РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

АВТОМЕТРИЯ

2006, том 42, № 4

УДК 535 : 621.375.8

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ВЫХОДНОГО ЗЕРКАЛА ДВУХЗЕРКАЛЬНОГО РЕЗОНАТОРА ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ПУЧКОВ С ЗАДАННЫМ ПРОФИЛЕМ *

Ю. Э. Матизен, В. С. Терентьев, Ю. В. Троицкий

Институт автоматики и электрометрии СО РАН, Новосибирск
E-mail: terentyev@iae.nsk.su

Предложен метод численного расчета неоднородного коэффициента пропускания одного из зеркал резонатора для получения заданного распределения интенсивности на выходе. Расчет выполнялся для аксиально-симметричного случая распределения поля в резонаторе. Вычислены коэффициенты пропускания для получения пучка с равномерным распределением интенсивности в круге.

Постановка задачи. Пространственное распределение интенсивности поля на выходе лазерного резонатора с однородными зеркалами повторяет распределение в генерирующей моде. В случае устойчивого резонатора это распределение близко к гауссову (TEM_{00}). Использование зеркал, коэффициент пропускания $T(x, y)$ которых зависит от координат, дает возможность на выходе получать пучки с негауссовым распределением интенсивности. Традиционный подход к разработке резонаторов с неоднородными зеркалами предполагает задание зависимости $T(x, y)$ одного из зеркал от координат с последующим расчетом распределения интенсивности на выходе резонатора [1].

В данной работе предлагается метод решения обратной задачи для лазерного резонатора, который позволяет по заданному распределению интенсивности на выходе резонатора $I_0(x, y)$ определить требуемое пропускание зеркала $T(x, y)$.

Метод демонстрируется на примере расчета резонатора с круглыми зеркалами (рис. 1). (Схема резонатора: a_1, a_2 – радиусы зеркал M_1, M_2 соответственно; d – расстояние между зеркалами; $g_1 = 1 - d/R_1$; $g_2 = 1 - d/R_2$; R_1, R_2 – радиусы кривизны; T_1, T_2 – коэффициенты пропускания зеркал. При расчетах полагалось $g_1 = 1$, $g_2 = 0{,}79$, $d = 1{,}05$ м, $a_1^2 = \lambda d 2{,}6$, $a_2 = a_1$.) $T_1(x, y)$ – неизвестная функция координат, подлежащая определению. Коэффициент пропускания $T_2(x, y) = 0$ (коэффициент отражения $R_2(x, y) = 1$) на всей по-

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 04-02-16356).

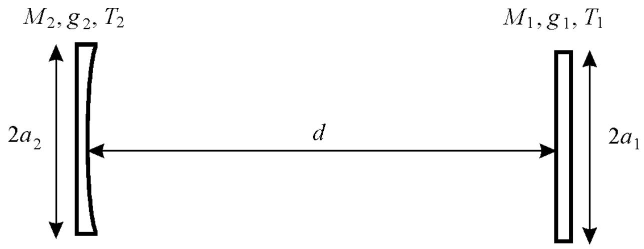

Рис. 1

верхности зеркала M_2 (глухое зеркало). Распределение полей собственных мод резонатора на зеркалах M_1 и M_2 обозначается через $E_{n\ell}^{(1)}(x,y)$ и $E_{n\ell}^{(2)}(x,y)$ соответственно.

Пусть на выходе резонатора (зеркало M_1) задается произвольное распределение интенсивности $I_0(x,y)$, которое связано с полем $E_{n\ell}^{(1)}(x,y)$ собственной моды резонатора соотношением

$$I_0(x,y) = T_1(x,y)\left|E_{n\ell}^{(1)}(x,y)\right|^2.$$

Таким образом, задача получения заданного распределения интенсивности $I_0(x,y)$ состоит в нахождении самосогласованного поля $E_{n\ell}^{(1)}(x,y)$ в резонаторе с неоднородным по пропусканию зеркалом M_1.

