

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 621.391.266

**ПРОВОЛОЧНАЯ МОДЕЛЬ ПРОСТРАНСТВЕННОГО
ГРУППОВОГО ТОЧЕЧНОГО ОБЪЕКТА***

Я. А. Фурман, К. Б. Рябинин, М. И. Красильников

*Марийский государственный технический университет, г. Йошкар-Ола
E-mail: rts@martsu.mari.ru*

С позиции кватернионного анализа рассмотрена процедура получения аналитической модели пространственного группового точечного объекта. Упорядочение точек сводится к нумерации вершин ассоциированного с объектом выпуклого многогранника. Проволочная модель представляет собой пространственную полигональную линию, проходящую без разветвлений через все точки объекта.

Введение и постановка задачи. Широкий класс задач обработки изображений, формируемых современными информационными системами, связан с извлечением информации из изображений в виде компактно расположенного множества изолированных точечных отметок – групповых точечных объектов (ГТО) [1–4]. Операции локализации, распознавания и оценки параметров ГТО обычно завершают процесс обработки изображений, сформированных астродатчиками, тепловизорами, радио- и гидролокаторами. Успешное решение таких задач возможно при наличии адекватной аналитической модели ГТО, позволяющей представить изображения ГТО в виде сигнала и выработать набор мер схожести с другими ГТО, в том числе и с эталонными, а также осуществить структурный анализ изображения.

Изображение ГТО более информативно по сравнению с изображением отдельного точечного объекта. Оно обладает формой, внутренней структурой и яркостным портретом. Некоторые его точки могут представлять для пользователя особый интерес. Примером служит решение задачи идентификации изображения произвольной звезды по групповому портрету окружающих ее звезд в пределах машинного кадра астродатчика космического аппарата. Каждому участку звездного неба соответствуют ГТО с оригинальной структурой, что дает возможность с высокой эффективностью осуществлять подобную идентификацию [5].

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 07-01-00058а).

Для последнего времени характерен постоянно возрастающий интерес к пространственно расположенным ГТО (ПГТО). Учет третьей координаты усиливает степень ортогональности зашумленных ГТО разных классов [6, 7]. В конечном счете это приводит к росту эффективности результатов обработки, но связано со значительным увеличением объема требуемых вычислений. Заметное упрощение обработки ПГТО может быть достигнуто при анализе только тех пикселей, которые содержат точечные отметки, т. е. при переходе от трехмерной к одномерной задаче. В таком виде локализованный ПГТО задается пучком радиусов-векторов или контуром – ломаной линией, проходящей через каждую из его точек. Последовательность аналитических представлений радиусов-векторов или отрезков такого полигонального контура может рассматриваться в качестве аналитической модели ПГТО.

Для получения однозначной модели ПГТО в виде одномерного вектора кроме знания координат каждой из его отметок необходимо задать закон следования этих отметок, т. е. выполнить процедуру конкатенации множества точек (упорядочения, нумерации). Задача упорядочения точек некоторого подмножества $\Xi = \{\xi(l)\}_{0, s-1}$ ставится следующим образом [3]. Пусть первичный номер $l, l=0, 1, \dots, s-1$, присваивается точке по какому-либо стандартному правилу, одинаковому для всех рассматриваемых классов ГТО, например в порядке появления отметки при формировании сцены. Необходимо, используя закономерность взаимного расположения точек множества Ξ , присвоить каждой из них номер $n, n+1, \dots$. Последовательность этих номеров для точек множества инвариантна к групповым преобразованиям поворота, масштабирования и переноса, а также в определенных пределах устойчива к ошибкам измерения координат точек. Такая процедура проводится для изображений анализируемого и всех эталонных ГТО.

Среди применяемых алгоритмов упорядочения множества точек следует отметить алгоритм «Минимальное дерево» [8]. В качестве информативного признака он использует величину расстояния между отметками ГТО. Задача упорядочения рассматривается как минимизация длины сети, связывающей точки кабелем минимальной длины. Другой подход к упорядочению отметок ГТО базируется на алгоритме объективной группировки «Спектр» [9], также использующем для работы значения расстояния между точками. Подход к упорядочению отметок ГТО на основе значений угловых расстояний текущих векторов пучка от начального радиуса-вектора описан в [3].

Еще раз отметим, что основой для получения аналитического описания ГТО, трактуемого далее как сигнал, является успешно осуществленная процедура упорядочения отметок ГТО. Сигнал, который ставится в соответствие каждому из упорядоченных ГТО, получается далее в результате достаточно рутинной операции последовательного кодирования любым известным способом взаимного положения отметок объекта. При наличии сигналов, соответствующих полученному изображению зашумленного ГТО и изображениям эталонных ГТО, задачи распознавания и оценки параметров зашумленного ГТО решаются известными способами теории обработки сигналов путем формирования мер схожести и определения номера эталонного ГТО, для которого эта мера максимальна.

Следует также отметить описанный в работах [2, 10] подход к распознаванию и оценке параметров изображения ГТО, основанный на непосредственном и поочередном сравнении этого изображения с изображениями эталонных ГТО всех распознаваемых классов (квазикорреляционный метод). Если при наличии аналитической модели ГТО возможно вычисление пара-

метров, необходимых для наилучшего совмещения распознаваемого ГТО с каждым из эталонных, то при квазикорреляционном методе требуется громоздкая поисковая процедура для такого совмещения [11], особенно для трехмерного случая. В то же время квазикорреляционный метод работоспособен при обнаружении нескольких отметок распознаваемого ГТО или при появлении ложных отметок.

В отличие от двумерного случая для упорядочения расположенного в трехмерном пространстве множества точек можно использовать информацию не только о расстоянии между точками, но и новые геометрические структуры – в первую очередь это плоскости, задаваемые точками отдельных подмножеств, и геометрические тела, образуемые в результате пересечения плоскостей.

