

**ОЦЕНКА ВРЕМЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ ИМПУЛЬСОВ  
В СЕЙСМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ НАБЛЮДЕНИЯ  
НА ОСНОВЕ МАРКОВСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ****А. А. Спектор, С. Г. Филагова***Новосибирский государственный технический университет, г. Новосибирск  
E-mail: spector@ktor.ref.nstu.ru*

Рассматривается получение оценок временного положения импульсных сигналов, вызванных шагами человека и регистрируемых сейсмической системой наблюдения. Последовательность моментов возникновения импульсов описывается марковским процессом. Для получения оценок используется аппарат нелинейной марковской фильтрации. Предложен метод быстрого вычисления одношаговой функции правдоподобия, не использующий ее аппроксимации. Приводятся результаты экспериментального исследования синтезированного алгоритма, полученные статистическим моделированием.

**Введение.** Одним из способов контроля перемещений различных объектов по поверхности земли является анализ сейсмических колебаний, возбуждаемых объектами при движении [1, 2]. При построении сейсмических систем наблюдения (ССН) первичные датчики с относительно небольшим радиусом чувствительности объединяются в антенны, зона действия которых «накрывает» контролируемые участки. Возникающие при возбуждении электрические сигналы передаются от всех датчиков в общий электронный блок, где для последующей обработки преобразуются в цифровую форму. В результате текущего компьютерного анализа создается полная картина обстановки на участке наблюдения.

Одна из актуальных задач [3], решаемых при создании ССН, – определение текущего местоположения движущегося объекта. Ее решение может быть основано на измерении временного положения информационного сигнала [4]. При этом, поскольку скорость распространения поверхностных сейсмических волн зависит от свойств грунта и сезонных условий и колеблется в больших пределах (по экспериментальным данным от 100–120 до 200–250 м/с), одним из условий применения ССН является предварительное измерение фактических скоростей с последующим использованием измеренных значений в алгоритме обработки. Отметим, что влияние неоднородности среды в окрестности отдельного датчика на скорость распространения сейсмических волн обычно незначительно. Предположение о локальной однородности среды используется в различных исследованиях и разработках в области ССН [5–7]. Причина этого – относительно малая реальная зона чув-

ствительности датчика, как правило, не превышающая с учетом влияния сейсмического фона 30–40 м.

Точность измерения координат объекта определяется точностью измерения временного положения информационного сигнала. Так как наблюдение часто сопровождается сильным сейсмическим фоном, являющимся для измерителя помехой, то актуальна задача получения точных оценок времен прихода сейсмических сигналов. Предлагаемая работа посвящена решению данной задачи.

**Постановка задачи.** Реальные сигналы в сейсмических системах дистанционного наблюдения хорошо описываются математической моделью гауссовского марковского процесса, полностью определяемой вектором своих коэффициентов предсказания [3]. Это позволяет осуществлять предварительное адаптивное выбеливание входного сигнала. Исследование сейсмических сигналов показывает, что спектрально-корреляционные различия полезных сигналов и фона незначительны, поэтому получаемый после выбеливания сигнал как в фоновой, так и в сигнальной области, представляет собой гауссовский белый шум. С учетом этого полагаем, что на вход измерителя временного положения сигнала поступает гауссовская некоррелированная последовательность вида

$$x_i = \xi_i \sum_k \sqrt{f(i-t_k)} + \varphi_i, \quad (1)$$

где  $\xi_i, \varphi_i$  – независимые белые гауссовские сигнальный и помеховый шумы с дисперсиями  $d_\xi = 1$  и  $d_\varphi$  соответственно;  $f_i = f(i)$  – сигнальная функция, описывающая изменение дисперсии наблюдаемого сигнала при сейсмическом воздействии шага;  $\{t_k, k = 1, 2, \dots\}$  – подлежащая оцениванию последовательность моментов времени (номеров отсчетов) появления шагов.

