РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

А В Т О М Е Т Р И Я

2006, том 42, № 1

УДК 681.518 : 519.68

И. А. Ходашинский

(Томск)

ФОРМАЛЬНО-ЛОГИЧЕСКИЙ МЕТОД И АППРОКСИМАЦИЯ МАМДАНИ В НЕЧЕТКОМ ОЦЕНИВАНИИ ВЕЛИЧИН

Рассмотрены процедуры нечеткого оценивания величин, основанные на формально-логическом методе и аппроксимации Мамдани. Проведены исследования качества вывода в зависимости от вида функции принадлежности, способа задания операций конъюнкции и дизъюнкции, способа задания собственно нечеткого вывода и количества лингвистических термов, описывающих нечеткие оценки.

Введение. Под величиной будем понимать сущность, в которой проявляются измеряемые, вычисляемые или оцениваемые свойства, представляющие собой часть описания объекта, явления, процесса и определяющие аспекты их поведения. Характерным признаком величины является изменчивость, причем пределы возможных изменений достаточно точно заданы априори. Оценивание – это приписывание по заданным правилам выбранным свойствам определенных значений. Нечеткие величины оцениваются методами, основанными на псевдофизической логике оценок величин [1], нечеткой арифметике [2], субъективных вероятностях [3], а также на нечеткой логике [4], когда нечеткий вывод базируется на аппроксимации Мамдани. В данной работе исследуется нечеткая система, в которой нечеткий вывод основан на формально-логическом методе доказательств и аппроксимации Мамдани.

Постановка задачи. Предметом оценивания являются экстенсивно выраженные свойства объекта, явления, процесса. Правило оценивания любой величины будем представлять в виде структуры, включающей в себя три компонента, каждый из которых выражает: относительность, характер, статику либо динамику измеряемых свойств объекта. В соответствии с этим будем различать абсолютные и сравнительные, четкие и нечеткие, статические и динамические оценки величин [1]. Отметим, что полная оценка величины включает все три составные части. В предлагаемой работе рассмотрены два вида оценок величин: абсолютная нечеткая статическая (АНС) и сравнительная нечеткая статическая (СНС). АНС-оценка может быть задана следующим множеством слов и словосочетаний: очень малые, средние, чрезвычайно большие и т. п., а СНС-оценка – оценочными выражениями: много меньше, равны, больше и т. п.

Задача нечетко логического оценивания имеет следующую формулировку: по известным абсолютной статической оценке величины A и сравнительной статической оценке величин A и B найти абсолютную статическую оценку величины B. Результатом такого сопоставления будет значение величины, выраженное в абсолютной нечеткой статической шкале. Система оценивания величин может рассматриваться как нечеткая система типа «два входа–один выход» со следующей базой правил:

$$\begin{array}{l}
\text{Правило1: ЕСЛИ АНС}_1 = A_{11} \text{ И СНС} = A_{21} \text{ ТО АНС}_2 = B_1 \text{ А_ ТАКЖЕ;}\\
\text{Правило2: ЕСЛИ АНС}_1 = A_{12} \text{ И СНС} = A_{22} \text{ ТО АНС}_2 = B_2 \text{ А_ ТАКЖЕ;}\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
\text{Правило}\,n\text{: ЕСЛИ АНС}_1 = A_{1n} \text{ И СНС} = A_{2n} \text{ ТО АНС}_2 = B_n \text{ А_ ТАКЖЕ,}
\end{array} \quad (1)$$

где АНС_1, СНС – входные переменные; АНС_2 – выходные переменные; A_{1i}, A_{2i} и B_i – нечеткие множества, которые определены на универсальных множествах X_1, X_2, Y соответственно.

Нечеткий вывод. Операции конъюнкции и дизъюнкции в нечеткой системе оценивания определяются через t-нормальные и t-конормальные функции. Далее приведены некоторые такие функции, используемые в работе.

Функции Заде. Для *n* переменных функции Заде задаются следующим образом:

$$T(a_1, a_2, \ldots, a_n) = \min(a_1, a_2, \ldots, a_n),$$

$$S(a_1, a_2, \ldots, a_n) = \max(a_1, a_2, \ldots, a_n).$$

Вероятностные функции. Для *n* переменных

$$T(a_1, a_2, \ldots, a_n) = a_1, a_2, \ldots, a_n,$$

$$S(a_1, \ldots, a_n) = \left(\sum_{i=1}^{n} a_i - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j>i}^{n} a_i a_j + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j>i}^{n} \sum_{k>j}^{n} a_i a_j a_k \pm \ldots \pm \prod_{i=1}^{n} a_i \right).$$

