

МЕТОД РАСЧЕТА РЕФРАКЦИОННО-ДИФРАКЦИОННЫХ ОЧКОВЫХ ЛИНЗ

Ю. А. Клевцов

*Институт автоматики и электрометрии СО РАН, г. Новосибирск
E-mail: klevtsov_yuri@mail.ru*

Развивается методика расчета рефракционно-дифракционных очковых линз на базе дифференциальных формул расчета узких пучков лучей, проходящих через дифракционный оптический элемент. Исследуются линзы большой положительной силы и проводится сопоставление их аберраций с аберрациями рефракционных очковых линз.

Введение. Увеличение поля зрения очковой линзы возможно только при условии исправления ее астигматизма. Известно, что в области положительных линз, имеющих сферическую форму поверхностей, выполнение этого условия возможно только для оптической силы не более 7 дптр. Однако афактический (лишенный хрусталика) глаз требует для исправления линз порядка 12 дптр для дали и 15–16 дптр для чтения [1].

В области обычных оптических элементов задача расчета положительной анастигматической очковой линзы большой оптической силы решается с помощью замены одной сферической поверхности линзы асферической. Впервые такие линзы были рассчитаны в 1911 году шведским оптиком и офтальмологом Гульстрандом и выпущены фирмой «К. Цейсс» под названием «катральные» очковые стекла Гульстранда [2]. Ввиду большой оптической силы эти линзы обладают хроматизмом, что приводит к образованию заметной цветовой каймы вокруг наблюдаемых предметов.

Известно, что дифракционный оптический элемент (ДОЭ) обладает хроматизмом [3], противоположным по знаку обычной линзе. Поэтому при сочетании такого элемента с линзой можно не только исправить этот дефект, но и выполнить условие коррекции астигматизма поля. Это дает возможность рассчитать рефракционно-дифракционные очковые линзы, аналогичные катральным, но, в отличие от последних, не имеющие хроматизма в пределах используемого глазом поля зрения.

Целью предлагаемой работы является создание методики расчета рефракционно-дифракционных очковых линз и исследование их свойств.

Для разработки аналитической методики расчета положительных рефракционно-дифракционных очковых линз с увеличенным полем зрения ис-

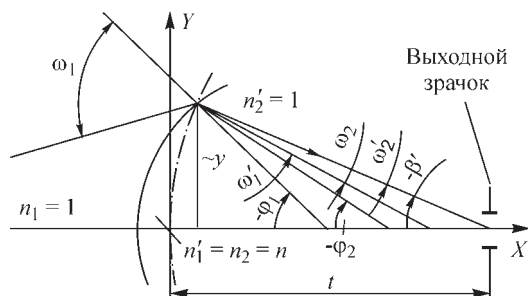


Рис. 1. Схема расчета астигматизма и условия нормировки параметров линзы с ДОЭ, обращенной к зрачку глаза

пользовались методы расчета узких пучков лучей из [4], проходящих через осесимметричный ДОЭ на подложке общего вида.

Методика расчета анастигматической рефракционно-дифракционной ахроматической очковой линзы.

Вариант 1. Дифракционная поверхность обращена к зрачку глаза. Как будет ясно дальше, этот вариант из технологических соображений оказывается наиболее предпочтительным, поэтому описание методики расчета начнем именно с него.

На рис. 1 в системе координат меридионального сечения показан ход луча на остром краю рефракционно-дифракционной линзы (ДОЭ обозначен штрихпунктирной линией). Выведем формулу продольного астигматизма такой линзы, причем при расчете хроматизма и хода узких пучков лучей будем пренебрегать толщиной линзы, считая ее равной нулю, а также углами падения лучей ω на оптическую поверхность и отношениями высот луча к радиусам поверхностей линзы y/r в степени выше второй, что соответствует области aberrаций третьего порядка. Полученные далее формулы из-за этого будут лишь приближенными для любой другой высоты y , однако исследования показывают, что допускаемые при этом погрешности пренебрежимо малы.

Запишем ряд очевидных из рис. 1 зависимостей:

$$y \cong t\beta'; \quad \varphi_1 \cong -y/r_1; \quad \varphi_2 \cong -y/r_2; \quad (1)$$

$$\omega_2' = -(\varphi_2 - \beta') \cong -\beta' \left(\frac{t}{r_2} - 1 \right); \quad \omega_1' - \omega_2 = -(\varphi_1 - \varphi_2) \cong -t\beta' \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right),$$

где t – положение выходного зрачка линзы, или расстояние по оптической оси от задней поверхности линзы до центра вращения глазного яблока; β' – угол главного луча в пространстве изображения; $\varphi_{1,2}$ – углы с оптической осью нормали к поверхности линзы в точке падения луча. Положим, что первая по ходу луча поверхность линзы и поверхность подложки ДОЭ – сферические, а фазовая функция ДОЭ задана двумя коэффициентами:

$$\Phi_0 = a_2 y^2 + a_4 y^4 \quad (2)$$

Напомним [4], что закон преломления луча в меридиональном сечении ДОЭ на сферической подложке можно представить в виде

$$n' \sin \omega' = n \sin \omega + \frac{m\lambda}{\lambda_0} \left(1 - \frac{x}{r}\right) \frac{d\Phi_0}{dy}, \quad (3)$$

