УДК 621.391.1

ОБРАБОТКА ДАННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ СЛУЧАЙНОЙ СМЕНЕ СТРУКТУР ДИНАМИЧЕСКИХ ПОМЕХ

Ю. Г. Булычев, Л. И. Бородин, В. А. Головской, А. А. Мозоль, В. М. Челахов

Ростовский военный институт ракетных войск им. Главного маршала артиллерии М. И. Неделина, 344027, г. Ростов-на-Дону, пр. М. Нагибина, 24/50
E-mail: ProfBulychev@yandex.ru

Развивается оптимальный метод обобщенного оценивания значений линейных функционалов для случая, при котором экспериментальные данные включают в себя не только выборочные значения измеряемого процесса, но и значения его производных различных порядков. Кроме того, полагается, что экспериментальные данные содержат мультиструктурную кусочно-непрерывную помеху, известную с точностью до параметров, для которой неизвестны моменты переключения структур. Метод инвариантен к помехам данного типа и не требует расширения пространства состояний по сравнению с известными методами оценивания.

Ключевые слова: мультиструктурная помеха, вектор линейных функционалов, инвариантность, обобщенное оценивание, оптимальность.

Введение. В работе [1] в рамках классической теории среднеквадратического оценивания развит метод оптимального сглаживания экспериментальных данных (ЭД) для случая, когда расширенный вектор наблюдений включает в себя не только выборочные значения измеряемого процесса (ИП), но и значения его производных различных порядков. Однако на практике зачастую возникает необходимость оценивания не только коэффициентов сглаживающего многочлена, но и других числовых линейных характеристик ИП, например его производных различных порядков, определенных интегралов, спектральных плотностей и других, т. е. речь идет о задаче обобщенного сглаживания, которая имеет место при решении задач математического моделирования информационно-измерительных комплексов различного назначения [2–4].

В работах [2, 3] развит метод обобщенного сглаживания ЭД, обеспечивающий оптимальное оценивание значений вектора линейных функционалов (ВЛФ) (т. е. набора числовых линейных характеристик ИП) в условиях параметрической неопределенности. Данная неопределенность связана с наличием в ЭД не только флуктуационных шумов (ФШ), но и мультиструктурных помех (МСП), т. е. помех заданной структуры со случайными параметрами (коэффициентами). Метод обобщенного сглаживания позволяет компенсировать МСП без традиционного расширения пространства состояний, которое на практике ведет к значительным вычислительным затратам и известному эффекту «размазывания» точности. При этом в [2] рассматривался случай компенсации МСП, непрерывных на интервале наблюдения, а в [3] — кусочно-непрерывных МСП, принадлежащих множеству возможных структур.

Предложенный в [3] подход ограничивается случаем, когда переключение МСП с одной структуры на другую осуществляется в строго фиксированные моменты времени. Однако практика показывает, что такое ограничение достаточно жесткое и является, скорее, исключением, чем правилом, при решении конкретных прикладных задач, связанных с обработкой ЭД.

В предлагаемой работе дается дальнейшее развитие метода обобщенного оценивания значений ВЛФ [3] на базе расширенного вектора наблюдений [1], когда известны лишь отдельные временные области, принадлежащие интервалу наблюдения и «подозрительные» на предмет переключения МСП с одной структуры на другую. Очевидно, что современный теоретический и прикладной аппарат (например, спектральный) позволяет с высокой надежностью регистрировать области, подозрительные на смену структуры помехи (ОПССП).

Постановка задачи. Пусть на отрезке $[t_0, t_N]$ наблюдается множество аддитивных скалярных смесей $y_l(t) \in W_{yl}$ производных $x^{(l)}(t) \in W_{xl}$, ИП $x(t)$, МСП $h_l(t) \in W_{hl}$ и ФШ $\xi_l(t) \in W_{\xi l}$:

$$y_{ln} = x_n^{(l)} + h_{ln} + \xi_{ln}, \qquad l = \overline{0, L}, \quad n = \overline{0, N}, \tag{1}$$

где $y_{ln} = y_l(t_n)$, $x_n^{(l)} = x^{(l)}(t_n)$, $h_{ln} = h_l(t_n)$, $\xi_{ln} = \xi_l(t_n)$, $t_n \in [t_0, t_N] \subset \mathbf{R}^1$; W_{yl}, W_{xl}, W_{hl}, $W_{\xi l}$ — линейные подпространства одного и того же линейного функционального пространства W_l, $x_n^{(l)} = d^l x(t)/dt^l|_{t=t_n}$, $x^{(0)}(t) = x(t) \in W_{x0}$.

По аналогии с [1] мы имеем дело с расширенной моделью наблюдений.