Функции Лукасевича. Для *n* переменных

$$T(a_1, \ldots, a_n) = \max\left(\sum_{i=1}^{n} a_i - (n-1), 0 \right), \qquad S(a_1, \ldots, a_n) = \min\left(\sum_{i=1}^{n} a_i, 1 \right).$$

Функции Швайцера – Скляра (ШС) для *n* переменных имеют следующий вид:

$$T(a_1, \ldots, a_n) = 1 - \left(\sum_{i=1}^{n} (1-a_i)^p - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j>i}^{n} (1-a_i)^p (1-a_j)^p + \right.$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j>i}^{n}\sum_{k>j}^{n}(1-a_i)^p(1-a_j)^p(1-a_k)^p \pm \ldots \pm \prod_{i=1}^{n}(1-a_i)^p\Bigg)^{1/p},$$

$$S(a_1,\ldots,a_n)=\left(\sum_{i=1}^{n}a_i^p-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j>i}^{n}a_i^pa_j^p+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j>i}^{n}\sum_{k>j}^{n}a_i^pa_j^pa_k^p \pm \ldots \pm \prod_{i=1}^{n}a_i^p\right)^{1/p}.$$

Рассмотрим собственно нечеткий вывод. Пусть на вход системы поступают четкие значения x_1, x_2. Требуется определить четкий выход y. Для этого необходимо выполнить следующие операции:

1) *фазификацию* (для каждого правила вычисляются значения функций принадлежности $\mu_{A_{1i}}(x_1)$ и $\mu_{A_{2i}}(x_2)$);

2) *конъюнкцию* (объединение посылок в антецеденте каждого правила; используя t-нормальную функцию, получим $T(\mu_{A_{1i}}(x_1), \mu_{A_{2i}}(x_2))$);

3) *импликацию*: $I(T(\mu_{A_{1i}}(x_1), \mu_{A_{2i}}(x_2)), \mu_{B_i}(y))$;

4) *агрегацию* (получение нечеткого выходного значения из множества объединенных правил, т. е. выполнение операции «А_ТАКЖЕ» или определение итоговой функции принадлежности $\mu_B(y)$);

5) *дефазификацию* (преобразование итоговой функции принадлежности $\mu_B(y)$ в четкое значение y).

Представим нечеткое правило в базе правил (1) в виде отношения

$$R_i\colon A_{1i} \cap A_{2i} \to B_i.$$

Объединив все правила $R=\bigcup_{i=1}^{n} R_i$, где $\bigcup_{i=1}^{n}$ – операция, соответствующая союзу «А_ТАКЖЕ», представим нечеткую систему оценивания величин в виде отношения

$$R\colon A_1 \cap A_2 \to B,$$

где R – нечеткое отношение, определенное на $X_1 \times X_2 \times Y$.

Далее, объединив $A = A_1 \cap A_2$, получим $R\colon A \to B$. Тогда при поступлении на вход системы нечеткого входного значения D нечеткое выходное значение F будет получено из следующего уравнения:

$$F(y) = D(x_1, x_2) \circ R(x_1, x_2, y),$$

где «$\circ$» – оператор композиции. Если этот оператор определить через $\max - t$-нормальную свертку, то

$$F(y) = \sup_{x_1, x_2}(T''(D(x_1, x_2), R(x_1, x_2, y))). \tag{2}$$

Таким образом, проблема определения нечеткой оценки величин состоит в нахождении отношения R.

Пусть на вход нечеткой системы оценивания поступают две четкие оценки x_1, x_2, на выходе системы требуется получить значение y. Нечеткое правило системы (1) в операторной форме представляется следующим образом:

$$R_i(x_1, x_2, y) = I(T(A_{1i}(x_1), A_{2i}(x_2)), B_i(y)),$$

или с учетом $I(a_1, a_2) = S(1 - a_1, a_2)$, где S – t-конормальный оператор,

$$R_i^s(x_1, x_2, y) = S'(S(1 - A_{1i}(x_1), 1 - A_{2i}(x_2)), B_i(y)).$$

Заметим, что если t-конормальная функция является параметрической, например функция Швайцера – Скляра имеет параметр p, то следует различать t-конормальные функции, определяющие импликацию и конъюнкцию (дизъюнкцию); отсюда штрих в обозначении оператора t-конормальной функции.