Цель данной работы заключается в рассмотрении одного из подходов к получению аналитической модели ПГТО по результатам упорядочения его отметок, основанного на построении ассоциированного с ПГТО семейства вложенных выпуклых многогранников, вершинами которых служат точки объекта.

Кватернионная модель пространственного группового точечного объекта. Пусть $A = \{a_n\}_{0, s-1}$ – множество s точек, расположенных в трехмерном пространстве (рис. 1). Каждую его точку a_n соединим с началом отсчета одноименным вектором $a_n = a_{n,1}i + a_{n,2}j + a_{n,3}k$, $n = 0, 1, \dots, s-1$, заданным в кватернионном виде. В результате получим кватернионный сигнал (КТС)

$$A = \{a_n\}_{0, s-1} = \{a_{n,1}i + a_{n,2}j + a_{n,3}k\}_{0, s-1}, \quad (1)$$

который адекватно задает ГТО, расположенный в пространстве. Далее КТС будем обозначать заглавными буквами A, B, Q, P , а входящие в их состав векторы и одноименные кватернионы – соответствующими строчными буквами.

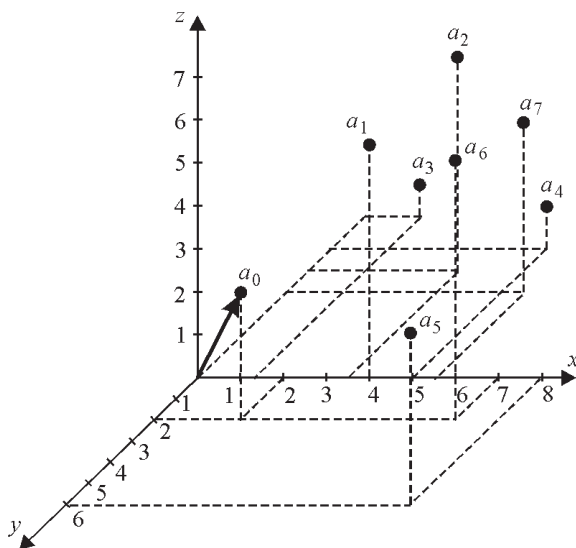


Рис. 1. Пространственный групповой точечный объект

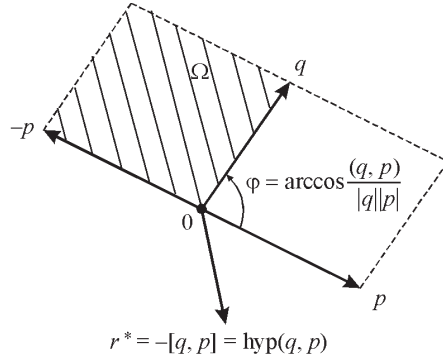


Рис. 2. Геометрическая интерпретация скалярного произведения кватернионов

Скалярное произведение (СП) КТС вводится следующим образом [3] (рис. 2):

$$\begin{aligned} \eta = (P, Q) &= \sum_{n=0}^{s-1} p(n) q^*(n) = \\ &= \sum_{n=0}^{s-1} (p(n), q(n))_E - \sum_{n=0}^{s-1} [p(n), q(n)]. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь первое слагаемое $(p(n), q(n))_E$ – СП векторов $p(n)$ и $q(n)$, заданных в действительном линейном пространстве E , в нормированном виде, равно углу между этими векторами. Второе слагаемое в (2) состоит из суммы векторных произведений векторов $p(n)$ и $q(n)$, $n=0, 1, \dots, s-1$, и является гипер-

комплексной частью СП: $\text{hyp}(P, Q) = - \sum_{n=0}^{s-1} [p(n), q(n)]$.

Два КТС P и Q будут ортогональными при условии $(P, Q) = 0$. Это условие требует равенства нулю не только суммы СП векторов в пространстве E , но и суммы их векторных произведений (клиффордово произведение векторов). Отсюда следует большая информативность СП векторов в кватернионном пространстве H по сравнению с пространством E , а также «хрупкость» этой меры схожести векторных сигналов. Условие ортогональности векторов в H значительно более жесткое, чем в E . Но если оно выполняется, то появляется возможность проводить ортогональные преобразования и фильтрацию сигналов не в трехмерном, а в одномерном виде.

В работе [12] получен ортогональный базис $\{Q_m\}_{0, s-1}$, $(Q_l, Q_m) = \|Q_l\|^2$ при $l = m$ и $(Q_l, Q_m) = 0$ при $l \neq m$, что позволяет выполнять дискретное преобразование Фурье кватернионных сигналов:

$$c(m) = \{A, Q_m\} = \sum_{n=0}^{s-1} a_n q_m^*(n), \quad m=0, 1, \dots, s-1. \quad (3)$$

Необходимо отметить, что подобные преобразования представляют интерес лишь в том случае, если компоненты КТС упорядочены. В противном случае один и тот же ПГТО будет иметь множество разных спектров.

Более высокая информативность СП η векторов в пространстве H заключается в возможности за счет его дополнительной гиперкомплексной части $\text{hyp}(\eta)$ устанавливать более высокую степень схожести (различия) между сигналами в трехмерном пространстве. В качестве примера рассмотрим КТС $P = \{i + j; i + k\}$ и $Q = \{i - j + 1, 5k; i + 3j - k\}$, имеющие нормы $\|P\| = 2$ и $\|Q\| = 3,74$ (рис. 3, а). СП данных КТС в пространстве E равно нулю, что должно свидетельствовать об отсутствии связи между сигналами. В то же время СП этих сигналов в пространстве H дает $(P, Q) = 1,5i - 0,5j - k$, $|(P, Q)| = 1,87$. Этот результат означает, что проекция сигнала P на сигнал Q не равна нулю.