ИП $x(t)$ задается в конечно-аналитическом виде:

$$x(t) = \mathbf{A}^T \mathbf{q}(t) = \mathbf{q}^T(t)\mathbf{A}, \qquad t \in [t_0, t_N], \tag{2}$$

где $\mathbf{A} = [a_m,\ m = \overline{1, M}\,]^T$ — вектор неизвестных коэффициентов; $\mathbf{q}(t) = [q_m(t),\ m = \overline{1, M}\,]^T$ — вектор линейно независимых функций на отрезке $[t_0, t_N]$ (базис ИП).

Для описания МСП $h_l(t)$ воспользуемся следующей моделью (рис. 1):

$$h_l(t) = \mathbf{B}_{l0}^T \boldsymbol{\theta}_{l0}(t) + \sum_{i=1}^{I_l} \sum_{j=1}^{\Delta_{li}} \gamma_{lij} \mathbf{B}_{lij}^T \boldsymbol{\theta}_{lij}(t), \qquad l = \overline{0, L}, \quad t \in [t_0, t_N], \tag{3}$$

где $\mathbf{B}_{l0} = [b_{l0m},\ m = \overline{1, M_{l0}}]^T$ — вектор случайных коэффициентов с неизвестным законом распределения; $\theta_{l0}(t) = [\theta_{l0m}(t),\ m = \overline{1, M_{l0}}\,]^T$ — основной базис помехи; I_l — число ОПССП$_{li}$ ($i = \overline{1, I_l}$, $l = \overline{0, L}\,$), каждая точка t_{lij} которых подозрительна на предмет переключения структур МСП; $\mathbf{B}_{lij} = [b_{lijm},\ m = \overline{1, M_{li}}\,]^T$ — вектор случайных коэффициентов, соответствующих вспомогательному базису помехи $\boldsymbol{\theta}_{lij}(t) = [\theta_{lijm}(t),\ m = \overline{1, M_{li}}\,]^T$:

$$\theta_{lijm}(t) = \begin{cases} \theta_{lim}(t - t_{lij}) & \forall t_{lij} \leqslant t \leqslant t_N, \\ 0 & \forall t_0 \leqslant t < t_{lij}, \end{cases} \tag{4}$$

где $t_{lij} \in \{t_0, t_1, \ldots, t_N\}$; γ_{lij} — индикатор переключения структур МСП в точке t_{lij} ($\gamma_{lij} = 1$ при смене структуры и $\gamma_{lij} = 0$ в противном случае); $\{\theta_{lim}(t)\}_{m=1}^{M_{li}}$ — набор линейно независимых функций.

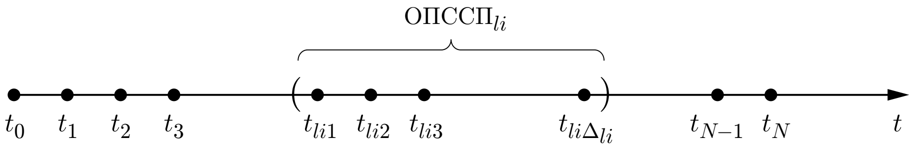

Рис. 1

Для ОПССП$_{li}$ и ОПССП$_{lk}$ справедливо:

$$\text{ОПССП}_{li} = \{t_{li1}, t_{li2}, \ldots, t_{li\Delta_{li}}\}, \qquad t_{lij} \in \{t_n\}_{n=0}^{N}, \quad j = \overline{1, \Delta_{li}}\,;$$

$$\text{ОПССП}_{lk} = \{t_{lk1}, t_{lk2}, \ldots, t_{lk\Delta_{lk}}\}, \qquad t_{lkj} \in \{t_n\}_{n=0}^{N}, \quad j = \overline{1, \Delta_{lk}}\,;$$

$$\text{ОПССП}_{li} \cap \text{ОПССП}_{lk} = \emptyset \qquad \forall i \neq k, \quad i, k = \overline{1, I_l}.$$

Полагаем, что $\sum\limits_{i=1}^{I_l} \Delta_{li} \ll N+1$, т. е. число точек, подозрительных на смену структуры МСП, много меньше общего числа измерений.

По аналогии с [2, 3] введем над ИП $x(t) \in W_{x0}$ оператор вида $Z\colon W_{x0} \to \mathbf{R}^{M_Z}$ такой, что $Z\{x(t)\} = [z_r\{x(t)\},\ r = \overline{1, M_Z}\,]^T = \mathbf{Z} = [z_r,\ r = \overline{1, M_Z}\,]^T$, $z_r \in \mathbf{R}^1$, т. е. рассматривается оператор $Z\{\,\cdot\,\}$ со значениями в вещественном пространстве $\mathbf{R}^{M_Z}$.