Метод расчета. При расчетах полагалось, что зеркало M_1 не имеет потерь $(T_1(x,y)+R_1(x,y)=1)$ и фаза амплитудного коэффициента отражения неизменна на всей поверхности (эквифазное зеркало). Задача решалась для резонатора с цилиндрической симметрией. Расчет поля после полного обхода резонатора проводился в дифракционном приближении Френеля – Кирхгофа. При наличии аксиальной симметрии выражения для поля на зеркалах 1 и 2 имеют следующий вид [2]:

$$E_{n\ell}^{(1,2)}(r_{1,2},\varphi_{1,2}) = U_{n\ell}^{(1,2)}(r_{1,2})\exp(-in\varphi_{1,2}),$$

где $U_{n\ell}^{(1,2)}(r_{1,2})$ – профиль поля на первом зеркале.

Далее в силу аксиальной симметричности задачи любую функцию радиального распределения будем называть «профилем» соответствующего распределения.

Полагая амплитудный коэффициент отражения зеркала M_2 $\rho_2(r)=\rho_2=$ $=1$ $(T_2(x,y)=0)$, получим интегральное уравнение относительно $U_{n\ell}^{(1)}(r_1)$ [2]:

$$\gamma_{n\ell}U_{n\ell}^{(1)}(r)\sqrt{r} = \int_0^{a_1} dr'\,G_n(r,r')U_{n\ell}^{(1)}(r')\rho_1(r')\sqrt{r'}, \tag{1}$$

где

$$G_n(r,r') = \int_0^{a_2} dr_2 K_n(r,r_2)K_n(r',r_2);$$

$$K_n(r_1, r_2) = i^{n+1}\frac{k}{d}J_n\left(\frac{kr_1r_2}{d}\right)\sqrt{r_1r_2}\exp\left[-\frac{ik}{2d}(g_1r_1^2 + g_2r_2^2)\right];$$

$\gamma_{n\ell}$ – собственные значения интегрального уравнения; $\rho_1(r)$ – амплитудный коэффициент отражения зеркала M_1, $\rho_1(r) = \sqrt{1-T_1(r)}$; $k = 2\pi/\lambda$ – волновой вектор; $J_n(x)$ – круговая функция Бесселя; n и ℓ – угловой и радиальный индексы соответственно.

Если $\rho_1(r)$ – заданная функция, то уравнение (1) представляет собой линейное однородное интегральное уравнение Фредгольма второго рода относительно функции $U_{n\ell}^{(1)}(r)$. В этом случае распределение поля $U_{n\ell}^{(1)}(r)$ на зеркале M_1 можно найти с помощью итерационной процедуры, известной как метод Фокса и Ли [2].

Если же функция $\rho_1(r)$ выражается через моду резонатора

$$\rho_1(r) = \sqrt{1-T_1(r)}, \qquad T_1(r) = T_0I_0(r)\Big/\left|U_{0\ell}^{(1)}(r)\right|^2, \tag{2}$$

т. е. заранее неизвестна, то интегральное уравнение (1) становится нелинейным уравнением Гаммерштейна [3]. Константа T_0 может иметь любое значение при $0 \le T_1(r) \le 1$. Она определяет максимальное значение $T_1(r)$ ($T_{\max}$) и влияет на эффективный показатель пропускания зеркала (T_{eff}).

В силу требования аксиальной симметричности уравнение (1) (с учетом (2)) рассматривалось только для мод $U_{0\ell}^{(1)}(r)$ ($n = 0$, $\ell \ge 0$). Для $n \ge 1$ задача теряет аксиальную симметрию, и в исходном интегральном уравнении радиальные и азимутальные переменные (r и φ) не разделяются.