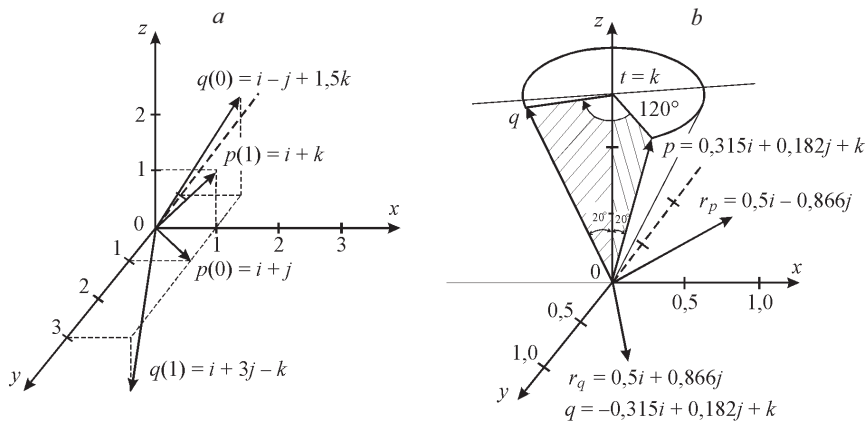


Рис. 3. Примеры кватернионных сигналов, различие между которыми устанавливается только скалярным произведением векторов в пространстве H : для кватернионных сигналов P и Q (а), для векторных сигналов t , p и q (б)

Она соизмерима с нормой сигнала P и, следовательно, оба сигнала достаточно тесно связаны между собой.

На рис. 3, б представлены три векторных сигнала t , p и q . Вектор t является направляющим вектором оси, вокруг которой вращается вектор p . В результате поворота этого вектора на угол 120° получается вектор q . Между вектором t и векторами p и q одинаковый угол, равный 20° . Поэтому нормированные СП $(\overline{p}, t)_E$ и $(\overline{q}, t)_E$ одинаковы и равны $0,94$ (здесь и далее черта над символом означает операцию нормировки). Следовательно, сигналы p и q относительно сигнала t неразличимы. Но если сформировать аналогичные СП в пространстве H , то окажется, что сигналы p и q расположены по отношению к сигналу t в разных плоскостях, нормали к которым соответственно $r_p = 0,5i - 0,866j$ и $r_q = 0,5i + 0,866j$. Благодаря этому становится возможным количественно охарактеризовать различие между сигналами p и q .

Из представления (2) и приведенных примеров следует, что СП трехмерных сигналов, заданных в кватернионном виде, дает возможность непосредственно оценить степень схожести (различия) между сигналами. Если же эти сигналы представлять векторами в пространстве E , то для получения таких же оценок, кроме вычисления СП, необходимо проводить дополнительные расчеты.

Синтез ассоциированных с ПГТО выпуклых многогранников. Для упорядочения ПГТО необходимо установить для каждой его отметки свойства, отличные от свойств других отметок. Кроме значений расстояний между данной отметкой и всеми другими отметками можно ввести такой информативный признак, как расположение подгруппы (подмножества) отметок в одной плоскости. В результате ПГТО может быть задан пересечением конечного числа полупространств, каждое из которых содержит ограничивающую его плоскость. Таким образом, каждому из ПГТО ставится в соответствие выпуклый многогранник, в котором установлена взаимосвязь между отметками объекта. Чтобы синтезируемый многогранник был выпуклым, его грани должны содержать лишь граничные точки ПГТО. Для граничной точки любой шар с центром в ней содержит как часть точек всего объекта, так и его дополнение относительно всего пространства. Совокупность граничных то-

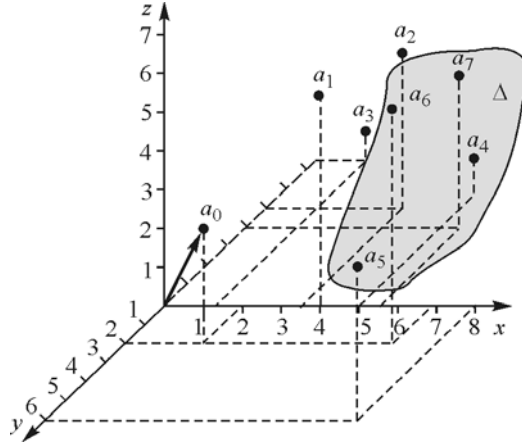


Рис. 4. Критическая плоскость, проходящая через точки a_4, a_5, a_6 и a_7 множества $A = \{a(n)\}_{0,7} = \{(2; 2; 3), (4; 0; 5,5), (3,5; -5; 4), (1,4; -7,55; 0,6), (5; -6; 1), (8; 6; 4), (7; 2; 6), (5,5; -4,2; 4,2)\}$

чек образует границу многогранника, состоящую из конечного числа граней, каждая из которых является выпуклым многоугольником. Синтез такого многогранника выполним на основе метода критических линий и плоскостей [13].

Критическая плоскость для заданного в пространстве множества точек. Пусть точки множества $A = \{a_n\}_{0, s-1}$ заполняют некоторый ограниченный объем, т. е. располагаются внутри сферы с конечным значением радиуса. Критическая плоскость Δ для множества A обладает следующими свойствами: содержит не менее трех точек множества, все остальные точки расположены по одну сторону плоскости Δ (рис. 4).