Оператор импликации может быть определен и неклассическим путем, например через t-нормальную функцию

$$a_1 \to a_2 = I(a_1, a_2) = T(a_1, a_2),$$

и тогда нечеткое правило системы (1) будет иметь следующий вид:

$$R_i^t(x_1, x_2, y) = T'(T(A_{1i}(x_1), A_{2i}(x_2)), B_i(y)).$$

Выбор оператора для выполнения операции «А_ТАКЖЕ» связан с выбором оператора импликации. Если оператор импликации задан классическим формально-логическим методом через t-конормальную функцию, то оператор «А_ТАКЖЕ» определяется через t-нормальную функцию:

$$R_{KL}(x_1, x_2, y) = T'(R_1^s(x_1, x_2, y), R_2^s(x_1, x_2, y), \ldots, R_n^s(x_1, x_2, y)) =$$

$$= T'(S'(S((1 - A_{11}(x_1)), (1 - A_{21}(x_2))), B_1(y)), \ldots$$

$$\ldots, S'(S((1 - A_{1n}(x_1)), (1 - A_{2n}(x_2))), B_n(y))).$$

Если оператор импликации определен через t-нормальную функцию, то оператор «А_ТАКЖЕ» – через t-конормальную функцию:

$$R_M(x_1, x_2, y) = S'(R_1^t(x_1, x_2, y), R_2^t(x_1, x_2, y), \ldots, R_n^t(x_1, x_2, y)) =$$

$$= S'(T'(T(A_{11}(x_1), A_{21}(x_2)), B_1(y)), \ldots, T'(T(A_{1n}(x_1), A_{2n}(x_2)), B_n(y))).$$

Представленный способ объединения правил совпадает с подходом, основанным на аппроксимации Мамдани [5, 6].

Вернемся к рассмотрению уравнения (2). Если на вход нечеткой системы оценивания поступает не нечеткое значение D, а четкие x_1, x_2, то с учетом граничных условий для t-нормальных и t-конормальных функций получим

$$F(y) = R(x_1, x_2, y).$$

В системе аппроксимации Мамдани функция принадлежности выходного значения вычисляется следующим образом:

$$F_M(y) = S'(T'(T(A_{11}(x_1), A_{21}(x_2)), B_1(y)), \ldots$$
$$\ldots, T'(T(A_{1n}(x_1), A_{2n}(x_2)), B_n(y))),$$

а нечеткий выход в системе оценивания, основанной на формально-логическом подходе, может быть представлен в виде

$$F_{KL}(x_1, x_2, y) = T'(S'(S((1-A_{11}(x_1)),(1-A_{21}(x_2))), B_1(y)), \ldots$$
$$\ldots, S'(S((1-A_{1n}(x_1)),(1-A_{2n}(x_2))), B_n(y))).$$

Исследование нечетко логической системы оценивания. Анализ работы системы проведем, подавая на вход абсолютные четкие статические и сравнительные четкие статические оценки из интервала [0, 10]. Будем считать, что есть некоторый эталон выходной оценки. В качестве эталонных примем значения, полученные в псевдофизической логике оценок величин, где абсолютная оценка выводится путем линейного сдвига, задаваемого оценкой сравнения [1].

Качество работы системы определяется следующими скалярными показателями:

– среднеквадратичной ошибкой $\sqrt{\left(\sum_i^n \sum_j^m (o_{ij} - e_{ij})^2\right) \Big/ nm}$, где o_{ij} – оценка, полученная системой, e_{ij} – эталонная оценка, n – количество отсчетов по оси абсолютных оценок, m – количество отсчетов по оси сравнительных оценок;

– средней абсолютной ошибкой $\left(\sum_i^n \sum_j^m \left|o_{ij} - e_{ij}\right|\right) \Big/ nm$;

– максимальной ошибкой $\sup\limits_{i,\, j} \left|o_{ij} - e_{ij}\right|$.

В силу того что качество работы нечеткой системы оценивания величин зависит от множества параметров системы, представляет интерес определение таких параметров, которые обеспечивали бы наилучшее ее функционирование. Основой для таких исследований является компьютерный эксперимент. Проведенные исследования показали, что время и качество нечетких выводов зависят от вида функции принадлежности (треугольной, трапециевидной, параболической, гауссовой), степени их нечеткости (базиса или α-среза) (рис. 1, 2), способа задания *T*- и *S*-операторов (Заде, вероятностных, Лукасевича, Швайцера – Скляра), способа задания самого нечеткого вывода (аппроксимации Мамдани, формально-логического) и количества лингвистических термов во множествах АНС- и СНС-оценок. Лучшими функциями принадлежности с точки зрения качества и времени вывода являются треугольные функции типа 2 (см. рис. 1).