а астигматические инварианты: меридиональный и сагиттальный соответственно

$$\frac{n' \cos^2 \omega'}{l'_t} - \frac{n \cos^2 \omega}{l_t} = \frac{n' \cos \omega' - n \cos \omega}{r} - \frac{m\lambda}{\lambda_0} \left[\left(1 - \frac{y^2}{r^2}\right) \frac{d^2\Phi_0}{dy^2} - \frac{y}{r^2} \frac{d\Phi_0}{dy} \right], \quad (4)$$

$$\frac{n'}{l'_s} - \frac{n}{l_s} = \frac{n' \cos \omega' - n \cos \omega}{r} - \frac{m\lambda}{\lambda_0} \left(1 - \frac{y^2}{r^2}\right) \frac{d\Phi_0}{y dy}. \quad (5)$$

Здесь l и l' – сопряженные расстояния на главном луче; n и n' – показатели преломления; ω и ω' – углы падения и преломления; m – порядок дифракции; λ и λ_0 – длины волн спектра (текущая и длина волны записи); $\frac{d\Phi_0}{dy}$ и $\frac{d^2\Phi_0}{dy^2}$ –

производные фазовой функции; r – радиус подложки. Заменяя в выражении (3) функции синуса углами и пренебрегая производной фазовой функции со степенями y выше первой, а также учитывая условия нормировки показателей преломления (см. рис. 1), получим приближенное выражение

$$\omega'_2 \cong n \omega_2 + 2 \frac{m\lambda}{\lambda_0} a_2 y, \quad (6)$$

откуда с учетом (1) будем иметь

$$\omega_2 \cong -\frac{\beta'}{n} \left(\frac{t}{r_2} - 1 - 2 \frac{m\lambda}{\lambda_0} a_2 t \right). \quad (7)$$

Рассмотрим ход узкого пучка лучей на первой сферической поверхности линзы. Согласно закону преломления с учетом нормировки показателей (см. рис. 1) можно записать

$$n \sin \omega'_1 = \sin \omega_1 \quad (8)$$

или приближенно: $\omega_1 \cong n \omega'_1$.

Для предмета, расположенного на бесконечности, $l_{1t} = l_{1s} = \infty$. На остром краю линзы $l'_{1t} = l_{2t}$, $l'_{1s} = l_{2s}$ (см. рис. 1). Для других зон у это равенство приближенное. Применим формулы меридионального и сагиттального инвариантов Юнга [5] к первой сферической поверхности и разложим в ряд косинусы углов ω и ω' . Выполним переход $l'_{1t} = l_{2t}$ и $l'_{1s} = l_{2s}$ на остром краю линзы ко второй, дифракционной, поверхности и используем формулы инвариантов (4), (5). Преобразовав дифференциальные члены в соответствии с введенными приближениями, после громоздких, но простых вычислений полу-

чим приближенные формулы для меридионального и сагиттального отрезков всей линзы:

$$\frac{1}{l'_t} \cong (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)(n+2)}{2r_1} \omega_1'^2 + \frac{n-1}{r_1} (\omega_2'^2 - \omega_2^2) - \frac{n-1}{r_2} \omega_2'^2 + \frac{n\omega_2^2 - \omega_2'^2}{2r_2} - 2 \frac{m\lambda}{\lambda_0} \left[a_2 + 2(t\beta')^2 \left(3a_4 - \frac{a_2}{r_2^2} \right) + a_2 \omega_2'^2 \right], \quad (9)$$

$$\frac{1}{l'_s} \cong (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{n(n-1)}{2r_1} \omega_1'^2 + \frac{n\omega_2^2 - \omega_2'^2}{2r_2} - 2 \frac{m\lambda}{\lambda_0} \left[a_2 + (t\beta')^2 \left(2a_4 - \frac{a_2}{r_2^2} \right) \right]. \quad (10)$$

Вычитая правые и левые части выражений (10) и (9) и подставляя в них уравнения для углов ω_1' , ω_2 , ω_2' в соответствии с формулами (1), (6)–(8), получим

$$\frac{\Delta l'_{ts}}{l'_t l'_s} \cong \left(A + 2 \frac{m\lambda}{\lambda_0} B \right) \beta'^2; \quad (11)$$

$$A = -(n-1)(\rho_1 - \rho_2) \left[1 - 2t \left(\frac{\rho_1}{n} + \rho_2 \right) + t^2 \left(\rho_1^2 + \rho_2^2 - \frac{n-2}{n} \rho_1 \rho_2 \right) \right];$$

$$B = 4a_4 t^2 + a_2 \left[1 - 2t \rho_2 + \frac{2(n-1)}{n} t^2 \rho_1 (\rho_1 - \rho_2) \right],$$

где $\rho_1 = 1/r_1$ и $\rho_2 = 1/r_2$. Исключив в формуле (11) дифракционную часть при $m=0$ и введя рефракции $D_0 = (n-1)(\rho_1 - \rho_2)$ и $D_1 = (n-1)\rho_1$, легко привести условие $A=0$ к формуле Чернина, справедливой в области аббераций третьего порядка и выражающей условие коррекции астигматизма обычной очковой линзы [2]. Это подтверждает правильность произведенного анализа и допустимость приближений.