На рис. 1 приведен сигнал (1) при максимальном отношении дисперсий сигнала и фона, составляющем 10 дБ. Рисунок получен моделированием и соответствует сигнальной функции вида

$$f(i-t_k) = d_s \exp\left(-\frac{(i-t_k)^2}{2\Delta_s^2}\right). \quad (2)$$

Параметр  $d_s$  в (2) задает максимальную дисперсию полезного сигнала;  $\Delta_s$  – его длительность;  $t_k$  – временное положение  $k$ -го шага. Примем далее, что интервалы между шагами

$$t_k - t_{k-1} = T_0 + \tau_k \quad (3)$$

изменяются случайным образом, имея известное среднее значение  $T_0$  и случайную компоненту  $\tau_k$ . Параметры модели (3) определяются предваритель-

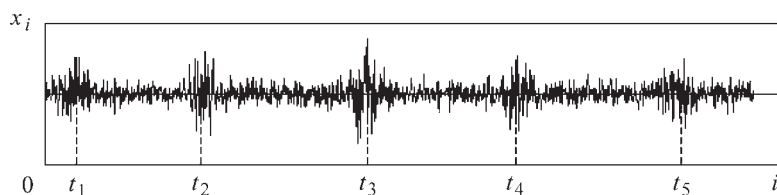


Рис. 1. Пример сигнала на входе измерителя

но путем анализа экспериментальных данных, содержащих сейсмические сигналы шагов. Так, средняя длительность шага  $T_0$  при стандартном движении человека находится в пределах 0,6–0,7 с, а некоторая неточность ее предварительного определения компенсируется наличием в модели (3) случайной компоненты, которая описывается стохастическим разностным уравнением

$$\tau_k = \gamma \tau_{k-1} + \eta_k, \quad (4)$$

где  $\eta_k$  – информационный гауссовский белый шум. Тем самым в модель наблюдаемого сигнала вводится неравномерный характер перемещения объекта наблюдения с возможностью регулирования параметров неравномерности. Параметры модели (4): коэффициент одношаговой корреляции  $\gamma$  (определяемый в марковской теории как коэффициент корреляции соседних элементов последовательности (4)) и дисперсия  $d_\tau$  – считаются известными. Ограничимся классом устойчивых моделей, для которых  $0 < \gamma < 1$ , а дисперсия  $d_\eta$  информационного белого шума  $\eta_k$  определяется выражением  $d_\eta = d_\tau (1 - \gamma^2)$ .

Из исходного наблюдаемого скалярного сигнала (1) образуем векторную последовательность  $\{X_k, k=1,2,\dots\}$ , элементы которой – векторы, состоящие из элементов исходного наблюдения, попадающих в окрестности  $\delta_k$  точек  $t_k$  истинного нахождения сигналов:  $X_k = \{x_i: i \in \delta_k\}$ . При неизвестных значениях  $t_k$  формировать окрестности  $\delta_k$  можно динамически, используя на каждом шаге ранее полученные оценки  $t_j^*$  этих значений. При размере окрестности  $\delta_k$ , большей длительности импульса, вектор  $X_k$  состоит в основном из отсчетов сигнала (в сумме с фоном), соответствующих  $k$ -му шагу.

Полагаем, что наблюдаемые данные – последовательность векторов  $\{X_k, k=1,2,\dots\}$ . Требуется получить соответствующую последовательность байесовских оценок  $\{t_k^*, k=1,2,\dots\}$  в темпе поступления входных данных, когда любая оценка  $t_k^*$  образуется на основе использования всех имеющихся к моменту оценивания текущих данных  $X_1, X_2, \dots, X_k$ . Речь идет, таким образом, об алгоритме получения оценок, ориентированном на работу в реальном масштабе времени.