Для аппроксимации Мамдани с ростом числа элементов терм-множеств увеличивается качество вывода, но время вывода растет в большей степени. Причем при использовании параметрической функции Швайцера – Скляра выигрыш в качестве малозначителен. Так, например, максимальные ошибки для 5- и 7-элементных терм-множеств равны 0,01798 и 0,01603 соответст-

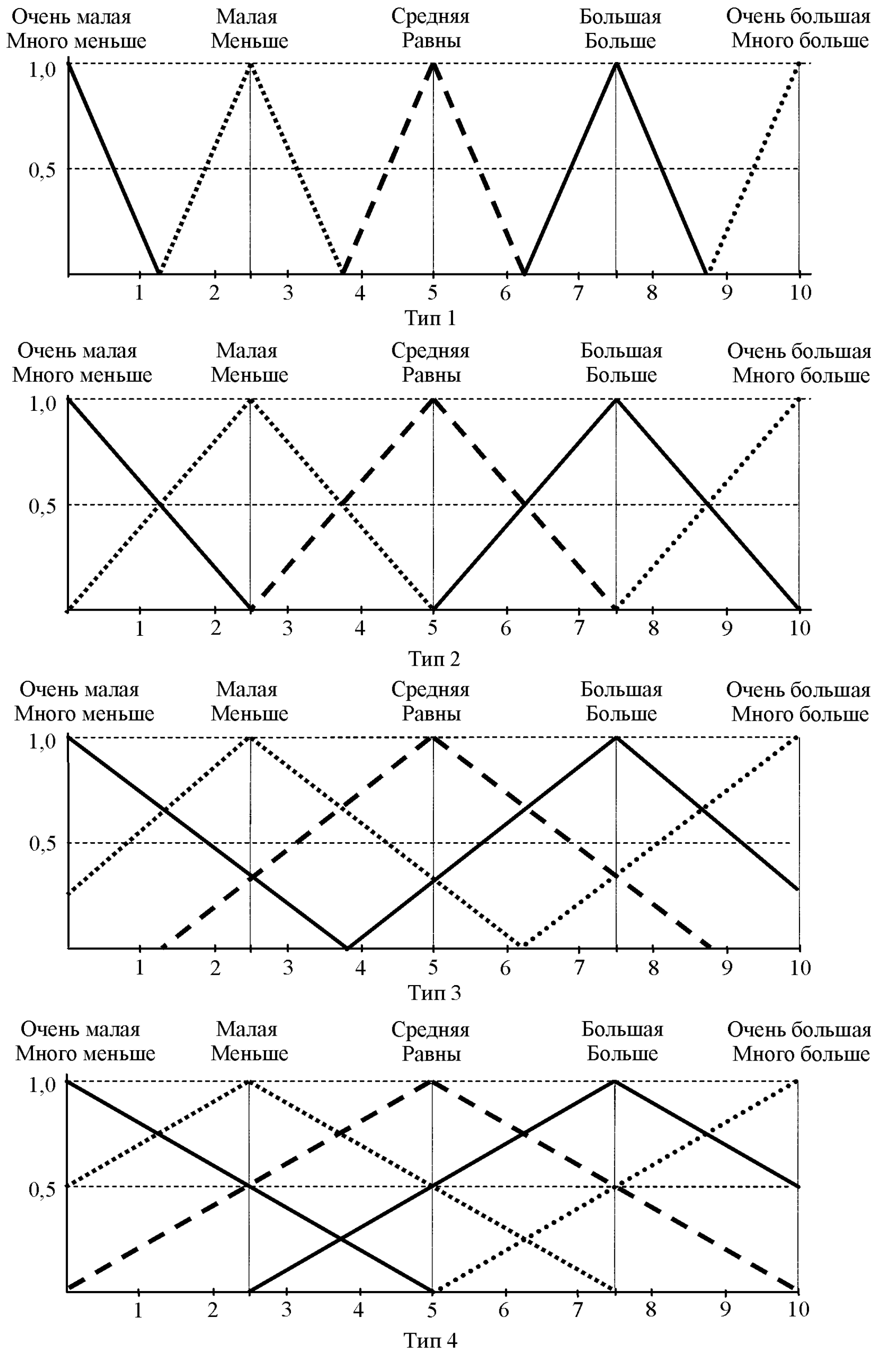

Рис. 1. Функции принадлежности треугольного типа для пяти термов

венно, а средние абсолютные – 0,00490 и 0,00385, однако время вывода при этом возрастает почти в 2 раза. Возможность варьировать параметром в функции Швайцера – Скляра сделала ее лучшей с точки зрения качества вывода для функций принадлежности с небольшим и средним базисом (α-сре-