Требуется найти оптимальный ВЛФ $\overset{*}{Z}\{\,\cdot\,\}$ вида $\overset{*}{Z}\colon \mathbf{R}^{N_L} \to \mathbf{R}^{M_Z}$ (где $N_L = (L+1) \times \times (N+1)$) такой, что его значения $\overset{*}{Z}\{y_{ln},\, l = \overline{0, L},\, n = \overline{0, N}\} = \overset{*}{\mathbf{Z}} = [\overset{*}{z}_r,\, r = \overline{1, M_Z}\,]^T$ близки к значениям исходного ВЛФ $Z\colon W_{x0} \to \mathbf{R}^{M_Z}$.

Для выяснения смысла оптимальности введем следующие обозначения:

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_0^T, \mathbf{Y}_1^T, \ldots, \mathbf{Y}_L^T]^T, \qquad \mathbf{Y}_l = [y_{l0}, y_{l1}, \ldots, y_{lN}]^T,$$

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_0^T, \mathbf{X}_1^T, \ldots, \mathbf{X}_L^T]^T, \qquad \mathbf{X}_l = [x_0^{(l)}, x_1^{(l)}, \ldots, x_N^{(l)}]^T = [\mathbf{A}^T\mathbf{q}_0^{(l)}, \mathbf{A}^T\mathbf{q}_1^{(l)}, \ldots, \mathbf{A}^T\mathbf{q}_N^{(l)}]^T,$$

$$\mathbf{H} = [\mathbf{H}_0^T, \mathbf{H}_1^T, \ldots, \mathbf{H}_L^T]^T, \qquad \mathbf{H}_l = [h_{l0}, h_{l1}, \ldots, h_{lN}]^T,$$

$$\Xi = [\Xi_0^T, \Xi_1^T, \ldots, \Xi_L^T]^T, \qquad \Xi_l = [\xi_{l0}, \xi_{l1}, \ldots, \xi_{lN}]^T,$$

$$l = \overline{0, L}, \qquad \mathbf{q}_n^{(l)} = \mathbf{q}^{(l)}(t)|_{t=t_n}, \qquad n = \overline{0, N}.$$

Полагаем, что случайный вектор Ξ характеризуется нулевым математическим ожиданием и соответствующей корреляционной матрицей K_Ξ.

Оптимальный ВЛФ $\overset{*}{Z}\colon \mathbf{R}^{N_L} \to \mathbf{R}^{M_Z}$ будем искать в виде матрицы P_Z обобщенного линейного сглаживания (оценивания):

$$\overset{*}{Z}\{\mathbf{Y}\} = P_Z\mathbf{Y} = \overset{*}{\mathbf{Z}}, \tag{5}$$

где $P_Z = [p_{zrn},\ r = \overline{1, M_Z},\ n = \overline{1, N_L}\,]$ — матрица неизвестных коэффициентов; $\overset{*}{\mathbf{Z}} = [\overset{*}{z}_r,\ r = \overline{1, M_Z}\,]$ — оценка вектора $\mathbf{Z}$.

Корреляционная матрица линейной оценки (5) для принятой модели случайного вектора Ξ находится по правилу

$$K_Z = P_Z K_\Xi P_Z^T. \tag{6}$$

Под оптимальной оценкой $\overset{*}{\mathbf{Z}} = P_Z\mathbf{Y}$ будем понимать такую оценку, которая обеспечивает минимизацию следа $\mathrm{tr}\,(K_Z) = \sum_{r=1}^{M_Z} \sigma_{zr}^2$ матрицы K_Z:

$$\min_{P_Z} \mathrm{tr}\,(K_Z) = \min_{P_Z} \sum_{r=1}^{M_Z} \sigma_{zr}^2, \tag{7}$$

где $\{\sigma_{zr}^2\}_{r=1}^{M_Z}$ — диагональные члены матрицы K_Z; выполнение условия несмещенности значений ВЛФ

$$\overset{*}{Z}\{\mathbf{X}\} - Z\{x(t)\} = [\mathbf{0}]_{M_Z\times 1} \tag{8}$$

и условия инвариантности к МСП

$$\overset{*}{Z}\{\mathbf{H}\} = [\mathbf{0}]_{M_Z\times 1}, \tag{9}$$

где $[\mathbf{0}]_{M_Z\times 1}$ — нулевой вектор-столбец размером M_Z; $\overset{*}{Z}\{\mathbf{X}\} = [\overset{*}{z}_r\{\mathbf{X}\},\ r = \overline{1, M_Z}\,]^T$; $\overset{*}{Z}\{\mathbf{H}\} = [\overset{*}{z}_r\{\mathbf{H}\},\ r = \overline{1, M_Z}\,]^T$.