Рассмотрим теперь условие ахроматизации. Как известно [3], для тонкого компонента условия коррекции хроматизма положения и увеличения совпадают. Следовательно, если очковая линза достаточно тонкая, то исправление хроматизма положения должно одновременно привести к коррекции поперечного хроматизма по полю зрения. Для паракиальной области очевидно $(l'_{ts})_\lambda = f'_\lambda$. Принимая равными нулю все углы, входящие в формулы (9) или (10), легко получить

$$\frac{1}{f'_\lambda} = (n-1)(\rho_1 - \rho_2) - 2 \frac{m\lambda}{\lambda_0} a_2. \quad (12)$$

Дифференцируя выражение (12) по λ и заменяя дифференциалы конечными приращениями, будем иметь

$$\frac{\Delta f'_{\lambda}}{f'^2_{\lambda_0}} = -\Delta n_{\lambda}(\rho_1 - \rho_2) + 2m \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} a_2. \quad (13)$$

Пусть $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$. Положим $\lambda_0 = \lambda_2$, а $\lambda_1 - \lambda_3 = \Delta \lambda$ и $n_{\lambda_0} = n_{\lambda_2}$, $n_{\lambda_1} - n_{\lambda_3} = \Delta n_{\lambda}$. Введем обозначения для коэффициентов дисперсии $\frac{n_{\lambda_0} - 1}{n_{\lambda_3} - n_{\lambda_1}} = \mu$ и $\frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_3} = \mu'$. После преобразования выражения (13) формула для хроматизма положения рефракционно-дифракционной линзы имеет вид

$$\Delta f'_{\lambda_1 \lambda_3} = f'^2_{\lambda_2} \left[\frac{(n_{\lambda_2} - 1)(\rho_1 - \rho_2)}{\mu} + 2 \frac{ma_2}{\mu'} \right]. \quad (14)$$

Применяя обозначение D_0 для оптической силы рефракционной части из (14), можно записать условие ахроматизации рефракционно-дифракционной линзы:

$$\frac{D_0}{\mu} + 2 \frac{ma_2}{\mu'} = 0. \quad (15)$$

Кроме того, выражение (12) дает оптическую силу линзы

$$D = D_0 - 2ma_2. \quad (16)$$

Совместное решение уравнений (15) и (16) приводит к

$$D_0 = D \frac{\mu}{\mu + \mu'}; \quad a_2 = -\frac{1}{2} \frac{D_0 \mu'}{m \mu}. \quad (17)$$

Следовательно, если для заданных линий спектра $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ рассчитаны значения коэффициентов дисперсии μ и μ' , то формулы (17) позволяют определить оптическую силу рефракционной части ахроматической линзы и первый коэффициент a_2 фазовой функции дифракционного элемента. Эти же зависимости в силу симметрии остаются справедливыми и для варианта с передней дифракционной поверхностью.

Из формулы (11) видно, что астигматическая разность $\Delta l'_{ts}$ является функцией длины волны λ . Разность астигматизма для крайних длин волн в прикладной оптике называется хроматическим астигматизмом. У рефракционно-дифракционных линз с произвольным соотношением радиусов поверхностей эта aberrация может достигать значительной величины, в связи с чем ее необходимо минимизировать. Найдем оптимальную форму линзы, обеспечивающую условие минимума хроматического астигматизма. Диф-

ференцируя левую часть выражения (11) по длине волны λ , легко показать, что

$$\frac{d\Delta l'_{ts}}{d\lambda} = l'^2 \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{1}{l'_s} - \frac{1}{l'_t} \right), \quad (18)$$

откуда следует, что хроматическая разность продольного астигматизма $\frac{d\Delta l'_{ts}}{d\lambda}$ исправлена, если производная по λ функции (11) равна нулю. При невозможности полного исправления хроматической разности астигматизма эта абберрация достигает минимума только в том случае, если производная по λ функции (11) достигает минимума.

Продифференцируем правую часть выражения (11) по λ , положив $m = +1$ и $\lambda_0 = \lambda_2$, кроме того, для упрощения формул введем обозначение $n_{\lambda_2} = n$. С учетом выражения (18) получим

$$\delta(\Delta l'_{ts})_{\lambda} = - \left[\frac{(n-1)\mu'}{\mu} \left(\frac{dA}{dn} + 2 \frac{dB}{dn} \right) - 2B \right] \frac{\beta'^2 l'^2}{\mu'}, \quad (19)$$

