэффициентов  $S_x, S_y, S_z$  связан с угловыми размерами картины и глубиной отображаемого пространства, или с так называемой «пирамидой видимости». На рис. 6 изображено сечение пирамиды  $ABCD$  координатной плоскостью  $YOZ$ . Пусть в картинной плоскости  $K$  задан экран  $FG$  размером  $2h \times 2s$ . Угловые размеры экрана с позиции наблюдателя (начало координат  $O$ ) равны  $2\theta \times 2\varphi$ , где  $\text{tg } \theta = h/z_0$  и  $\text{tg } \varphi = s/z_0$ . Из виртуального центра проекции  $E'$  экран виден под углами  $2\theta' \times 2\varphi'$ , где  $\text{tg } \theta' = h\alpha/z_0$  и  $\text{tg } \varphi' = s\alpha/z_0$ . Таким образом,  $\text{tg } \theta' = \alpha \text{tg } \theta$  и  $\text{tg } \varphi' = \alpha \text{tg } \varphi$ . Найдем коэффициент  $S_y$  из уравнения  $\bar{y} = 1$ . При этом из (5)

$$\bar{y} = \frac{S_y y}{\alpha z + (1-\alpha)z_0} = 1, \quad S_y = \frac{\alpha z + (1-\alpha)z_0}{y}. \quad (6)$$

Переменная  $y$  определяется уравнением плоскости пирамиды, проходящей через точки  $E'AFB$ , или уравнением прямой  $y = z \text{tg } \theta' + (1-\alpha)h$ . С учетом вышеуказанных замечаний  $y = [\alpha z + (1-\alpha)z_0] \text{tg } \theta$ . Подставляя последнее выражение в (6), получим  $S_y = \text{ctg } \theta$ . Точно также из уравнения  $\bar{x} = 1$  можно найти коэффициент  $S_x = \text{ctg } \varphi$ . Пирамида видимости по дальности ограничивается плоскостью  $z = z_f$  (см. рис. 6). Равенство  $\bar{z}_f = 1$

при  $z = z_f$  определяет коэффициент  $S_z$ . Из (5)  $\bar{z}_f = \frac{S_z(z_f - z_n)}{\alpha z_f + (1-\alpha)z_0} = 1$ , поэтому

$$S_z = \frac{\alpha z_f + (1-\alpha)z_0}{z_f - z_n}.$$

Заметим, что для ренессансной перспективы при  $\alpha = 1$  матрица  $\bar{M}$  совпадает с матрицей проективного преобразования, принятой в API-интерфейсе Microsoft DirectX 8.0. Рассмотренное проективное преобразование создает группу линейных перспектив и гарантирует получение координат изображения, удовлетворяющих системе неравенств:  $-1 \leq \bar{x} \leq 1, -1 \leq \bar{y} \leq 1, 0 \leq \bar{z} \leq 1$ , после процедуры клиппирования и перспективного деления. При  $0 < \alpha < 1$  появляется подгруппа перцептивных перспектив и возможно построение трехмерных изображений с соблюдением психофизического закона Эммерта при  $z_n \rightarrow 0$ .



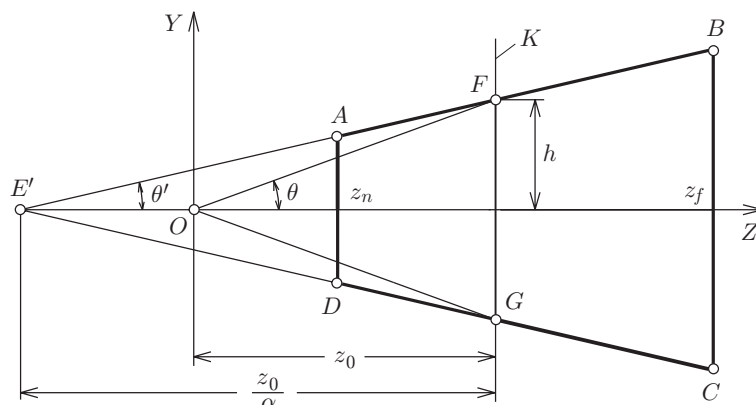


Рис. 6

**Заключение.** В данной работе описан патентованный способ изображения предметов в перцептивной перспективе (два варианта). Его применение обеспечивает естественное зрительное восприятие пространства предметов без искажений масштабного соотношения предметов и глубины пространства. Способ, основанный на принципе неравномерного сжатия пространства, позволяет строить двумерные изображения при помощи вырожденной матрицы проекции. На основе этого способа предложено перцептивное трехмерное отображение, позволяющее при равномерном сжатии пространства создать группу линейных перспектив, содержащую аксонометрическую, перцептивную, ренессансную, широкоугольную и обратную перспективы. Описаны некоторые свойства таких перспектив в группе. Построена матрица проективного преобразования для использования в программных приложениях трехмерной графики.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Раушенбах Б. В. Системы перспектив в изобразительном искусстве. Общая теория перспектив. М.: Наука, 1986.
2. Indow T. The global structure of visual space. Advanced Series on Mathematical Psychology. Singapore: World Scientific Publishing, 2004. Vol. 1.
3. Ковалев А. М. Оценка искажений предметов при отображении перцептивного пространства на картинную плоскость // Автометрия. 2004. 40, № 6. С. 87–100.
4. Ковалев А. М. О нелинейной модели визуального пространства // Автометрия. 2005. 41, № 5. С. 58–65.
5. Ковалев А. М. О моделях визуального пространства // Оптика и спектроскопия. 2006. 100, № 1. С. 134–141.
6. Ковалев А. М. Описание визуального пространства в моделях Клейна и Пуанкаре // Автометрия. 2006. 42, № 6. С. 57–66.
7. Ковалев А. М. Об анизотропной модели визуального пространства // Автометрия. 2006. 42, № 6. С. 53–62.
8. Ковалев А. М., Лиценко В. Е., Степанов М. В. О системах перспектив для компьютерной графики // Автометрия. 2007. 43, № 3. С. 48–56.
9. Пат. 2241258 РФ. Способ изображения предметов (варианты) /А. М. Ковалев. Опубл. 27.11.2004, Бюл. № 33.
10. [http://www.fips.ru/ruptoru/Regions/best100\\_list\\_07.htm](http://www.fips.ru/ruptoru/Regions/best100_list_07.htm)

Поступила в редакцию 8 августа 2008 г.