Требуется с учетом (1)–(9) найти матрицу P_Z, соответствующую оптимальной оценке $\overset{*}{\mathbf{Z}} = P_Z\mathbf{Y}$. Ставится также задача проанализировать влияние неадекватности конечномерной модели (2) на результаты обобщенного сглаживания.

Решение задачи. Введем следующие обозначения:

$$\mathbf{B} = [\mathbf{B}_{l0}^T, \mathbf{B}_{l11}^T, \ldots, \mathbf{B}_{l1\Delta_{l1}}^T, \ldots, \mathbf{B}_{lI_l1}^T, \ldots, \mathbf{B}_{lI_l\Delta_{lI}}^T,\ l = \overline{0, L}\,] \tag{10}$$

— расширенный вектор неизвестных коэффициентов МСП;

$$\Theta = [\Theta_{l0}, \Theta_{l11}, \ldots, \Theta_{l1\Delta_{l1}}, \ldots, \Theta_{lI_l1}, \ldots, \Theta_{lI_l\Delta_{lI}},\ l = \overline{0, L}\,] \tag{11}$$

— расширенная базисная матрица помехи, где $\Theta_{l0} = [\theta_{l0m}(t_k),\ k = \overline{0, N},\ m = \overline{1, M_{l0}}]$ — основная базисная матрица помехи; $\Theta_{lij} = [\theta_{lijm}(t_k),\ k = \overline{0, N},\ m = \overline{1, M_{li}}]$, $i = \overline{1, I_l}$, $j = \overline{1, \Delta_{li}}$, — вспомогательная базисная матрица помехи; $\theta_{lijm}(t_k) = \theta_{lim}(t_k - t_{lij}) \equiv 0$ $\forall t_0 \leqslant t_k < t_{lij}$.

Расширенная базисная матрица помехи Θ имеет размер $N_L \times M_\Sigma$, где

$$M_\Sigma = \sum_{l=0}^{L} \Big(M_{l0} + \sum_{i=1}^{I_l} \Delta_{li} M_{li}\Big).$$

Переходя к векторно-матричной записи, получим следующие модели:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} + \mathbf{H} + \boldsymbol{\Xi} \tag{12}$$

— расширенный вектор наблюдений;

$$\mathbf{X} = Q\mathbf{A} \tag{13}$$

— ИП (где $Q = [Q_0, Q_1, \ldots, Q_L]^T$ — базисная матрица ИП, $Q_l = [q_{mn}^{(l)},\ n = \overline{0, N},\ m = \overline{1, M}\,]$, $q_{mn}^{(l)} = d^l q_m/dt^l|_{t=t_n},\ l = \overline{0, L}\,$);

$$\mathbf{H} = \Theta\mathbf{B} \tag{14}$$

— расширенный вектор МСП.

Принимая во внимание (2), (5), (8) и (13), получаем

$$\overset{*}{Z}\{\mathbf{X}\} = Z\{x(t)\} = Z\{\mathbf{q}^T(t)\mathbf{A}\} = Z\{\mathbf{A}^T\mathbf{q}(t)\} = P_Z\mathbf{X} = P_ZQ\mathbf{A}. \tag{15}$$

С учетом (8) из (15) вытекает условие несмещенности

$$Z\{\mathbf{q}^T(t)\} - P_ZQ = [0]_{M_Z\times M}, \tag{16}$$

где $Z\{\mathbf{q}^T(t)\} = [z_r\{\mathbf{q}(t)\},\ r = \overline{1, M_Z}\,] = [z_r\{q_m(t)\},\ r = \overline{1, M_Z},\ m = \overline{1, M}\,]$, $[0]_{M\times M}$ — нулевая матрица размера $M \times M$.

Аналогично, учитывая (9) и (14), запишем

$$\overset{*}{Z}\{\mathbf{H}\} = \overset{*}{Z}\{\Theta\mathbf{B}\} = P_Z\Theta\mathbf{B} = [\mathbf{0}]_{M_Z\times 1}. \tag{17}$$

Из (17) следует условие инвариантности

$$P_Z\Theta = [0]_{M_Z\times M_\Sigma}. \tag{18}$$

Далее предполагается, что неоднородная система уравнений (16), (18) совместна.