где

$$\frac{dA}{dn} = -(\rho_1 - \rho_2) \left\{ 1 - 2t \left(\frac{\rho_1}{n^2} + \rho_2 \right) + t^2 \left[\rho_1^2 + \rho_2^2 - \left(1 - \frac{2}{n^2} \right) \rho_1 \rho_2 \right] \right\};$$

$$\frac{dB}{dn} = 2 \frac{\rho_1 - \rho_2}{n^2} a_2 \rho_1 t^2.$$

При принятых выше условиях из (11) следует, что коррекция астигматизма рефракционно-дифракционной линзы возможна при

$$A + 2B = 0. \quad (20)$$

Если в формуле (11) выразить ρ_1 через ρ_2 и D_0 , а условие коррекции астигматизма (20) разрешить относительно второго коэффициента фазовой функции a_4 , то будем иметь

$$a_4 = \frac{1}{8} \frac{D_0}{t^2} (X \rho_2^2 + Y \rho_2 + Z), \quad (21)$$

где

$$X = \frac{n+2}{n} t^2; \quad Y = -2t \left\{ \frac{n+1}{n} + \frac{\mu'}{\mu} - t \frac{D_0}{n} \left[\frac{n+2}{2(n-1)} + \frac{\mu'}{\mu} \right] \right\};$$

$$Z = 1 + \frac{\mu'}{\mu} - 2t \frac{D_0}{n(n-1)} + \left(\frac{tD_0}{n-1} \right)^2 \left(1 + 2 \frac{n-1}{n} \frac{\mu'}{\mu} \right).$$

Учитывая выражение (21), удается представить формулу для хроматического астигматизма (19) в виде квадратного уравнения относительно кривизны подложки ДОЭ:

$$\delta(\Delta l'_{ts})_{\lambda} = \frac{D_0}{\mu'} \beta'^2 l'^2 \{(X-P)\rho_2^2 + (Y-Q)\rho_2 + (Z-W)\}. \quad (22)$$

Здесь

$$P = -t^2 \left(1 + \frac{2}{n^2}\right) \frac{\mu'}{\mu}; \quad Q = 2 \frac{\mu'}{\mu} \frac{t}{n^2} \left\{1 + tD_0 \left[\frac{n^2 - 2n - 2}{2(n-1)} - \frac{\mu'}{\mu}\right]\right\};$$

$$W = 2t \frac{\mu'}{\mu} \frac{D_0}{n^2(n-1)} \left\{1 - tD_0 \left[\frac{n(2-n)}{2(n-1)} + \frac{\mu'}{\mu}\right]\right\}.$$

Кривизна подложки ДОЭ, для которой хроматическая разность астигматизма $\delta(\Delta l'_{ts})_{\lambda}$ минимальна, определится условием

$$\rho_2 = \frac{Q - Y}{2(X - P)}, \quad (23)$$

а соответствующее ему значение

$$\rho_1 = \rho_2 + \frac{D_0}{n-1}. \quad (24)$$

Таким образом, формулы (17) и (21)–(24) позволяют выполнить расчет конструктивных параметров ахроматической анастигматической рефракционно-дифракционной очковой линзы с минимальным хроматическим астигматизмом в случае, когда дифракционная поверхность обращена к зрачку глаза.

Вариант 2. Дифракционная поверхность обращена к предмету. В случае, когда поверхность ДОЭ обращена к предмету, анализ aberrаций рефракционно-дифракционной очковой линзы производится аналогично. Формулы для коэффициентов X и P остаются справедливыми. В формулах (21) и (22) кривизна ρ_2 меняется на ρ_1 . Коэффициенты Y, Z, Q, W вычисляются согласно следующим выражениям:

$$Y = -2t \left\{ \frac{n+1}{n} + \frac{\mu'}{\mu} + t \frac{D_0}{n} \left[\frac{n+2}{2(n-1)} + \frac{\mu'}{\mu} \right] \right\},$$

$$Z = 1 + \frac{\mu'}{\mu} + 2t \frac{D_0}{n} \left(\frac{n}{n-1} + \frac{\mu'}{\mu} \right) + \left(\frac{tD_0}{n-1} \right)^2 \left(1 + 2 \frac{n-1}{n} \frac{\mu'}{\mu} \right),$$

$$Q = 2 \frac{\mu'}{\mu} \frac{t}{n^2} \left\{ 1 + (n-1) \frac{\mu'}{\mu} + tD_0 \left[\frac{\mu'}{\mu} - \frac{n^2 - 2n - 2}{2(n-1)} \right] \right\},$$

$$W = -2t \frac{\mu' D_0}{\mu n^2} \left\{ \frac{n}{n-1} + \frac{\mu'}{\mu} + t \frac{D_0}{n-1} \left[\frac{n(2-n)}{2(n-1)} + \frac{\mu'}{\mu} \right] \right\}.$$

Выражение (23) даст кривизну первой поверхности дифракционной подложки. Кривизну второй поверхности линзы легко рассчитать по формуле (24).

Численный анализ. В соответствии с изложенной выше методикой в среде MathCAD была составлена программа и произведены расчеты конструктивных параметров очковой линзы по обоим вариантам решения. Материалом для линзы выбрали оптическую пластмассу: полиметилметакрилат (ПММА) и полистирол [6]. В таблице приводятся оптические константы этих материалов и конструктивные параметры рассчитанных линз.