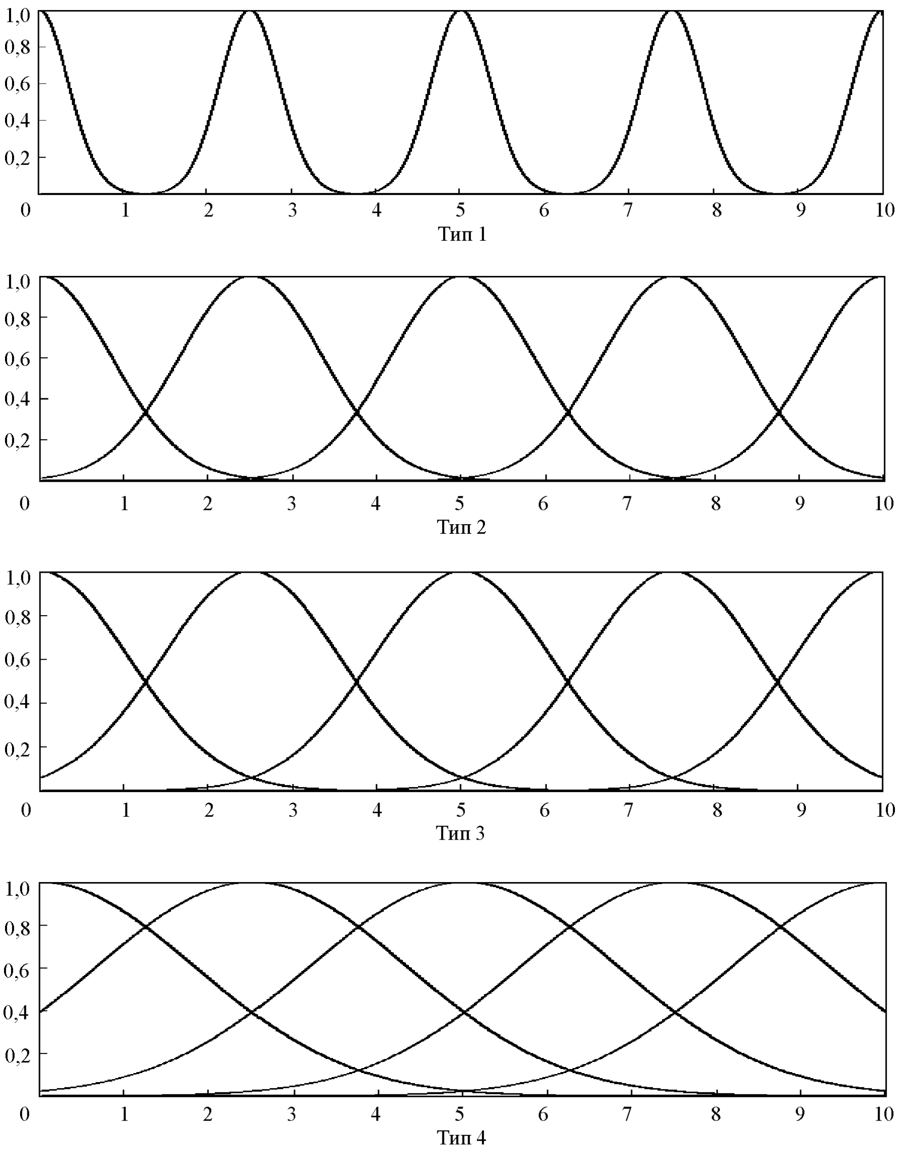

Рис. 2. Функции принадлежности гауссового типа для пяти термов

зом), функция Лукасевича является лучшей для функций принадлежности с большим и очень большим базисом (α-срезом).

Лучшее качество вывода получено для формально-логического подхода, дефазификации методом центра тяжести, с функциями принадлежности треугольного типа 2, при задании *t*-нормальной функции Лукасевича и *t*-конормальной вероятностной функции. Для 5- и 9-элементных терм-множеств максимальные ошибки равны $8{,}2016 \cdot 10^{-5}$ и $2{,}8610 \cdot 10^{-6}$ соответственно.

Некоторые характеристики нечетких выводов приведены в табл. 1–4.

На рис. 3 показаны выходные значения для пяти термов, функции принадлежности треугольного типа 2, аппроксимации Мамдани, дефазификации методом центра тяжести.

Таблица 1

Результаты выводов для пяти термов, треугольных функций принадлежности, формально-логического метода, дефазификации методом центра тяжести