Теорема. Матрица P_Z оптимального обобщенного оценивания значений ВЛФ, удовлетворяющая условиям несмещенности (16) и инвариантности (18), находится по формуле

$$P_Z = [\Psi_\Theta\Gamma_Q(Q^T\Psi_\Theta\Gamma_Q)^{-1}Z\{\mathbf{q}(t)\}]^T, \tag{19}$$

где $Z\{\mathbf{q}(t)\} = [z_r\{q_m(t)\},\ m = \overline{1, M_x},\ r = \overline{1, M_Z}\,]$; $\Psi_\Theta = E_{N_L\times N_L} - \Gamma_\Theta\Phi_\Theta^{-1}\Theta^T$; $E_{N_L\times N_L}$ — единичная матрица размера $N_L \times N_L$; $\Phi_\Theta = \Theta^T K_\Xi^{-1}\Theta$; $\Gamma_\Theta = K_\Xi^{-1}\Theta$; $\Gamma_Q = K_\Xi^{-1}Q$.

Доказательство теоремы проводится по аналогии с [2, 3]. Для этого находятся независимые минимумы скалярных функций

$$F(\mathbf{P}_{zr}, \boldsymbol{\gamma}_r, \boldsymbol{\eta}_r) = \mathbf{P}_{zr}^T K_\Xi \mathbf{P}_{zr} + \boldsymbol{\gamma}_r^T\Theta^T\mathbf{P}_{zr} + \{z_r[\mathbf{q}^T(t)] - \mathbf{P}_{zr}^T Q\}\boldsymbol{\eta}_r, \qquad r = \overline{1, M_Z}, \tag{20}$$

где $\boldsymbol{\gamma}_r = [\gamma_{rj},\ j = \overline{1, M_\Sigma}\,]^T$ и $\boldsymbol{\eta}_r = [\eta_{rj},\ j = \overline{1, M}\,]^T$ — векторные множители Лагранжа; $\mathbf{P}_{zr}^T = [p_{zrn},\ n = \overline{1, N_L}\,]$ — r-я строка матрицы P_Z.

Решение задачи минимизации (20), в которой учитываются условия несмещенности (16) и инвариантности (18), имеет вид

$$\mathbf{P}_{zr} = \Psi_\Theta\Gamma_Q(Q^T\Psi_\Theta\Gamma_Q)^{-1}z_r\{\mathbf{q}(t)\}, \qquad r = \overline{1, M_Z}. \tag{21}$$

Соответственно для искомой матрицы P_Z ВЛФ обобщенного оценивания с учетом (21) получаем (19).

Следствие. Выражение для корреляционной матрицы K_Z искомой оценки (5) находится по формуле

$$K_Z = (\Gamma_Q^T\Psi_\Theta^T Q)^{-1}G_{Q\Theta}(Q^T\Psi_\Theta\Gamma_Q)^{-1}, \tag{22}$$

где $G_{Q\Theta} = \Gamma_Q^T\Psi_\Theta^T K_\Xi\Psi_\Theta\Gamma_Q$.

Доказательство данного следствия вытекает из (6) и (19).

Формулы (19), (22) составляют математическую основу универсального метода обобщенного оценивания значений ВЛФ, обладающего свойством внутренней инвариантности по отношению к МСП заданного класса.

Анализ метода. Необходимыми и достаточными условиями существования и единственности решения (19) задачи обобщенного оценивания значений ВЛФ рассматриваемого класса являются:

— наличие ненулевых матриц в правой части (19);

— существование обратных матриц K_Ξ^{-1}, Ψ_Θ^{-1}, $(Q^T\Psi_\Theta\Gamma_Q)^{-1}$;

— совместность системы линейных уравнений, отвечающих условиям несмещенности (16) и инвариантности (18) при достижении максимального ранга $M + M_\Sigma$, равного числу неизвестных коэффициентов в моделях ИП (13) и МСП (14);

— соблюдение неравенства $N_L \gg M + M_\Sigma$, что обеспечивает появление эффекта сглаживания флуктуационных ошибок Ξ.

Выполнение данных условий на практике обеспечивается рациональным выбором базисов ИП и МСП, числа узлов $\{t_n\}_{n=0}^N$ и их расположением, а также числа степеней свободы в моделях ИП и МСП.

Оценим теперь методическую погрешность обобщенного оценивания значений ВЛФ, обусловленную неадекватностью принятой математической модели ИП (2).

Пусть реальный ИП $\tilde{x}(t)$ имеет следующее аналитическое представление в виде ряда

$$\tilde{x}(t) = x(t) + R_x(t) = \mathbf{A}^T\mathbf{q}(t) + r_x(t), \tag{23}$$

где $r_x(t)$ — остаток ряда, характеризующий погрешность аппроксимации реального ИП $\tilde{x}(t)$ процессом $x(t)$.