Полагаем, что ряд точек принадлежит некоторой плоскости Ω . Чтобы эта плоскость обладала свойствами критической, необходимо проверить относительно нее расположение всех остальных точек множества A . Рассмотрим подход к проверке плоскости Ω на критичность. Проверяемая плоскость с лежащими в ней точками a_0, a_1, a_2 и a_9 изображена на рис. 5. Над ней находятся точки a_3, a_4, a_5 , а под ней – точки a_6, a_7, a_8 . Нормаль r^* к плоскости Ω , определенная через векторы a_0, a_1, a_2 , имеет вид $r^* = \text{hup}(a_1 - a_0, a_2 - a_0)$.

Из точки a_3 , расположенной над плоскостью, и из точки a_8 , находящейся под плоскостью, проведем к плоскости перпендикуляры. В одном случае направляющие векторы этих перпендикуляров будут коллинеарны, а в другом – антиколлинеарны с нормалью r^* . Как видно из рис. 5, эти направляющие векторы определяются из прямоугольных треугольников через гипотенузу, соединяющую проверяемую точку с полюсом a_0 , и косинус угла φ . Если нормированный направляющий вектор перпендикуляра коллинеарен нормали r^* , то их скалярное произведение равно единице, если антиколлинеарен, то минус единице. При замене направляющего вектора перпендикуляра вектором $a_n a_0$, соединяющим проверяемую точку a_n с полюсом a_0 , положение проверяемой точки влияет на знак реальной части кватернионного СП $(a_n a_0, r^*)$. Когда плоскость Ω обладает свойством критичности, все значения $\text{Re}(a_n a_0, r^*)$, $n = 0, 1, \dots, s-1$, будут одного знака.

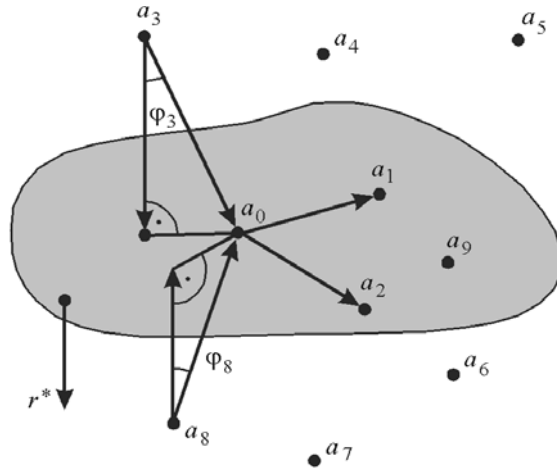


Рис. 5. Определение положения точки ПГТО относительно плоскости

Критические линии для расположенного на плоскости множества точек. Пусть Ω – произвольно расположенная в трехмерном пространстве плоскость, а $A = \{a_n\}_{0, s-1}$ – множество заданных на ней точек. Произвольную точку множества, например a_n , выберем в качестве полюса π и соединим ее прямыми со всеми остальными точками (рис. 6, *a*). Каждая из прямых делит плоскость Ω на две полуплоскости. Полюс π будет внутренней точкой множества A , если в каждой полуплоскости находится хотя бы одна, не расположенная на разделительной прямой, точка множества A . Точка $\pi = a_4$ на рис. 6, *a* является именно такой точкой. Аналогично точка $\pi = a_n$ является граничной, если одна из полуплоскостей является пустой (точка a_0 на рис. 6, *b*). Прямая, обладающая свойством разделять подобным образом точки множества A , будет критической линией.

Существует следующий подход для принятия аналитическим путем решения о критичности прямой, проходящей через две точки множества A . Пусть разделительная прямая проходит через полюс a_3 и точку a_1 . Необходи-

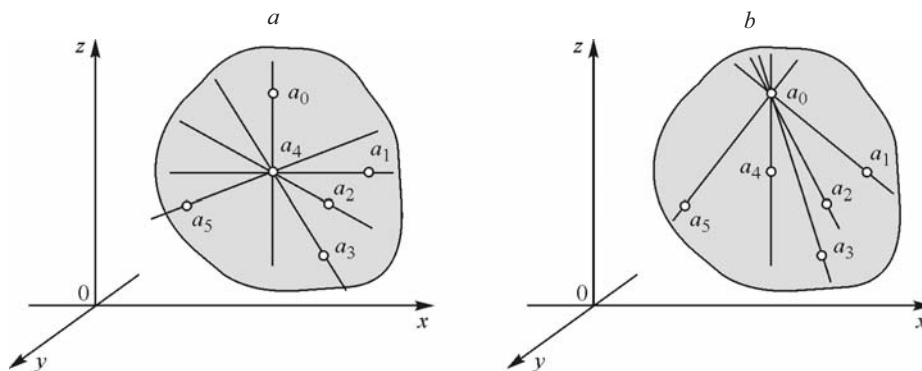


Рис. 6. Определение критической линии заданного на плоскости множества точек: точка a_4 – внутренняя точка множества (*a*), точка a_5 – граничная точка множества (*b*)

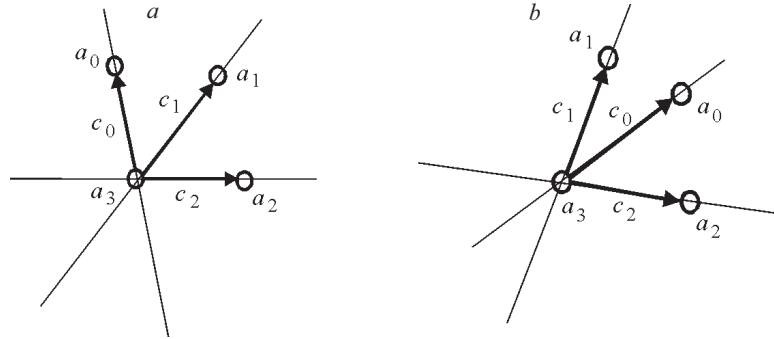


Рис. 7. Расположение точек a_0 и a_2 : по обе стороны разделяющей прямой a_3a_1 (a), по одну сторону от разделяющей прямой a_3a_1 (b)