Функция принадлежности	t-норма	t-конорма	Ошибка		
			максимальная	средняя абсолютная	средне-квадратичная
Тип 1	Лукасевича	Вероятностная	4,99783	2,91513	0,10896
Тип 1	ШС, p = 0,06	Вероятностная	4,98549	2,86532	0,10631
Тип 1	ШС, p = 0,02	ШС, p = 0,02	4,94596	2,77474	0,10408
Тип 2	Вероятностная	Вероятностная	3,81551	2,21657	0,07952
Тип 2	Лукасевича	Вероятностная	$8,2016 \cdot 10^{-5}$	$4,3360 \cdot 10^{-5}$	$1,6578 \cdot 10^{-6}$
Тип 2	Лукасевича	Лукасевича	4,88892	1,59207	0,06812
Тип 2	ШС, p = 0,02	Заде	2,57896	1,33316	0,04816
Тип 2	ШС, p = 0,02	Вероятностная	1,90658	0,97508	0,03496
Тип 2	ШС, p = 0,02	Лукасевича	4,66427	0,61581	0,02673
Тип 2	ШС, p = 0,02	ШС, p = 0,02	2,36167	0,90372	0,03392
Тип 3	Заде	Заде	4,02961	1,93072	0,07742
Тип 3	Заде	Лукасевича	4,13040	2,09414	0,07328
Тип 3	Вероятностная	Лукасевича	2,08540	1,04346	0,03961
Тип 3	Лукасевича	Лукасевича	0,73000	0,09459	0,00479
Тип 3	ШС, p = 0,50	Лукасевича	0,99011	0,51777	0,01942
Тип 3	ШС, p = 0,25	Лукасевича	0,84992	0,28780	0,01119
Тип 4	Вероятностная	Вероятностная	1,01437	0,48662	0,01855
Тип 4	Вероятностная	Лукасевича	0,81756	0,43752	0,01651
Тип 4	Лукасевича	Лукасевича	0,83477	0,23633	0,01016
Тип 4	ШС, p = 0,85	Лукасевича	0,77446	0,37408	0,01415
Тип 4	ШС, p = 0,75	Лукасевича	0,77999	0,33941	0,01296
Тип 4	ШС, p = 0,65	Лукасевича	0,80982	0,31374	0,01219
Тип 4	ШС, p = 0,50	Лукасевича	0,89999	0,29755	0,01198

Таблица 2

Результаты выводов для пяти термов, гауссовых функций принадлежности, формально-логического метода, дефазификации методом центра тяжести

Функция принадлежности	t-норма	t-конорма	Ошибка		
			максимальная	средняя абсолютная	средне-квадратичная
Тип 1	Лукасевича	Вероятностная	4,99999	3,04445	0,11737
Тип 1	ШС, $p = 0{,}06$	Вероятностная	4,95185	2,94525	0,10994
Тип 1	ШС, $p = 0{,}06$	ШС, $p = 0{,}06$	4,90566	2,83266	0,10507
Тип 2	Вероятностная	Вероятностная	4,80076	2,59786	0,09831
Тип 2	Лукасевича	Вероятностная	4,72354	2,33403	0,09066
Тип 2	Лукасевича	Лукасевича	5,00000	2,45523	0,09431
Тип 2	ШС, $p = 0{,}06$	Заде	3,75242	1,92102	0,07130
Тип 2	ШС, $p = 0{,}06$	Вероятностная	2,96953	1,23316	0,04549
Тип 2	ШС, $p = 0{,}06$	Лукасевича	5,00000	1,70118	0,07254
Тип 2	ШС, $p = 0{,}06$	ШС, $p = 0{,}06$	2,36919	1,06707	0,03947
Тип 3	Заде	Заде	4,02961	1,93072	0,07742
Тип 3	Заде	Лукасевича	4,91906	2,36926	0,09072
Тип 3	Вероятностная	Лукасевича	4,91906	2,17505	0,08360
Тип 3	Лукасевича	Лукасевича	4,91906	2,21778	0,06004
Тип 3	ШС, $p = 0{,}50$	Лукасевича	4,91906	0,68652	0,03167
Тип 3	ШС, $p = 0{,}08$	ШС, $p = 0{,}08$	1,47367	0,72212	0,02657
Тип 4	Вероятностная	Вероятностная	1,12937	0,43796	0,01654
Тип 4	Вероятностная	Лукасевича	0,91345	0,41573	0,01572
Тип 4	Лукасевича	Лукасевича	0,70876	0,15538	0,00678
Тип 4	ШС, $p = 0{,}40$	Лукасевича	0,88971	0,21510	0,00904
Тип 4	ШС, $p = 0{,}60$	Лукасевича	0,70673	0,24457	0,00935
Тип 4	ШС, $p = 0{,}60$	ШС, $p = 0{,}60$	0,79340	0,31062	0,01182
Тип 4	ШС, $p = 0{,}40$	ШС, $p = 0{,}40$	0,73247	0,29758	0,01142

Таблица 3

Результаты выводов для пяти термов, треугольных функций принадлежности, аппроксимации Мамдани, дефазификации методом центра тяжести