Длина волны записи, в которой формировалась дифракционная структура ДОЭ, принята $\lambda_2 = \lambda_0 = 589,3$ нм. Крайние линии спектра: $\lambda_1 = 656,28$ нм, $\lambda_3 = 486,13$ нм. Таким образом, в видимой глазом области спектра ДОЭ имеет $\mu' = 3,4634$. Повторим, что в качестве рабочего был принят порядок дифракции $m = +1$.

Параметры	Материал											
	Полиметилметакрилат			Полистирол								
λ , нм	656,28	589,30	486,13	656,28	589,30	486,13						
n_λ	1,488	1,491	1,496	1,585	1,590	1,604						
μ	61,375			31,053								
D , дптр	10	16		10	16							
f' , мм	100	62,5		100	62,5							
t	0,25	0,40		0,25	0,40							
D_0	0,9466			0,8997								
	Номер варианта											
	1	2	3	1	2	3	1	2	3			
r_1 , мм	26,14	26,12	51,87	22,71	22,69	32,42	27,28	27,22	65,58	24,26	24,20	40,99
r_2 , мм	52,68	52,61	∞	75,77	75,61	∞	46,72	46,54	∞	59,46	59,09	∞
$a_2 \cdot 10^4$, мм ⁻¹	-2,6708			-4,2733			-5,0171			-8,0274		
$a_4 \cdot 10^8$, мм ⁻³	15,70	3,927	123,2	108,8	78,66	193,5	9,120	-8,83	142,0	81,46	35,55	215,1
N	134	141	203	142	100	317	299	300	197	320	371	295
T , мкм	103	93	20	36	119	13	38	38	23	44	38	16
$\delta(l'_{fs})_\lambda$, дптр	0,03		0,23	0,20		0,35	0,02		0,26	0,15		0,39

Исследуем область линз положительной оптической силы. Примем фокусное расстояние линзы f' и обратную ему величину оптической силы линзы $D + 1$, при этом величина выноса выходного зрачка t (см. таблицу) будет нормирована на фокусное расстояние линзы. Для реального значения оптической силы линзы D эта величина выбрана равной 25 мм [1]. Чтобы найти реальные радиусы кривизны поверхностей линзы, полученные при расчете значения r_1 и r_2 необходимо умножить на эквивалентное фокусное расстояние $f' = 1000/D$ (D выражено в диоптриях), а значения коэффициентов a_2 (17) и a_4 (21) фазовой функции Φ_0 – соответственно на $(f')^{-1}$ и $(f')^{-3}$. В таблицу включены также дополнительные величины: N – количество дифракционных зон ДОЭ, укладываемых на диаметре подложки 40 мм; T – минимальный период зон ДОЭ; $\delta(l'_{ts})_\lambda$ – хроматический астигматизм для углового поля $2\beta' = 40^\circ$.

Из данных таблицы, которые подтверждаются также лучевым расчетом представленных в ней конструктивных параметров линз, можно сделать следующие выводы:

1. Полностью исправить в рефракционно-дифракционной линзе хроматический астигматизм невозможно. Оптимальная форма линзы, в которой этот дефект минимален, выпукло-вогнутая, обращенная вогнутостью к зрачку глаза. При этом в диапазоне оптической силы линзы 10–16 дптр хроматический астигматизм не превышает 0,2 дптр.

2. Радиусы поверхностей линзы по обоим вариантам практически одинаковы, однако в первом варианте ДОЭ должен быть нанесен на сферическую подложку с кривизной в 2–3 раза меньшей, что на данном этапе развития технологии штамповки ДОЭ представляется более предпочтительным.

3. Увеличение показателя преломления и дисперсии материала подложки приводит более чем к двукратному увеличению количества дифракционных зон и существенному уменьшению их периода.

4. Вариант 3 с плоской поверхностью подложки, обращенной к глазу в диапазоне оптической силы линзы 10–16 дптр, обладает заметным хроматическим астигматизмом (0,23–0,39 дптр), большим числом дифракционных зон и периодом 13–23 мкм, чрезвычайно трудным в практической реализации методами штамповки, особенно при большом числе уровней квантования фазы.

Таким образом, предварительные исследования на основе развитой выше теории с учетом практических соображений показывают, что оптимальным следует считать решение задачи, близкое к варианту 1, где ДОЭ обращен к зрачку глаза и отштампован на вогнутой сферической подложке умеренной кривизны. Для этого желательно использовать пластмассу с невысоким показателем преломления, обеспечивающую оптимальные технологические характеристики ДОЭ. Хроматический астигматизм линзы на краях поля зрения не должен превышать 0,25 дптр.