мо определить, как относительно нее расположены точки a_0 и a_2 (рис. 7). Нормированная гиперкомплексная часть $\text{hur}(c_n, c_m)$ СП векторов c_n и c_m задает нормаль r^* к плоскости, «натянутой» на эти векторы. Она направлена таким образом, чтобы поворот от c_n к c_m , если смотреть с вершины нормали, происходил в том же направлении, в котором выполняется кратчайший поворот от оси OX к оси OY . Поэтому разделяющая прямая будет критической линией при следующем условии: все нормали к плоскостям, образованным направляющим вектором разделяющей прямой и вектором, соединяющим полюс с текущей точкой множества A , должны быть коллинеарными. При наличии хотя бы одной антиколлинеарной нормали данная разделяющая прямая не будет критической.

Начальный этап синтеза многогранника. Множество отметок ПГТО можно разбить на l пересекающихся подмножеств A_m , $m=0,1,\dots,l-1$. Эти подмножества обладают тем общим свойством, что точки $A_m = \{a_{n,m}\}_{0,1,2,\dots}$ m -го подмножества расположены на одной критической плоскости Δ_m и являются вершинами многоугольника, образованного ребрами грани G_m .

Исходным этапом синтеза многогранника X , ассоциированного с КТС $A = \{a_n\}_{0,s-1}$, является построение нулевой (начальной) критической плоскости Δ_0 и определение находящихся в ней точек подмножества $A_0 = \{a_{n,0}\}_{0,s_0-1}$. Отсутствие априорной информации о принадлежности точек ПГТО конкретным подмножествам A_m обуславливает поиск плоскости Δ_0 путем перебора всевозможных плоскостей, которые можно построить по s точкам. С этой целью из множества $A = \{a_n\}_{0,s-1}$ произвольно выбираются три точки, формируется проходящая через них плоскость и выполняется проверка ее на критичность. Как было показано выше, для этого вычисляется нормаль r к каждой текущей плоскости. Если плоскость обладает свойством критичности, то знаки косинусов всех углов, образованных векторами, соединяющими каждую из оставшихся $(s-1)$ точек с полюсом, и нормалью r , будут одинаковыми.

После получения нулевой критической плоскости Δ_0 определяем расположенные в ней точки $a_{n,0}$ подмножества A_0 . Они будут вершинами выпуклого многоугольника, ограничивающего G_0 , а стороны многоугольника – ребрами многогранника, относящимися к этой грани. Следующей процедурой является упорядочение отметок данного подмножества точек. Оно происходит попутно при построении критических линий подмножества A_0 : если

одну из вершин получившегося многоугольника назначить начальной и выбрать направление обхода, то устанавливается порядок следования друг за другом остальных точек множества. В кватернионном виде последовательность $\Delta a_m = a_{m+1} - a_m$, $m=0, 1, \dots, s_0 - 1$, ребер грани G_0 представляет собой КТС, задающий в аналитическом виде эту грань. КТС содержит информацию о форме грани и ее геометрических характеристиках.

Результат начального этапа представляется в виде фрагмента полного графа, описывающего структуру многогранника X . Вершина фрагмента этого графа содержит упорядоченную последовательность точек грани G_0 . Связи с другими вершинами графа задаются ребрами грани G_0 .

Промежуточные этапы синтеза многоугольника. Полученные на начальном этапе грань G_0 и фрагмент полного графа упрощают поиск остальных граней. Очередная грань должна быть смежной с предыдущей, т. е. иметь общее ребро. При поиске грани G_m , $m=1, 2, \dots, l-1$, две точки подмножества $A_m = \{a_{n,m}\}$ уже известны, поэтому определение остальных ее точек среди оставшихся точек множества A является несложной процедурой. Каждая построенная грань G_m увеличивает на единицу количество вершин в фрагменте полного графа многогранника. Новая вершина имеет связи не только с другими вершинами фрагмента графа, но и откроет связи с вершинами, которые будут построены при получении других граней G_{m+1}, G_{m+2}, \dots . Поскольку выпуклый многогранник характеризуется конечным значением своего объема, то рассматриваемая процедура заканчивается при замыкании всех связей формируемого полного графа. В этом случае соотношение между количеством вершин V , граней Γ и ребер P определяется формулой Эйлера $V - P + \Gamma = 2$ [14].

После построения полного графа в нашем распоряжении имеются аналитические представления всех граней G_0, G_1, \dots, G_{l-1} в виде их пространственных контуров D_0, D_1, \dots, D_{l-1} . Контур $D_m = \{d_m(n)\}$, $m=0, 1, \dots, l-1$, представляет последовательность из упорядоченных ребер грани G_m . Общий вид ассоциированного с ПГТО (см. рис. 1) выпуклого многогранника X и его полный граф показаны на рис. 8.