Используя символ математического ожидания $\mathrm{M}\{\,\cdot\,\}$ и учитывая, что $Z\{\mathbf{A}^T\mathbf{q}(t)\} = \overset{*}{Z}\{\mathbf{X}\}$, $\overset{*}{Z}\{\mathbf{H}\} = [\mathbf{0}]_{M_Z\times 1}$ и $\mathrm{M}\{\boldsymbol{\Xi}\} = [0]_{N_L\times 1}$, находим среднее значение методической ошибки

$$\mathrm{M}\{Z\{\tilde{x}(t)\} - \overset{*}{Z}\{\mathbf{Y}\}\} = \mathrm{M}\{Z\{\mathbf{A}^T\mathbf{q}(t)\} + Z\{r_x(t)\} - \overset{*}{Z}\{\mathbf{X}\} - \overset{*}{Z}\{\mathbf{R}_x\} - \overset{*}{Z}\{\mathbf{H}\} - \overset{*}{Z}\{\boldsymbol{\Xi}\}\} =$$

$$= \mathrm{M}\{Z\{r_x(t)\} - P_Z\mathbf{R}_x - P_Z\mathbf{Y}\} = Z\{r_x(t)\} - P_Z\mathbf{R}_x, \tag{24}$$

где $\mathbf{R}_x = [(\mathbf{R}_x^{(l)})^T,\ l=\overline{0,L}\,]^T$; $\mathbf{R}_x^{(l)} = [r_x^{(l)}(t_n),\ n = \overline{0,N}\,]^T$.

Из (23) и (24) следует, что рассматриваемая методическая погрешность целиком определяется свойствами ВЛФ $Z\{\,\cdot\,\}$ и $\overset{*}{Z}\{\,\cdot\,\}$, а также величинами остатков ряда $\{r_x^{(l)}(t)\}_{l=0}^L$ и его дискретного аналога $\mathbf{R}_x$.

В качестве результирующей погрешности обобщенного оценивания значений ВЛФ можно принять величину

$$\varepsilon = \Big[\sum_{r=1}^{M_Z}\big(\mathrm{M}\{z_r\{\tilde{x}(t)\} - \overset{*}{z}_r\{Y\}\} + 3\sigma_{zr}\big)^2\Big]^{1/2} = \Big[\sum_{r=1}^{M_Z}\big(z_r\{r_x(t)\} - \mathbf{P}_{zr}^T\mathbf{R}_x + 3\sigma_{zr}\big)^2\Big]^{1/2}. \tag{25}$$

Необходимо отметить, что минимизация результирующей погрешности (25), которая характеризуется величинами $\mathrm{tr}\,(K_Z)$ и $\mathrm{M}\{Z\{\tilde{x}(t)\} - \overset{*}{Z}\{\mathbf{Y}\}\}$, достигается на практике путем рационального варьирования параметрами N_L, M, M_{li}, Δ_{li}, $i = \overline{0,I_l}$, $l = \overline{0,L}$.

П р и м е р. Пусть $L = 0$, $M = 2$, $a_1 = 15$, $a_2 = 0{,}4$, $q_1(t) = t$, $q_2(t) = t^2$, $M_{00} = 1$, $b_{001} = 60$, $\theta_{001}(t) = \sin 0{,}6t$, $I_0 = 1$, $\Delta_{01} = 5$, $M_{01} = 5$, $\gamma_{011} = \gamma_{012} = \gamma_{014} = \gamma_{015} = 0$, $\gamma_{013} = 1$, $\mathbf{B}_{013} = [60, -1, 7, 150, 12]^T$, $\mathbf{B}_{011} = \mathbf{B}_{012} = \mathbf{B}_{014} = \mathbf{B}_{015} = [\mathbf{0}]_{5\times 1}$, $\theta_{013}(t) = [\theta_{013m}(t),\ m = \overline{1,5}\,]^T$, $\theta_{0131}(t) = \cos[0{,}6(t - t_{13})]$, $\theta_{0132}(t) = \mathrm{tg}\,(t - t_{13})$, $\theta_{0133}(t) = (t - t_{013})^3/10^3$, $\theta_{0134}(t) = (t - t_{013})^{1/2}$, $\theta_{0135}(t) = 4(t - t_{013})^2/10^2 - 60$, ОПССП$_{01} = \{t_{19}, t_{20}, t_{21}, t_{22}, t_{23}\}$