**Байесовский алгоритм оценивания.** Поскольку последовательности  $\{t_k, k=1,2,\dots\}$  и  $\{\tau_k, k=1,2,\dots\}$  связаны однозначной зависимостью (3), будем находить алгоритм получения оценок  $\{t_k^*, k=1,2,\dots\}$  – второй из этих последовательностей. Оптимальной оценкой, как известно из [8], является апостериорное математическое ожидание

$$\tau_k^* = \int_{-\infty}^{\infty} \tau_k w(\tau_k | X_1, X_2, \dots, X_k) d\tau_k, \quad (5)$$

для определения которого требуется предварительно находить апостериорное распределение вероятностей (АРВ)  $w(\tau_k | X_1, X_2, \dots, X_k)$ . Оно, в свою очередь, в условиях решаемой задачи подчиняется рекуррентному соотношению [8]

$$w(\tau_k | X_1, X_2, \dots, X_k) = c_k p(X_k | \tau_k) w(\tau_k | X_1, X_2, \dots, X_{k-1}), \quad (6)$$

где  $c_k$  – нормирующий коэффициент. Согласно (6) для определения АРВ на  $k$ -м шаге необходимо знать одношаговую функцию правдоподобия  $p(X_k | \tau_k)$  и функцию  $w(\tau_k | X_1, X_2, \dots, X_{k-1})$ , являющуюся экстраполированным распределением вероятностей (ЭРВ), поскольку она описывает распределение значений параметра  $\tau_k$  на  $k$ -м шаге на основе всех данных, полученных до этого шага. ЭРВ определяется соотношением

$$w(\tau_k | X_1, X_2, \dots, X_{k-1}) = \int_{-\infty}^{\infty} \pi(\tau_k | \tau_{k-1}) w(\tau_{k-1} | X_1, X_2, \dots, X_{k-1}) d\tau_{k-1}, \quad (7)$$

в правую часть которого кроме АРВ  $(k-1)$ -го шага входит распределение вероятностей перехода  $\pi(\tau_k | \tau_{k-1})$ , имеющее в соответствии с (4) гауссовский вид

$$\pi(\tau_k | \tau_{k-1}) = (2\pi d_\eta)^{-1/2} \exp\left\{-\frac{(\tau_k - \gamma\tau_{k-1})^2}{2d_\eta}\right\}. \quad (8)$$

Будем находить АРВ в гауссовском приближении, т. е. полагаем

$$w(\tau_k | X_1, X_2, \dots, X_k) = (2\pi D_k)^{-1/2} \exp\left\{-\frac{(\tau_k - \tau_k^*)^2}{2D_k}\right\}, \quad (9)$$

где неизвестными являются апостериорные моменты – математическое ожидание  $\tau_k^*$  и дисперсия  $D_k$ , определяющие искомую оценку и ее дисперсию ошибки соответственно. Подставляя (8) и (9) (для  $(k-1)$ -го шага) в (7), нетрудно убедиться в гауссовском виде ЭРВ с математическим ожиданием  $\tau_k^{*3} = \gamma\tau_{k-1}^*$  и дисперсией  $D_k^3 = \gamma^2 D_{k-1} + d_\eta$ .

Учитывая, что исходные данные описываются моделью (1), одношаговую функцию правдоподобия запишем в виде

$$p(X_k | \tau_k) = \prod_{i \in \delta_k} (2\pi(f^2(i-t_k) + d_\varphi))^{-1/2} \exp\left\{-\sum_{i \in \delta_k} \frac{x_i^2}{2(f^2(i-t_k) + d_\varphi)}\right\}, \quad (10)$$

где

$$t_k = t_{k-1} + T_0 + \tau_k \approx t_{k-1}^* + T_0 + \tau_k. \quad (11)$$

Рассмотрим способ ее быстрого вычисления [9] как функции оцениваемого параметра  $\tau_k$  при известной выборке  $X_k$ :  $p(X_k | \tau_k) = \varphi_X(\tau_k)$ . Зависимостью множителя  $z = \prod_{i \in \delta_k} (2\pi(f^2(i-t_k) + d_\varphi))^{-1/2}$  в выражении (10) от  $\tau_k$  можно пренебречь, если выполняется условие  $\delta_k \gg \Delta_s$ , в результате чего получаем

$$\varphi_X(\tau_k) \approx z \exp\left\{-\sum_{i \in \delta_k} \frac{x_i^2}{2(f^2(i-t_{k-1}^* - T_0 - \tau_k) + d_\varphi)}\right\}, \quad (12)$$