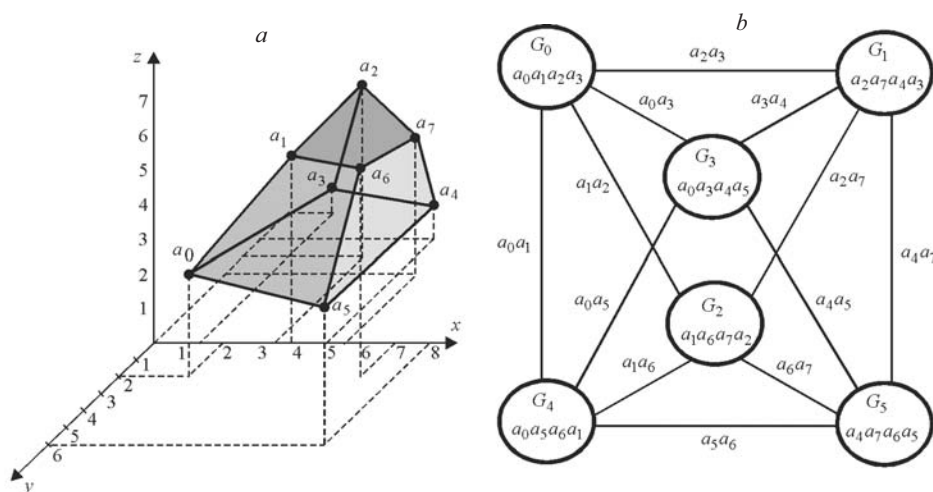


Рис. 8. Результаты анализа связей пространственного ГТО, представленного на рис. 1: ассоциированный с ГТО выпуклый многогранник X (a), полный граф многогранника (b)

Из вышеизложенного следует:

1. Многоугольник грани всегда является выпуклой фигурой. Поэтому возможно, что часть точек, расположенных в плоскости грани, находится либо внутри его, либо на ребрах грани. Эти точки не определяют форму грани. Те из них, которые расположены на ребрах, нумеруются при обходе контура. Для внутренних точек грани синтезируется свой вложенный выпуклый многоугольник, при обходе которого они упорядочиваются.

2. Вершины и ребра многогранника X состоят из внешних точек множества A . Из остальных точек множества синтезируется последовательность вложенных многоугольников X_1, X_2, \dots (рис. 9).

Упорядочение граней выпуклого многогранника и построение проволочной модели ПГТО. Рассмотренные выше методы структурного анализа ПГТО позволяют перейти к модели данного объекта в виде одномерного вектора с кватернионными компонентами, причем номера компонент сохраняются при линейных преобразованиях изображения. Благодаря этому номера точек будут с высокой вероятностью сохраняться при изменении масштаба и вращении объекта, а также при воздействии на него шумов с ограниченной дисперсией. Такая модель (далее она будет называться проволочной) позволяет применить для обработки ПГТО стандартные методы обработки сигналов.

Первой процедурой для получения проволочной модели ПГТО является упорядочение граней ассоциированного с ним многогранника, что устанавливает порядок рассмотрения его граней $\{G_n\}_{0, l-1}$. Основанием для присвоения грани порядкового номера является степень сложности контура $D_n = \{d_n(m)\}_{0, s_n-1}$, который был получен при построении критической плоскости Δ_n . Рассмотрим два подхода к упорядочению граней многогранника.

Упорядочение граней на основе их интегральных характеристик. Анализ контура грани G_n дает возможность найти нормаль r_n к плоскости грани и количество ее вершин s_n , а также интегральные характеристики: площадь S_n ,

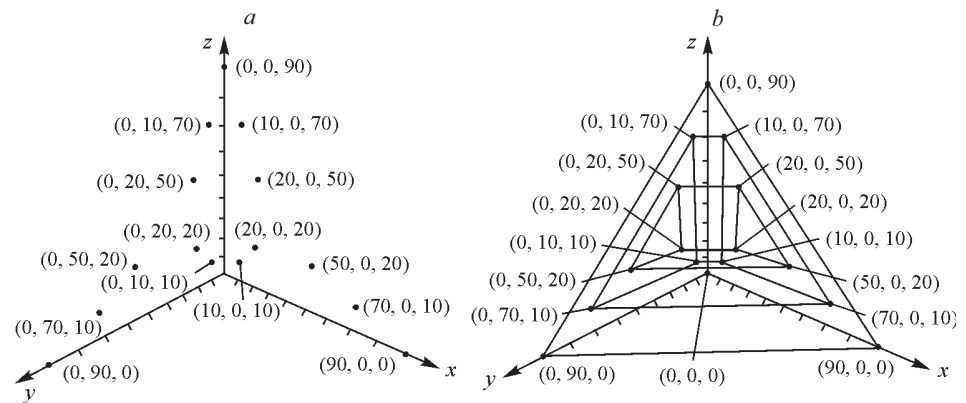


Рис. 9. Результаты анализа связей пространственного ГТО, содержащего граничные и внутренние точки: изображение ГТО (а), система ассоциированных с ГТО вложенных выпуклых многогранников (б)

положение центра тяжести t_n грани относительно центра тяжести t_x многогранника X , периметр L_n , коэффициент формы k_ϕ и другие:

$$S_n = 0,5 \sum_{v=1}^{s_n-2} \left| \left(\sum_{m=0}^{v-1} d_n(m), d_n(v) \right) \right|; \quad L_n = \sum_{m=0}^{s_n-1} |d_n(m)|; \quad (4)$$

$$k_\phi = L_n^2 / S_n; \quad t_n = \frac{1}{S} \sum_{v=1}^{s_n-2} \sum_{m=0}^{v-1} d_n(m) - t_x.$$

Начальная грань. Грань с нулевым номером (начальная грань) должна иметь набор информационных признаков, обеспечивающих ее значительное отличие от остальных граней. Чем больше вершин содержит грань, тем больше ребер отходит от нее к другим граням и тем больше информации по сравнению с остальными гранями содержит данная грань. Поэтому такой грани присваивается нулевой номер. Обычно подобных граней может быть несколько и для нулевой грани необходимо учитывать различие интегральных характеристик граней. В первую очередь она должна иметь наибольшую (наименьшую) площадь S_n или наибольший (наименьший) периметр L_n . Причем эти характеристики значительно отличаются от значений S и L других граней. Различие форм граней характеризует коэффициент формы. В условиях действия шумов интегральные характеристики граней становятся случайными величинами и различие между ними должно устанавливаться статистическими методами.