Для численного решения (1) нелинейная добавка, которую вносит $\rho_1(r)$, была включена в ядро интегрального уравнения. Интегралы представлялись в виде суммы и приводились к матричной форме, для чего использовались формулы интегрирования по Гауссу, обеспечивающие, как показано в [4], наилучшую точность вычислений при заданном размере матрицы. Далее проводились итерации

$$\gamma_{0\ell}^{\{k+1\}}\mathbf{U}_{0\ell}^{\{k+1\}} = \mathbf{A}^{\{k\}}\mathbf{U}_{0\ell}^{\{k+1\}}, \tag{3}$$

где

$$\mathbf{A}_{p,q}^{\{k\}} = G_{p,q}\sqrt{r_q/r_p}\,w_q\rho_q^{\{k\}}, \qquad \rho_q^{\{k\}} = \sqrt{1-T_0I_0(r_q)\Big/\left|U_{0\ell}^{(1)\{k\}}(r_q)\right|^2},$$

$$G_{p,q} = G(r_p, r_q) = \sum_{s=0}^{S}K_0(r_p, r_s')K_0(r_q, r_s')h_s.$$

Здесь индекс $\{k\}$ обозначает шаг итерации; $\gamma_{0\ell}^{\{k\}}$ – собственные значения (определяют полные потери и фазовый сдвиг мод на полный обход резонатора); вектор

$$\mathbf{U}_{0\ell}^{\{k\}} = (U_{0\ell}^{(1)\{k\}}(r_1), U_{0\ell}^{(1)\{k\}}(r_2), \ldots, U_{0\ell}^{(1)\{k\}}(r_N));$$

$p, q = 0,1,2,\ldots, N$; $s = 0,1,2,\ldots, S$; r_q, w_q – узловые точки и веса квадратурной формулы Гаусса на зеркале M_1 соответственно; r_s', h_s – на зеркале M_2.

Вектор $\mathbf{U}_{0\ell}^{\{0\}}$ выбирался произвольным образом, и рассчитывалась матрица ядра $\mathbf{A}^{\{0\}}$. На каждом шаге итерации из уравнения (3) находились собственные значения $\gamma_{0\ell}^{\{k+1\}}$ и векторы $\mathbf{U}_{0\ell}^{\{k+1\}}$ квадратной комплексной матрицы $\mathbf{A}^{\{k\}}$ [5]. Затем собственные векторы нормировались, и из них выбиралась мода, для которой искался неоднородный коэффициент пропускания ($\mathbf{U}_{00}^{\{k+1\}}$). Рассчитывалась новая матрица $\mathbf{A}^{\{k+1\}}$, и итерационная процедура (3) повторялась, пока не выполнялось условие уменьшения среднеквадратического отклонения δ_I интенсивности поля на выходе $I_0^{\{k\}}(r)$ от заданного распределения $I_0(r)$ относительно определенного значения $\delta_1 < 0{,}001$:

$$\delta_I = \left[\sum_{q=0}^{N} (I^{\{k\}}(r_q) - I_0(r_q))^2 \Big/ \sum_{q=0}^{N} I_0(r_q)^2 \right]^{1/2},$$

где $I^{\{k\}}(r_q) = \text{const} \left| U_{0\ell}^{(1)\{k\}}(r_q) \right|^2$.

По собственным значениям итоговой матрицы **A** вычислялись полные потери мод резонатора $\alpha_f = 1 - \left|\gamma_{n\ell}\right|^2$. Обычно достаточно знать потери трех низших мод: TEM_{00}, TEM_{01} и TEM_{10}. Потери остальных мод практически всегда очень велики.

Результаты расчета. В качестве примера рассчитывался неоднородный коэффициент пропускания зеркала M_1 для моды TEM_{00}, на выходе резонатора для которого получалось равномерное распределение интенсивности в круге.