где учтено соотношение (11). Выражение в показателе экспоненты представляет собой свертку функций  $y_i = x_i^2$  и  $h_i = \frac{1}{2(f^2(i - t_{k-1}^* - T_0) + d_\varphi)}$ . Ее вычисление можно выполнить с использованием преобразования Фурье, с учетом чего (12) представим в виде

$$\varphi_X(\tau_k) \approx C \exp(F^{-1}(F(Y)F(H))), \quad \tau_k \in \delta_k.$$

Здесь  $C$  – константа, не зависящая от  $\tau_k$ ;  $Y = \{y_i, i \in \delta_k\}$ ;  $H = \{h_i, i \in \delta_k\}$ ;  $F(\cdot)$  и  $F^{-1}(\cdot)$  – прямое и обратное дискретные преобразования Фурье, при вычислении которых можно использовать быстрые процедуры.

АРВ находится согласно (6):

$$w(\tau_k | X_1, X_2, \dots, X_k) = c_k \varphi_X(\tau_k) w(\tau_k | X_1, X_2, \dots, X_{k-1}),$$

где нормирующая константа определяется выражением

$$c_k = \left( \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_X(\tau_k) w(\tau_k | X_1, X_2, \dots, X_{k-1}) d\tau_k \right)^{-1}.$$

Апостериорное математическое ожидание находится в соответствии с (5) численным интегрированием, аналогично определяется апостериорная дисперсия:

$$D_k = \int_{-\infty}^{\infty} (\tau_k - \tau_k^*)^2 w(\tau_k | X_1, X_2, \dots, X_k) d\tau_k.$$

**Результаты экспериментов.** Работа алгоритма исследовалась экспериментально на математической модели. Статистический эксперимент проводился путем генерирования и обработки сигналов, содержащих по 50 импульсов. Путем сопоставления истинного  $t_k$  и измеренного  $t_k^*$  моментов времени определялась ошибка измерения  $\varepsilon_k = t_k - t_k^*$ , а по совокупности экспериментов находилась дисперсия этой ошибки  $D_\varepsilon$ . Ее зависимость от отношения сигнал/фон ( $q^2 = d_s/d_\varphi$ ) для различных значений  $\gamma$  и  $d_\tau$  показана на рис. 2. Увеличение отношения сигнал/шум и коэффициента одношаговой

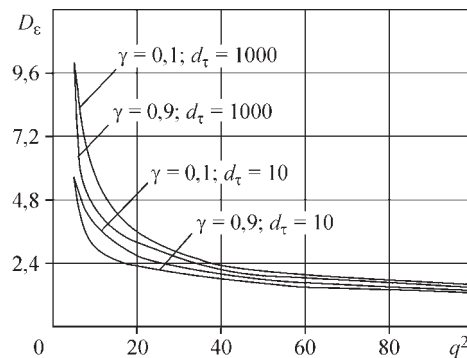


Рис. 2. Характеристики точности работы алгоритма

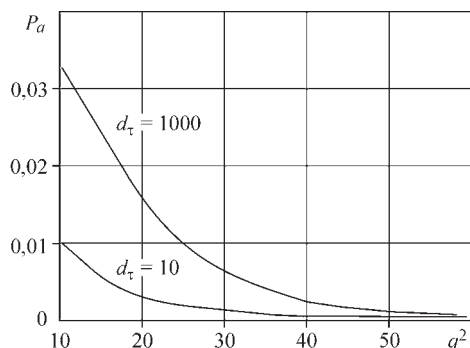


Рис. 3. Зависимость вероятности срыва слежения от отношения сигнал/шум

корреляции  $\gamma$  и уменьшение интенсивности флуктуаций периода  $d_\tau$  приводят к снижению ошибок. При больших значениях  $q^2$  влияние всех параметров на дисперсию ошибок невелико. Однако при уменьшении уровня сигнала наблюдается существенное снижение дисперсии ошибок в случае больших значений коэффициента одношаговой корреляции. Этот факт важен для сейсмических систем дистанционного наблюдения, поскольку для них условия слабого сигнала являются типичными.