Нумерация остальных граней выполняется в соответствии с правилами:

- 1) грань должна быть смежной по отношению к грани с предыдущим номером;
- 2) грань должна быть с наиболее отличающимися характеристиками от грани с предыдущим номером.

Упорядочение на основе расстояний между гранями. Рассмотренный подход к упорядочению граней на основе различия их интегральных характеристик имеет эвристический характер. Представляя контуры граней элементами метрического пространства, можно найти расстояние между ними и тем самым с позиции критерия максимума расстояния оптимизировать процедуру нумерации граней многогранника X .

Пусть $\{D_n\}_{0,l-1}$ – множество контуров многоугольников граней $\{G_n\}_{0,l-1}$ многогранника X , где $D_n = \{d_n(m)\}_{0,s-1}$, $d_n(m) = d_{n,1}(m)i + d_{n,2}(m)j + d_{n,3}(m)k$, $m=0,1,\dots,s-1$, – контур грани G_n . Квадрат расстояния между пространственными контурами D_n и D_v имеет вид [3]

$$R_{n,v}^2 = \|D_n\|^2 + \|D_v\|^2 - 2\text{Re}(D_n, D_v), \quad (5)$$

где

$$(D_n, D_v) = \sum_{m=0}^{s_n-1} d_n(m) d_v^*(m). \quad (6)$$

Пусть текущая грань имеет номер u , т. е. $G_n = G_n^{(u)}$, а следующий номер надо присвоить одной из граней $G_{v+1}, G_{v+2}, \dots, G_{v+h}$. Для принятия реше-

ния в соответствии с выражением (5) вычисляется h значений расстояний $R_{n, v+1}^2, R_{n, v+2}^2, \dots, R_{n, v+h}^2$ между контуром D_n и контурами $D_{v+1}, D_{v+2}, \dots, D_{v+h}$. Следующий $(u+1)$ -й номер присваивается грани, для которой значение вычисленного расстояния максимально, т. е.

$$G_{v+\lambda} = G_{v+\lambda}^{(u+1)} \quad \text{при } R_{n, v+\lambda}^2 \rightarrow \max, \quad \lambda = 1, 2, \dots, h. \quad (7)$$

Грани многогранника X , представленного на рис. 8, a , и исходные номера граней (рис. 8, b) по данному алгоритму упорядочиваются следующим образом:

$$G_3^{(0)}, G_5^{(1)}, G_1^{(2)}, G_0^{(3)}, G_2^{(4)}, G_4^{(5)}. \quad (8)$$

Проволочная модель выпуклого многогранника. Конечной целью проводимого в данной работе анализа является построение модели ПГТО по результатам упорядочения всех его точек. Нумерация граней хотя и устанавливает определенный порядок в множестве $A = \{a_n\}_{0, s-1}$, но не создает возможность для сквозной нумерации всех точек множества. Алгоритм, реализующий такую процедуру, основан на информации, полученной из полного графа многогранника X и в результате упорядочения его граней в виде последовательности $\{G^{(v)}\}_{n=0, 1, \dots, l-1}$.

Процедура начинается выбором нулевой точки. В качестве нее служит одна из точек $a_n = a_n^{(0)}$ грани $G^{(0)}$. Последующие точки $a^{(1)}, a^{(2)}, \dots, a^{(s-1)}$ берутся в порядке обхода контура грани $G^{(0)}$ в направлении по часовой стрелке. Затем обходятся точки граней $G^{(1)}, G^{(2)}$ и т. д. При этом исключаются ранее пронумерованные точки. Обход заканчивается после нумерации всех точек многогранника X при возврате в нулевую точку. Далее вычисляется кватернионный код $D = \{d(v)\}_{0, s-1}$ упорядоченного ПГТО:

$$D = \{d(v)\}_{0, s-1} = \{a^{(1)} - a^{(0)}; a^{(2)} - a^{(1)}; \dots; a^{(s-1)} - a^{(s-2)}\}. \quad (9)$$

Код задает замкнутый пространственный контур. Элементарные векторы $d(v) = a^{(v+1)} - a^{(v)}$, $v=0, 1, \dots, s-1$, последовательно, без разветвлений, проходят через ряд ребер многогранника X и через все его вершины. В таком виде контур ПГТО можно представить отрезком проволоки, начало и конец которой закреплены в точке $a^{(0)}$. Она однократно проходит через все точки ПГТО по ребрам ассоциированного с ним многогранника X , повторяя углы между этими ребрами. При построении проволочной модели условимся последовательность точек контура каждой грани устанавливать в направлении по часовой стрелке, если смотреть на многогранник со стороны внешних точек. Начальная точка $a^{(0)}$ выбирается из вершин грани $G^{(0)}$ исходя из следующих условий: она не должна совпадать с точками ребра этой грани, общей с гранью $G^{(1)}$, и обход в направлении по часовой стрелке всех точек контура грани $G^{(0)}$ должен закончиться на точке этого ребра.

В процессе выделения контура необходимо исключить тупиковые ситуации, связанные с тем, что при обходе контура отдельной грани, начиная с некоторой ее точки, становится возможным событие преждевременного замыкания контура. В результате часть точек ПГТО не будет включена в контур.