Расчеты показывают, что неоднородные зеркала могут сильно влиять на полные потери мод резонатора. Например, на рис. 2 представлены три профиля пропускания зеркала $T_1(r)$, для которого на выходе резонатора образу-

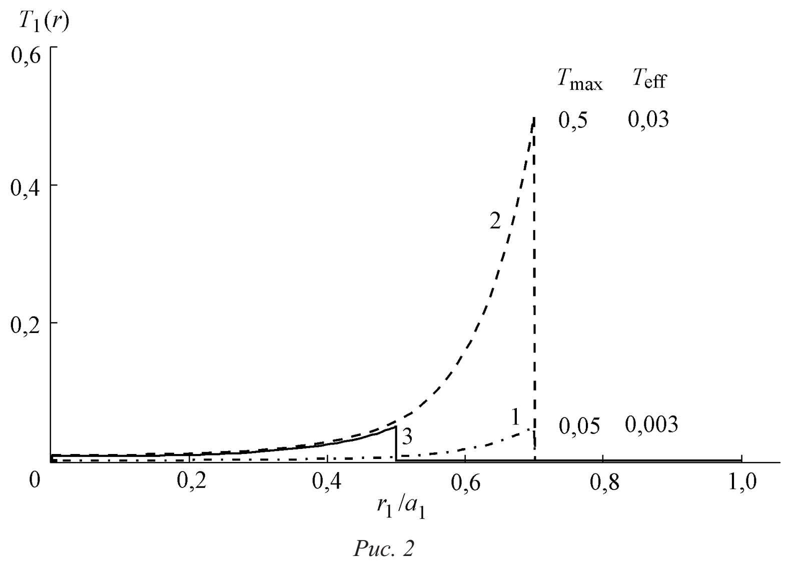

Рис. 2

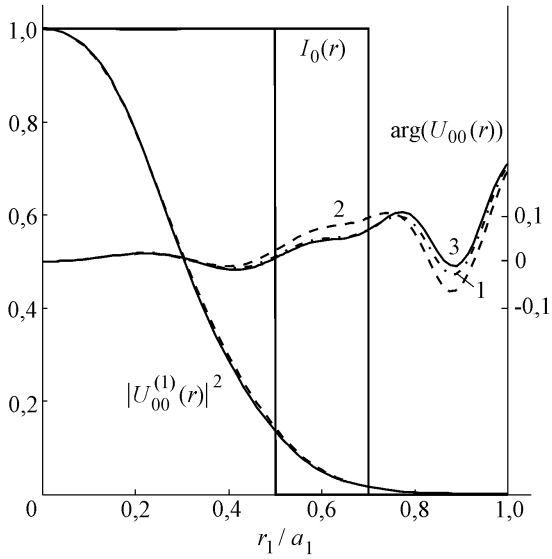

Рис. 3

ется заданное распределение интенсивности $I_0(r)$ (рис. 3). Пропускания имеют максимальные значения T_{max} = 0,05 и T_{max} = 0,5 (см. рис. 2). Рядом указаны эффективные коэффициенты пропускания T_{eff}, рассчитанные по формуле (4) из [1]. Установлено, что для неоднородности при любом радиусе с T_{max} = 0,05 (кривая 1) потери моды ТЕМ$_{00}$ (основная мода) минимальны. Для T_{max} = 0,5 (кривая 2) при радиусах неоднородности до $0{,}03a_1$ и больших $0{,}7a_1$ основной будет мода ТЕМ$_{00}$, а в интервале между этими значениями наименьшими потерями обладает мода ТЕМ$_{10}$.

При получении пучка как можно большего диаметра увеличивается сложность изготовления неоднородных зеркал, так как возрастает контраст зеркала T_{max}/T_{min} – отношение максимального пропускания к минимальному. Для кривых 1 и 2 отношение $T_{max}/T_{min} \approx 60$. Такие зеркала технологически трудно изготовить. Однако контраст снижается, если уменьшить радиус неоднородности. Так, при T_{max} = 0,05 и радиусе $0{,}5a_1$ (см. рис. 2, кривая 3) мода ТЕМ$_{00}$ является основной, контраст T_{max}/T_{min} = 8,3 и T_{eff} = 0,013. Эти зеркала можно изготовить с помощью относительно простого в технологическом плане метода «полутеневого» напыления в вакууме [6]. Для неоднородности с T_{max} = 0,5 уменьшение радиуса может привести к смене основной моды.