Сравнение геометрических аберраций дифракционно-рефракционной очковой линзы и аналогичной катральной. В данной работе было указано, что в области обычных оптических элементов задача устранения астигматизма очковой линзы большой положительной силы решается посредством замены одной сферической поверхности асферической [2]. Возникает вполне резонный вопрос: что же лучше – рефракционно-дифракционная очковая линза или же аналогичная ей катральная? Чтобы внести ясность, были рассчитаны две оптимальные по исправлению геометрических аберра-

ций очковые линзы с оптической силой около 9,5 дптр из ПММА. Одна из них, рефракционно-дифракционная, рассчитана по типу, близкому к варианту 1 таблицы, и оптимизирована методами лучевого расчета. Другая, рефракционная катральная с асферической поверхностью со стороны глаза, рассчитана с применением принципов [2].

Предлагаемая методика расчета рефракционно-дифракционной линзы развивалась в пренебрежении осевой толщиной, которая, однако, может достигать значений $0,1-0,2f'$. Лучевой анализ показал, что пренебрежение такой относительно большой толщиной линзы мало влияет на коррекцию астигматизма, но для достижения оптимального результата коррекции хроматизма приходится иногда существенно отступать от значения a_2 , определяемого формулой (17). В целом можно утверждать, что рассчитанные на основе описанной выше методики параметры рефракционно-дифракционной очковой линзы являются достаточным приближением для последующей оптимизации методами лучевого расчета.

В результате коррекции астигматизма и хроматизма увеличения посредством лучевого анализа были получены конструктивные параметры очковой линзы:

$$\begin{aligned} r_1 &= 36,48 \\ d_1 &= 8,0 \quad n_2 = 1,491 (\text{ПММА}). \\ r_2 &= 94,19 \end{aligned} \quad (25)$$

На диаметре поверхности 48 мм укладываются 282 дифракционные зоны с минимальным периодом 65 мкм. В выражении (25) d_1 – осевая толщина линзы. Фазовая функция ДОЭ второй поверхности линзы имеет вид

$$\Phi_0 = -0,49 \cdot 10^{-3} y^2 + 0,5 \cdot 10^{-6} y^4 - 0,27 \cdot 10^{-9} y^6. \quad (26)$$

Выходной зрачок лежит на расстоянии 25 мм от последней дифракционной поверхности. Оптическая сила линзы составляет 9,5 дптр.

Оценка остаточного астигматизма и поперечных aberrаций меридионального сечения пучка лучей выполнена для трех линий спектра: $\lambda_1 = 656,28$ нм, $\lambda_2 = 589,3$ нм, $\lambda_3 = 486,13$ нм на сферической поверхности (рис. 2) с радиусом $r = -190$ мм, соответствующей кривизне поверхности наилучшего изображения и отстоящей от плоскости выходного зрачка на 72,3 мм.

Форма такой линзы, положение выходного зрачка и склеры глаза, а также ход лучей в ней для крайних точек поля зрения показаны на рис. 2.

Расчет параметров аналогичного катрального стекла производили по методике, изложенной в работе [2]. Для заданной толщины, положения выходного зрачка и оптической силы линзы мето-

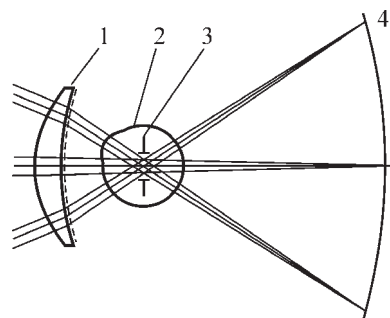


Рис. 2. Схема работы очковой линзы: 1 – линза с поверхностью ДОЭ, обращенной к глазу, 2 – склера глаза, 3 – выходной зрачок, 4 – поверхность изображения

дом оптимизации искали такую ее форму, которая обеспечивала минимальный астигматизм. После чего подбирали коэффициенты в уравнении меридионального сечения второй асферической поверхности линзы так, чтобы полностью компенсировать его в пределах используемого поля зрения. При этом автоматически обеспечивается минимальное значение асферичности линзы. Приведем полученные в результате расчета конструктивные данные катральной очковой линзы:

$$\begin{aligned} r_1 &= 31,84 \\ d_1 &= 8,0 \quad n_2 = 1,491 (\text{ПММА}). \\ r_2 &= 76,56 \end{aligned} \quad (27)$$

Меридиональное сечение второй асферической поверхности линзы (r_2 – радиус в вершине поверхности) описывается уравнением первого рода

$$y^2 - 153,12x + 3,976x^2 - 0,27x^3 = 0. \quad (28)$$

Из него следует, что асферическая поверхность близка по форме к сплюснутому сфероиду. Оптическая сила линзы и положение выходного зрачка те же, что и в рефракционно-дифракционном варианте (25). Даже форма линзы почти такая же. Радиус кривизны поверхности, на которой производился расчет aberrаций, и ее положение относительно выходного зрачка линзы составляют соответственно -169 и $71,2$ мм. Отступление асферической поверхности от ближайшей сферы сравнения, касательной с ней в центре и на краях, не превышает 40 мкм для диаметра поверхности 48 мм.