Отказ от обычно применяемого представления логарифма функции правдоподобия в виде ряда Тейлора [8] и использование численных методов при нахождении функции правдоподобия и апостериорных моментов повышают устойчивость алгоритма к возникновению anomальных ошибок измерения. Графики зависимости вероятности появления anomальной ошибки  $P_a$  от отношения сигнал/шум, полученные при  $\gamma = 0,9$ , даны на рис. 3. В эксперименте anomальная ошибка фиксировалась, когда выполнялось условие  $|\varepsilon_k| > 3\Delta_s$ , т. е. текущая ошибка превышала максимальную длительность сигнального импульса. Увеличение отношения сигнал/шум приводит к снижению значения  $P_a$ , особенно заметному в области малых значений  $q^2$ . При  $q^2 > 35-40$  опасность anomальных ошибок пренебрежимо мала. Наблюдается сильная зависимость вероятности anomальных ошибок от величины флуктуационных изменений промежутка между импульсами: увеличение дисперсии  $d_\tau$  приводит к существенному увеличению вероятности  $P_a$ .

**Заключение.** Заметим, что возникновение anomальной ошибки для измерительной процедуры, которую можно интерпретировать как работу следящей системы, не означает срыва слежения. Как показывают эксперименты, в подавляющем большинстве случаев на последующих шагах система возвращается к режиму нормальных ошибок. Это объясняется тем, что при достаточно больших размерах апертуры  $\delta_k$  в рабочей зоне даже при значительных локальных ошибках оказываются участки сигнального импульса.

Отметим также, что практическая реализация развитого в данной работе метода оценивания временных задержек возможно лишь в сочетании с адаптивным принципом. Применение адаптации позволяет учесть изменения свойств грунта, сезонных и погодно-климатических факторов, а также факторов, определяющих фоновую сейсмическую обстановку. Задача адаптации при этом заключается [3] в измерении текущих параметров модели предсказания сейсмического сигнала, которые используются затем для образования выделенного сигнала (1).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Иванов В. А., Онуфриев Н. В.** Развитие принципов адаптации сейсмических средств охраны участков местности // Радиотехника. 2005. № 3. С. 97.
2. **Крюков И. Н.** Математическая модель подсистемы обнаружения сейсмических средств обнаружения территориально-распределенных радиотехнических систем охраны // Там же. С. 84.
3. **Райфельд М. А., Спектор А. А.** Непараметрический метод обнаружения сигналов от сейсмически активных объектов // Автометрия. 2005. 41, № 6. С. 88.
4. **Гришин Ю. П., Ипатов В. П., Казаринов Ю. М. и др.** Радиотехнические системы: Учеб. для вузов по спец. «Радиотехника» /Под ред. Ю. М. Казаринова. М.: Высш. шк., 1990.
5. **Дудкин В. А., Митрохин М. А., Дудкин С. В.** Интерфейс пользователя для моделирования сейсмических сигналов // Современные технологии безопасности. Пенза: Пензенский гос. ун-т, 2005. № 1. С. 24.
6. **Дудкин В. А.** Варианты построения пассивных сейсмических локаторов, основанных на измерении временных задержек // Современные технологии безопасности. Пенза: Пензенский гос. ун-т, 2005. № 4. С. 15.
7. **Кичкидов А. А., Кашаев Е. Д., Дудкин В. А.** Проблема использования априорных сведений о среде распространения для повышения эффективности сейсмических систем охранной сигнализации // Матер. Шестой всерос. науч.-техн. конф. «Современные охранные технологии и средства обеспечения комплексной безопасности объектов». Пенза: Пензенский гос. ун-т, 2006. С. 51.
8. **Тихонов В. И., Кульман Н. К.** Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. М.: Сов. радио, 1975.
9. **Спектор А. А.** Текущая марковская оценка смещения кадров, формируемых различными датчиками изображений // Науч. вест. НГТУ. Новосибирск: НГТУ, 2002. № 1. С. 3.

*Поступила в редакцию 29 марта 2007 г.*