На рис. 3 показаны профили нормированного распределения интенсивности $I_0(r)$ и поля $\left|U_{00}^{(1)}(r)\right|^2$ на зеркале M_1 (ось ординат слева), а также фазы $\arg(U_{00}^{(1)}(r))$ (ось ординат справа) в радианах. Относительное изменение профилей мод во всех случаях мало, они имеют гауссову форму, которая характерна для резонаторов с однородными зеркалами. Этому способствуют высокоотражающие периферийные области и низкие T_{eff}. Для пропусканий с профилем 1 и 3 (см. рис. 2) соответствующие профили полей и фаз в пределах неоднородности практически совпадают. Изменение фазы поля вдоль всей неоднородности для 1, 2 не превосходит 0,1 рад по абсолютной величине, а для кривой 3 – 0,05 рад. Хотя в выходном пучке распределение фазы может быть иным, его можно сделать однородным, например, с помощью дополнительных фазосдвигающих масок.

Заключение. Предложен и проиллюстрирован метод решения одной из обратных задач для пассивного резонатора: нахождение самосогласованного поля при заданном распределении интенсивности на выходе. Рассчитаны координатные зависимости коэффициентов пропускания неоднородного зеркала, для которого на выходе устойчивого резонатора получается однородное распределение интенсивности в виде круга. Метод может применяться для расчета других заданных распределений интенсивности, например бесселевых и супергауссовых пучков. Также представляет интерес расчет мод лазеров с неустойчивыми резонаторами для получения гауссова распределения. Расчеты показали хорошую сходимость предложенного метода и возможность получения заданного профиля пучка.

Приведенные формулы могут применяться для расчета мод газовых лазеров с небольшими коэффициентами усиления активной среды, так как собственные моды пассивного резонатора практически идентичны модам таких лазеров [7]. Можно учесть особенности и других двухзеркальных лазерных систем: усиление активной среды, линзовый эффект среды, дополнительные оптические элементы и т. д., если включить в уравнение (1) описывающий их оператор [8].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Кольченко А. П., Никитенко А. Г., Троицкий Ю. В.** Лазерные резонаторы с неоднородными зеркалами // Автометрия. 1984. № 1. С. 50.
2. **Fox A. G., Li T.** Resonant modes in a maser interferometer // Bell System Techn. Journ. 1961. **40**, N 2. P. 453.
3. **Смирнов Н. С.** Введение в теорию нелинейных интегральных уравнений. Л.–М.: ОНТИ, 1936.
4. **Sunderson R. L., Streifer W.** Comparison of laser mode calculations // Appl. Opt. 1969. **8**, N 1. P. 131.
5. **Smith B. T., Boyle J. M., Dongarra J. J. et. al.** Matrix eigensystem routines – EISPAK guide, second edition // Lecture Notes in Comput. Sci. Berlin–Heidelberg–New York: Springer-Verlag, 1976.
6. **Матизен Ю. Э., Троицкий Ю. В.** Получение негауссовых световых пучков в лазере с выходным зеркалом, имеющим плавную амплитудную неоднородность // Квантовая электрон. 1986. **9**, № 7. С. 1437.
7. **Fox A. G., Li T.** Effect of gain saturation on the oscillating modes of optical masers // IEEE Journ. Quant. Electron. 1966. **QE-2**, N 12. P. 774.
8. **Siegman A. E.** New development in lasers resonators // SPIE Opt. Resonators. 1990. **1224**. P. 2.

Поступила в редакцию 25 января 2006 г.