Ход кривых остаточного астигматизма обеих линз $(\Delta l'_{is})_{\lambda}$ для заданных линий спектра по полю зрения β показан на рис. 3. Графики поперечных хроматических aberrаций (выражены в миллиметрах) в меридиональном сечении пучка лучей для углов поля β до 23° и радиуса зоны выходного зрачка H до ± 2 мм даны на рис. 4. Угол поля зрения в пространстве предметов $2\beta = 46^\circ$ соответствует углу поля зрения глаза $2\beta' = 70^\circ$ [7].

Из графиков рис. 3 видно, что остаточный астигматизм в линии λ_2 для обеих линз не превышает нескольких сотых долей диоптрии. Хроматиче-

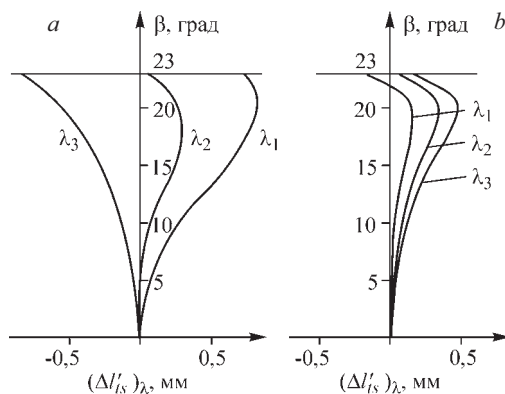


Рис. 3. Остаточный астигматизм: для линзы с ДОО (а) и для катральной линзы с асферической поверхностью, обращенной к зрачку глаза (б)

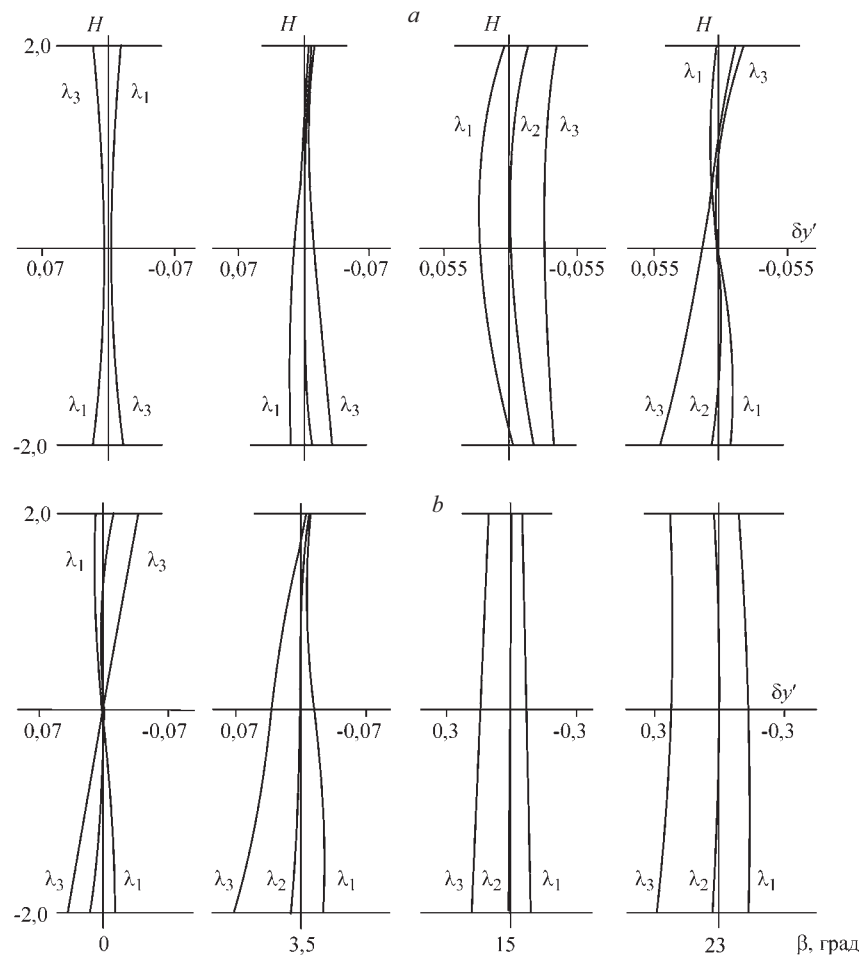


Рис. 4. Поперечные aberrации меридионального сечения: для линзы с ДОО (а) и для катральной линзы (б)

ский астигматизм рефракционно-дифракционной линзы в видимой глазом области спектра примерно в 4 раза больше, чем у аналогичной катральной, однако он мал и не выходит за пределы 0,17 дптр. Таким образом, по коррекции остаточного астигматизма в видимой глазом области спектра обе линзы практически равноценны. Резко они отличаются по качеству коррекции поперечного хроматизма. Это видно из рис. 4, где приводятся графики поперечных aberrаций меридионального сечения для четырех углов поля зрения в пространстве предметов.

Прежде всего, следует заметить, что в катральном варианте очковой линзы поперечный хроматизм принципиально неисправим и на краю поля зрения в видимой глазом области спектра в пересчете на угловые единицы составляет 12', т. е. явно заметную величину, превышающую среднюю разрешающую способность глаза [8] в 6 раз!