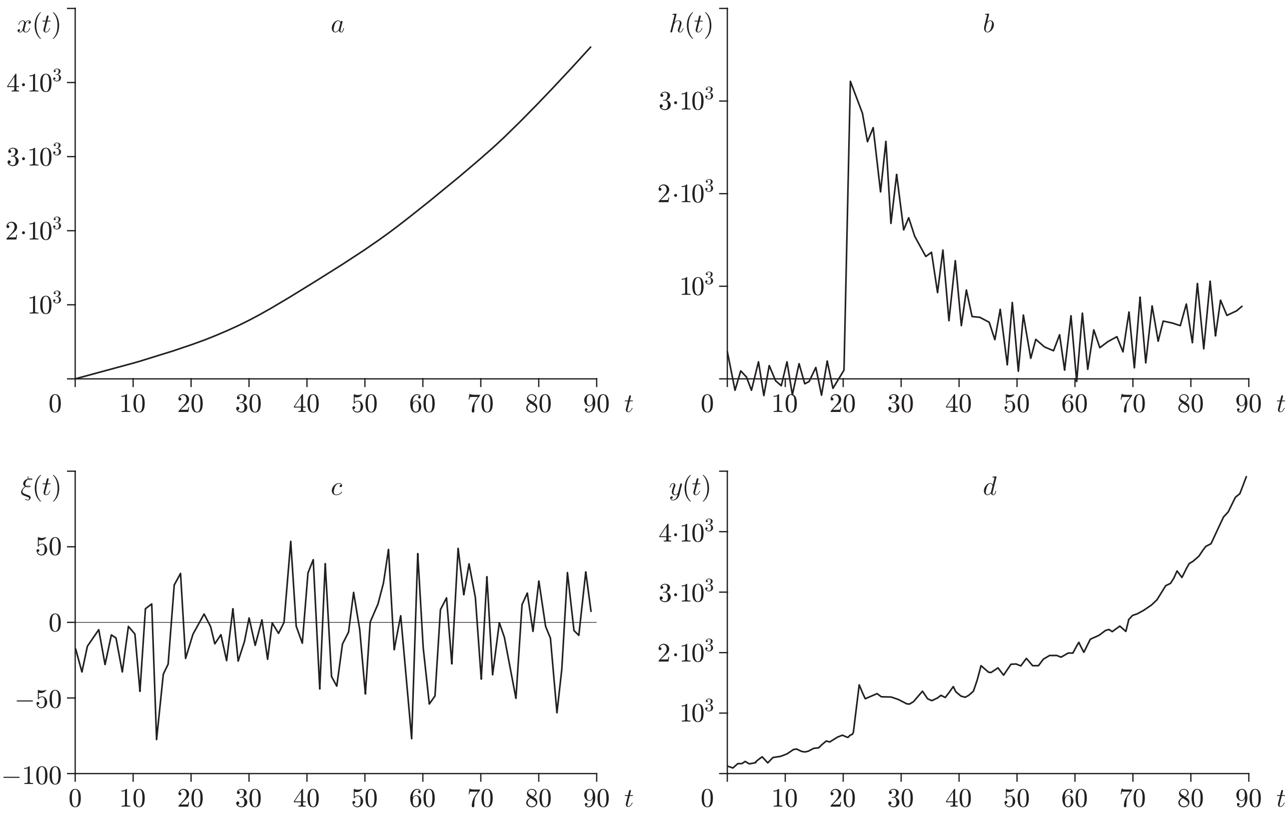

Рис. 2

($t_{19} = t_{011}$, $t_{20} = t_{012}$, $t_{21} = t_{013}$, $t_{22} = t_{014}$, $t_{23} = t_{015}$), $\xi_{0n} \in \mathrm{N}(0, \sigma^2_{\xi 0n})$ — нормальный закон распределения с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma^2_{\xi 0n}$: $\sigma^2_{\xi 0n} = \sigma^2_{\xi 0}$, $\mathrm{M}\,\{\xi_{0n}\xi_{0m}\} = 0$, $t_n = n\,\Delta t$ ($\Delta t = 1$), $n, m = \overline{0, 89}$, $\sigma_{\xi 0} \in \{30, 50, 120\}$.

Таким образом, рассматривается случай, когда МСП имеет одну ОПССП$_{01}$. При формировании уравнения наблюдения (1) принимается, что смена структуры МСП произошла в точке $t_{21} = t_{013} = 21\,\Delta t = 21$. Отсчеты ФШ задаются датчиком случайных чисел. Требуется найти оценки ВЛФ $Z\{x(t)\} = [z_1\{x(t)\}, z_2\{x(t)\}]^T = [a_1, a_2]^T$.

В силу громоздкости явные выражения для матриц Q, Θ, P_Z и т. д. не приведены, а результаты численного моделирования представлены на рис. 2: a — ИП $x(t)$, b — МСП $h(t)$, c — одна реализация ФШ $\xi(t)$ (для $\sigma = 30$), d — наблюдение $y(t)$ (для $\sigma = 30$).