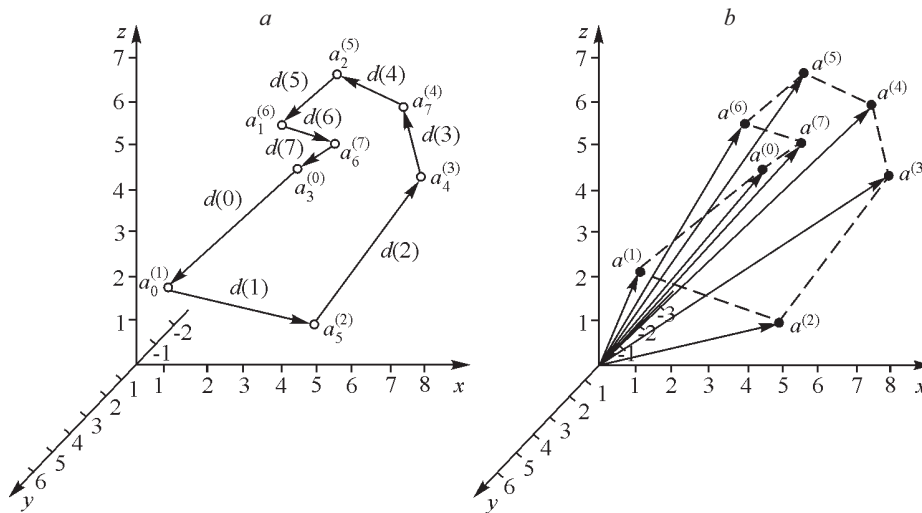


Рис. 10. Упорядочение точек ГТО, представленного на рис. 1: проволочная модель ПГТО (а), изображение соответствующего ГТО кватернионного сигнала (b)

Также при построении проволочной модели должны быть исключены грани, обход контура которых возможен только в направлении против часовой стрелки.

На рис. 10, а приведено изображение контура (проволочной модели) ПГТО, а на рис. 10, б – изображение соответствующего ему КТС с пронумерованными точками после его упорядочения (см. рис. 1 и 8).

Заключение. В данной работе рассмотрен подход к получению аналитической модели ПГТО. Отмечено, что решение этой проблемы связано с необходимостью упорядочения объекта, т. е. с правилом перебора «точка за точкой» его отметок. Такое правило было получено при анализе связности этих отметок с использованием понятия критической плоскости и критической линии для множества точек. Пересечение критических плоскостей есть выпуклый многогранник, ребра которого устанавливали связь между отметками ПГТО. Таким образом, упорядочение ПГТО свелось к процедуре упорядочения вершин выпуклого многогранника.

Разработанная аналитическая модель ПГТО представляет собой замкнутый полигональный контур, условно названный проволочной моделью объекта. Представленные в кватернионном виде элементарные векторы контура в определенной последовательности проходят без разветвления через все отметки ПГТО. Располагая проволочной моделью ПГТО, можно аналитическим путем выполнять его различные преобразования, осуществлять фильтрацию и формировать меры схожести между объектами разных классов, оценивать параметры и распознавать ПГТО.

Следует отметить, что задача получения проволочной модели носит принципиально статистический характер. В данной работе шумы в расположение отметок объекта вносились лишь за счет ошибок округления. Реально накопление четырех и более точек в одной плоскости мало вероятно. Поэтому принимать решение о расположении в одной плоскости подмножества точек ПГТО необходимо не по равным нормальям к локальным плоскостям, а по попаданию значений этих нормалей в заданный интервал. В дальнейшем

предполагается исследовать помехоустойчивость процедуры формирования проволочной модели ПГТО. Отметим также, что эта процедура использует информацию лишь о пространственных координатах его отметок. После получения модели интенсивность каждой отметки можно учесть в виде значений реальных частей кватернионов, задающих элементарные векторы ПГТО [6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Witman R. L., O. Rear R. L.** Automating clustering of synthetic aperture radar (SAR) target // IEEE NAESON. 1980. N 3. P. 717.
2. **Анисимов Б. В., Курганов В. Ф., Злобин В. К.** Распознавание и цифровая обработка изображений. М.: Высш. шк., 1983.
3. **Введение** в контурный анализ и его приложения к обработке изображений и сигналов /Под ред. Я. А. Фурмана. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.
4. **Зиман Я. Л., Красиков В. А., Алексешина Г. А.** Алгоритмы опознавания звезд на снимках // Аэрокосмические исследования Земли: Обработка видеoinформации на ЭВМ. М.: Наука, 1978.
5. **Фурман Я. А., Роженцов А. А., Леухин А. Н.** Метод идентификации светил в системах ориентации космических аппаратов на базе вторичных созвездий с уникальной монохроматичностью спектра формы // Космонавтика и ракетостроение. 2001. № 24. С. 47.
6. **Комплекснозначные** и гиперкомплексные системы в задачах обработки многомерных сигналов /Под ред. Я. А. Фурмана. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
7. **Фурман Я. А., Хафизов Д. Г.** Распознавание групповых точечных объектов в трехмерном пространстве // Автометрия. 2003. **39**, № 1. С. 3.
8. **Кревецкий А. В.** Распознавание образов, заданных множеством характерных точек на плоскости // Автометрия. 1999. № 2. С. 28.
9. **Аркадьев А. Г., Браверман В. Н.** Обучение машин классификации объектов. М.: Наука, 1971.
10. **Хафизов Д. Г.** Упорядочение точек пространственного изображения группового точечного объекта на базе амплитудно-фазового представления // Автометрия. 2007. **43**, № 1. С. 10.
11. **Прэйт У.** Цифровая обработка изображений. М.: Мир, 1982.
12. **Furman Y. A.** Processing of quaternion signals specifying spatially located group point objects // Pattern Recogn. and Image Analysis. 2002. **12**, N 2. P. 175.
13. **Фурман Я. А., Роженцов А. А., Бахтин Д. В.** Упорядочение группового точечного объекта на основе метода критических плоскостей // Вестн. Вятского науч. центра Верхне-Волжского отделения Академии технологических наук РФ. 2006. № 1(7). С. 129.
14. **Шашкин Ю. А.** Эйлерова характеристика. М.: Наука, 1984.

Поступила в редакцию 4 июля 2007 г.