В катральных линзах с большей оптической силой этот дефект катастрофически нарастает, так что при движении глазного яблока за предметом на краю поля зрения глаз видит его контуры, окруженные цветовой каймой, что

подтверждается на практике. В наших экспериментах с бифокальными дифракционными очковыми линзами угловой хроматизм $18'$ на краю поля зрения в видимой области спектра был явно замечен и создавал эффект окраски предметов по полю зрения.

Иная ситуация в рефракционно-дифракционном варианте очковой линзы (рис. 4, *a*): хроматизм увеличения исправлен в диапазоне $2\beta = 40-46^\circ$, т. е. почти на краю используемого глазом поля зрения. Поперечные aberrации по полю в видимой области спектра не выходят за пределы $1,8'$ при диаметре выходного зрачка $2H = 4$ мм, т. е. сопоставимы со средней разрешающей способностью глаза. Изменяя первый коэффициент фазовой функции a_2 , можно варьировать значением хроматизма увеличения, устраняя его для какого-либо оптимального по тем или иным соображениям значения полевого угла, так что не исключена возможность лучшей коррекции поперечных хроматических aberrаций. Изменяя коэффициент a_2 , можно компенсировать и собственный хроматизм увеличения глаза, который выявляется при некоторых условиях наблюдений, что согласно [7] приводит к заметному повышению остроты зрения.

Как известно [7], глаз использует поле зрения не более $2\beta' = 10^\circ$. При больших наклонах предмета относительно оси глаза происходит поворот глазного яблока. Сравнение графиков рис. 4, *a* и *b* показывает, что в пределах углового поля в пространстве предметов $\beta = 3,5^\circ$ (что соответствует $\beta' = 5^\circ$ в пространстве выходного зрачка, иными словами, глаза) оба варианта дают поперечные aberrации, сопоставимые со средней разрешающей способностью глаза $2'$ [8]. В рефракционно-дифракционной очковой линзе поперечные aberrации, выраженные в угловой мере, не превышают $1'$ дуги, а в катальной – $2,3'$.

Из анализа геометрических aberrаций, представленных на рис. 3 и 4, можно сделать вывод о том, что преимущество рефракционно-дифракционной очковой линзы перед аналогичной катальной заключается в повышении качества изображения предметов по полю зрения, что эквивалентно повышению остроты внеосевого зрения. Это преимущество выявляется при использовании глазом больших угловых полей при повороте глазного яблока за предметом.

Заключение. Исследованные в данной работе положительные рефракционно-дифракционные линзы из оптической пластмассы могут быть использованы для коррекции зрения людей, страдающих сильной дальнозоркостью (от 7 дптр и больше – область, где обычные линзы не обеспечивают качество изображения предметов в пределах доступного глазу поля зрения). Эти линзы также могут быть использованы для коррекции зрения людей, у которых удален хрусталик глаза и которые имеют противопоказания к установке искусственного хрусталика. Таким людям необходимы очковые линзы от 12 до 16 дптр, которые из-за большого хроматизма не могут быть изготовлены на основе обычных оптических элементов. Применение в этом случае рефракционно-дифракционных линз для коррекции зрения будет оправдано повышением его остроты и расширением поля хороших изображений.

На основе таких линз можно изготавливать бифокальные очки с положительной диоптрией. Необходимое для этого повышение оптической силы линзы на 4 дптр для рассмотренного выше варианта с рефракцией 9,5 дптр может быть обеспечено перераспределением половины энергии света в пятый порядок дифракции ДОЭ. Однако при этом неизбежен хроматизм в широком спектре и нарушается коррекция астигматизма, так что качество изоб-

ражения рассматриваемых предметов, которые расположены близко к глазу, должно ухудшиться.

Рассмотренная методика расчета может иметь приложение и к анализу aberrаций отрицательных очковых линз высокой рефракции, для которых также существует неразрешимая обычными средствами проблема полевого хроматизма.

Автор выражает благодарность д-ру техн. наук В. П. Коронкевичу за постановку задачи и полезные обсуждения работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Слюсарев Г. Г.** Расчет оптических систем. Л.: Машиностроение, 1975.
2. **Чуриловский В. Н.** Теория хроматизма и aberrаций третьего порядка. Л.: Машиностроение, 1968.
3. **Ган М. А.** Теория и методы расчета голограммных и киноформных оптических элементов. Л.: ГОИ им. С. И. Вавилова, 1984.
4. **Клевцов Ю. А.** Методика расчета хода лучей через осесимметричный дифракционный оптический элемент на криволинейной подложке // Автометрия. 1994. № 3. С. 73.
5. **Чуриловский В. Н.** Теория оптических приборов. Л.: Машиностроение, 1966.
6. **Торбин И. Д., Даминов Ю. Ф.** Оптические детали из полимеров // Опт.-мех. пром-сть. 1974. № 10. С. 7.
7. **Хартридж Г.** Современные успехи физиологии зрения: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1952.
8. **Максутов Д. Д.** Астрономическая оптика. Л.: Наука, 1979.

Поступила в редакцию 30 октября 2007 г.