Функция принадлежности	t-норма и t-конорма	Ошибка		
		максимальная	средняя абсолютная	средне-квадратичная
Тип 1	Вероятностная	2,34600	0,67746	0,02965
Тип 1	Заде	2,34600	0,67746	0,02965
Тип 1	ШС, p = 0,90	2,34600	0,67746	0,02965
Тип 1	ШС, p = 0,10	2,34518	0,67745	0,02965
Тип 2	Вероятностная	0,07133	0,01854	0,00083
Тип 2	Заде	0,63308	0,14952	0,00689
Тип 2	Лукасевича	2,34100	0,42769	0,02098
Тип 2	ШС, p = 0,83	0,01605	0,00447	0,00020
Тип 3	Вероятностная	0,62422	0,13838	0,00663
Тип 3	Заде	1,03967	0,33561	0,01525
Тип 3	Лукасевича	1,23011	0,32962	0,01467
Тип 3	ШС, p = 0,80	0,58512	0,14198	0,00652
Тип 4	Вероятностная	1,31750	0,60749	0,02312
Тип 4	Заде	2,07971	1,19094	0,04372
Тип 4	Лукасевича	0,60564	0,14897	0,00660
Тип 4	ШС, p = 0,80	1,28139	0,60551	0,02310

Компьютерный эксперимент позволил выявить зависимость времени вывода и ошибки вывода от количества термов, описывающих оценки. Результаты эксперимента представлены в табл. 5 и 6. Далее приведены регрессионные модели зависимости основных характеристик от количества термов, в скобках указаны квадраты коэффициентов корреляции R^2 как мера точности аппроксимации. Модели для треугольных функций принадлежности:

$$ta = -15{,}95 + 20{,}45n \qquad (R^2 = 0{,}999466);$$

$$to = -0{,}34665 + 0{,}44455n \qquad (R^2 = 0{,}999479);$$

$$1/\mathrm{errmax} = -4{,}45452 + 3{,}6993n \qquad (R^2 = 0{,}998672);$$

Т а б л и ц а 4

Результаты выводов для пяти термов, гауссовых функций принадлежности, аппроксимации Мамдани, дефазификации методом центра тяжести

Функция принадлежности	t-норма и t-конорма	Ошибка		
		максимальная	средняя абсолютная	средне-квадратичная
Тип 1	Заде	1,95173	0,59649	0,02597
Тип 1	Вероятностная	1,97582	0,60507	0,02642
Тип 1	ШС, $p = 0{,}10$	1,40280	0,42570	0,01829
Тип 2	Вероятностная	0,78227	0,25605	0,01122
Тип 2	Заде	0,72295	0,17391	0,00761
Тип 2	ШС, $p = 0{,}333$	0,38200	0,12236	0,00520
Тип 3	Вероятностная	0,37885	0,12145	0,00533
Тип 3	Заде	0,59484	0,16405	0,00741
Тип 3	Лукасевича	2,37188	0,40174	0,01967
Тип 3	ШС, $p = 0{,}70$	0,33979	0,10835	0,00465
Тип 4	Вероятностная	1,27450	0,43746	0,01709
Тип 4	Заде	1,99234	0,88762	0,03332
Тип 4	Лукасевича	0,61485	0,14149	0,00622
Тип 4	ШС, $p = 0{,}99$	1,27648	0,43907	0,01714

$$1/\mathrm{errabs} = -43{,}0503 + 19{,}8125n \qquad (R^2 = 0{,}993729);$$

$$1/\mathrm{errsq} = -796{,}904 + 409{,}258n \qquad (R^2 = 0{,}995475).$$

Модели для гауссовых функций принадлежности:

$$ta = -451{,}4 + 186{,}4n \qquad (R^2 = 0{,}991937);$$

$$to = -9{,}8132 + 4{,}0522n \qquad (R^2 = 0{,}991939);$$

$$1/\mathrm{errmax} = -2{,}03951 + 0{,}903843n \qquad (R^2 = 0{,}998578);$$

$$1/\mathrm{errabs} = -6{,}0503 + 2{,}9199n \qquad (R^2 = 0{,}996554);$$

$$1/\mathrm{errsq} = -155{,}196 + 65{,}4518n \qquad (R^2 = 0{,}994682).$$

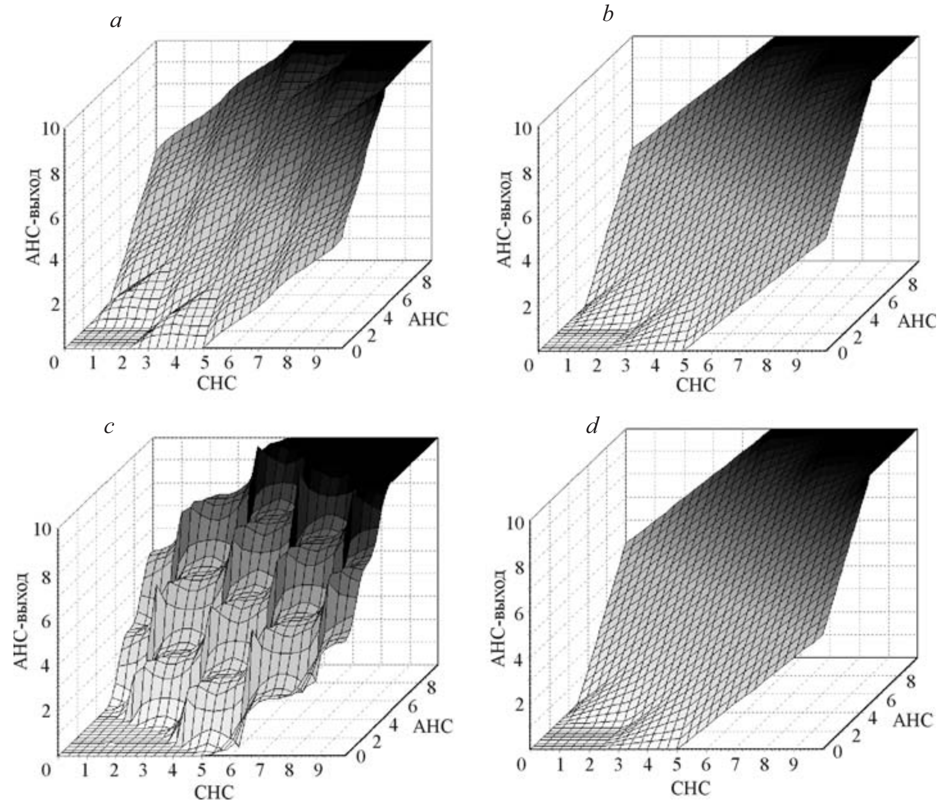

Рис. 3. Выходные значения для *t*-нормальных функций: Заде (*a*), вероятностных (*b*), Лукасевича (*c*), Швайцера – Скляра ($p = 0{,}82$) (*d*)

Т а б л и ц а 5

Основные характеристики нечетких выводов для аппроксимации Мамдани, треугольных функций принадлежности, вероятностной *t*-нормы, дефазификации методом центра тяжести

Количество термов (*n*)	Время вывода		Ошибка		
	абсолютное (*ta*)	относительное (*to*)	максимальная (errmax)	средняя абсолютная (errabs)	средне-квадратичная (errsq)
3	46	1,000	0,14288	0,04733	0,00199
5	85	1,848	0,07133	0,01854	0,00083
7	127	2,761	0,04722	0,01062	0,00048
9	170	3,695	0,03570	0,00797	0,00037
11	208	4,522	0,02703	0,00545	0,00026

Таблица 6

Основные характеристики нечетких выводов для гауссовых функций принадлежности типа 3, вероятностной *t*-нормы

Количество термов (n)	Время вывода		Ошибка		
	абсолютное (ta)	относительное (to)	максимальная (errmax)	средняя абсолютная (errabs)	средне-квадратичная (errsq)
3	134	2,913	1,80545	0,62163	0,02586
5	422	9,174	0,37885	0,12145	0,00533
7	892	19,391	0,23137	0,07915	0,00358
9	1220	26,522	0,16615	0,05100	0,00225

Приведенные регрессионные уравнения увеличивают информативность экспериментальных результатов и позволяют установить тенденцию изменения времени и ошибок вывода в зависимости от количества термов, описывающих АНС- и СНС-оценки.

Заключение. Проведенные исследования показали, что практически неиспользуемый формально-логический метод нечеткого вывода при определенных сочетаниях функций принадлежности, значениях *t*-норм и *t*-конорм дает качество вывода лучшее, чем при использовании аппроксимации Мамдани. Полученные результаты могут быть применены не только при построении нечетких систем оценивания величин, но и при разработке нечетких систем общего вида, например нечетких экспертных систем, а также нечетких контроллеров и регуляторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ходашинский И. А.** Псевдофизическая логика оценок величин // Изв. АН СССР. Сер. Техническая кибернетика. 1988. № 5. С. 96.
2. **Ходашинский И. А.** Оценивание величин средствами нечеткой арифметики // Автометрия. 2004. **40**, № 3. С. 21.
3. **Ходашинский И. А.** Оценивание величин на основе субъективных вероятностей // Тр. Всерос. конф. «Математические и информационные технологии». Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2004. С. 221.
4. **Ходашинский И. А.** Нечетко логическое оценивание величин // Изв. Томского политехнического университета. 2003. **306**, № 3. С. 10.
5. **Emami M. R., Turksen I. B., Goldenberg A. A.** A unified parameterized formulation of reasoning in fuzzy modeling and control // Fuzzy Sets and Systems. 1999. **108**. P. 59.
6. **Yager R. R.** On the interpretation of fuzzy if-then rules // Appl. Intelligence. 1996. **6**. P. 141.

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,
E-mail: hodashn@rambler.ru

Поступила в редакцию 14 апреля 2005 г.