После усреднения (по двадцати реализациям ФШ) получены оценки для случаев $\sigma_\xi = 30$, $\sigma_\xi = 50$, $\sigma_\xi = 120$ соответственно:

$$\overset{*}{\mathbf{Z}} = \overset{*}{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 14{,}973\,000 \\ 0{,}400\,560 \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} \Delta a_1 &= |a_1 - \overset{*}{a}_1| = 0{,}027\,000, \quad \delta a_1 = (\Delta a_1/a_1)\,100 = 0{,}001\,800, \\ \Delta a_2 &= |a_2 - \overset{*}{a}_2| = 0{,}000\,560, \quad \delta a_2 = (\Delta a_2/a_2)\,100 = 0{,}001\,400, \end{aligned}$$

$$\overset{*}{\mathbf{Z}} = \overset{*}{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 14{,}963\,000 \\ 0{,}400\,975 \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} \Delta a_1 &= |a_1 - \overset{*}{a}_1| = 0{,}037\,000, \quad \delta a_1 = (\Delta a_1/a_1)\,100 = 0{,}002\,467, \\ \Delta a_2 &= |a_2 - \overset{*}{a}_2| = 0{,}000\,975, \quad \delta a_2 = (\Delta a_2/a_2)\,100 = 0{,}002\,438, \end{aligned}$$

$$\overset{*}{\mathbf{Z}} = \overset{*}{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 15{,}131\,000 \\ 0{,}398\,000 \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} \Delta a_1 &= |a_1 - \overset{*}{a}_1| = 0{,}131\,000, \quad \delta a_1 = (\Delta a_1/a_1)\,100 = 0{,}008\,730, \\ \Delta a_2 &= |a_2 - \overset{*}{a}_2| = 0{,}001\,580, \quad \delta a_2 = (\Delta a_2/a_2)\,100 = 0{,}003\,950. \end{aligned}$$

Результаты моделирования показывают, что предлагаемый метод инвариантен к МСП с произвольными моментами переключения структур, обладает хорошими сглаживающими свойствами, отвечающими критерию оптимальности (7) и условиям несмещенности (16) и инвариантности (18).

Заключение. Несложный анализ формулы (19) показывает, что в частном случае оценивания коэффициентов модели (13) мы получаем матрицу P_Z, соответствующую классическому методу наименьших квадратов. Если по условию задачи известны моменты переключения структур МСП, то ОПССП стягиваются в точки, при этом матрица (19) преобразуется в известную матрицу обобщенного оценивания значений ВЛФ [3].

Представленный в данной работе метод не требует расширения пространства состояний, позволяет оценивать значения наиболее важных числовых характеристик ИП, необходимых в задачах моделирования, проектирования и эксплуатации различных информационно-измерительных комплексов [4].

Примерами возникновения МСП являются информационно-измерительный комплекс полигона, содержащий разнородные измерители параметров движения с различными тактико-техническими характеристиками, и бортовой навигационный комплекс летательного аппарата, построенный на основе комплексирования разнородных измерителей. Последний представляет собой сложный объект, структура которого может меняться в зависимости от помеховой обстановки и режимов полета аппарата [5, 6], что приводит к изменению структуры помехи. Погрешности подобного рода возникают и при работе аппаратуры потребителей спутниковой навигационной системы при переходе от оптимального созвездия навигационных космических аппаратов к неоптимальному [7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Булычев Ю. Г., Бурлай И. В.** Оптимальное сглаживание экспериментальных данных, содержащих высшие производные // Мат. моделирование. 1996. **8**, № 2. С. 66–74.
2. **Булычев Ю. Г., Елисеев А. В.** Алгоритм обработки измерений при кусочно-непрерывной помехе // Теория и системы управления. 2007. № 2. С. 57–64.
3. **Булычев Ю. Г., Елисеев А. В.** Обработка измерений в условиях мультиструктурных помех // Автометрия. 2007. **43**, № 5. С. 26–38.
4. **Булычев Ю. Г., Манин А. П.** Математические аспекты определения движения летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 2000.
5. **Харисов В. Н., Петров А. И., Болдин В. А.** Глобальная спутниковая навигационная система ГЛОНАСС. М.: ИПРЖР, 1999.
6. **Казаков И. В.** Стохастические системы со случайной сменой структуры // Техническая кибернетика. 1989. № 1. С. 58–78.
7. **Лысенко Л. Н., Нгуен Танг Кыонг.** Теоретические и прикладные аспекты мультиструктурных схем рекуррентной обработки информации в навигационных системах летательных аппаратов // Теория и системы управления 1997. № 6. С. 38–48.

Поступила в редакцию 8 июля 2008 г.