РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

АВТОМЕТРИЯ

2006, том 42, № 1

УДК 681.513

А. В. Лапко, В. А. Лапко, С. Г. Ярославцев

(Красноярск)

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ ГИБРИДНЫХ АЛГОРИТМОВ В ЗАДАЧАХ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ*

Предлагается методика синтеза и анализа гибридных моделей, обеспечивающих эффективное использование априорных сведений о виде уравнения разделяющей поверхности между классами и информации обучающей выборки.

Введение. При решении задач распознавания образов различают два типа исходной информации: априорные сведения $F(x,\alpha)$ о виде уравнения разделяющей поверхности $f(x)$ и обучающую выборку $V=(x^i, \sigma(x^i), i=\overline{1,n})$, составленную из значений признаков x^i классифицируемых объектов и соответствующих им «указаний учителя» $\sigma(x^i)$. Известные подходы к синтезу решающего правила классификации ориентированы в основном на определенный тип исходных данных, что при отличающихся априорных условиях приводит к снижению их эффективности. Так, если в параметрических алгоритмах за основу принимаются сведения $F(x,\alpha)$, то для непараметрических процедур распознавания образов достаточно знания лишь качественных характеристик об уравнении разделяющей поверхности, вероятностных законов распределения значений признаков в классах и информации обучающей выборки $(x^i, \sigma(x^i), i=\overline{1,n})$ [1, 2]. В первом случае за счет «сжатия» выборки V в оценки параметров α уравнения разделяющей поверхности $F(x,\alpha)$ теряется полезная информация о локальном поведении разделяющей поверхности. Во втором случае не учитываются априорные сведения $F(x,\alpha)$.

Для решения проблемы эффективного использования априорной информации предлагаются и исследуются гибридные модели распознавания образов.

Синтез гибридных моделей распознавания образов. Пусть при решении, например, двухальтернативной задачи распознавания образов кроме обучающей выборки $V=(x^i, \sigma(x^i)\ \ i=\overline{1,n})$ имеются априорные сведения $F_{12}(x,\alpha)$ о виде уравнения разделяющей поверхности $f_{12}(x)$ между классами Ω_1, Ω_2 в пространстве $x\in R^k$. Знание $F_{12}(x,\alpha)$ предполагает наличие решаю-

* Работа выполнена при поддержке гранта Президента Российской Федерации (№ МД-2130.2005.9)

щего правила классификации

$$m_{12}^F: \begin{cases} x \in \Omega_1, & \text{если } F_{12}(x, \alpha) \le 0; \\ x \in \Omega_2, & \text{если } F_{12}(x, \alpha) > 0, \end{cases} \quad (1)$$

по тем или иным причинам не удовлетворяющего исследователя. Информация обучающей выборки V формируется на основании данных о значениях признаков n объектов и соответствующих им указаний учителя

$$\sigma(x) = \begin{cases} -1, & \text{если } x \in \Omega_1; \\ 1, & \text{если } x \in \Omega_2. \end{cases}$$

Для эффективного использования априорной информации $(F_{12}(x, \alpha), V)$ воспользуемся принципами гибридного моделирования, которые обеспечивают сочетание в обобщенном решающем правиле классификации преимущества параметрических и локальных методов аппроксимации, основанных на оценках плотности вероятности типа Розенблатта – Парзена [3, 4].

Построение гибридного алгоритма распознавания образов предполагает следующие действия.

1. Определение (либо уточнение) параметров α уравнения разделяющей поверхности $F_{12}(x, \alpha)$ решающего правила (1) из условия минимума эмпирической ошибки распознавания образов

$$\bar{\rho}(\alpha) = n^{-1} \sum_{j=1}^{n} 1(\sigma(x^j), \bar{\sigma}(x^j)), \quad (2)$$

где

$$1(\sigma(x^j), \bar{\sigma}(x^j)) = \begin{cases} 1, & \text{если } \sigma(x^j) \ne \bar{\sigma}(x^j), \\ 0, & \text{если } \sigma(x^j) = \bar{\sigma}(x^j); \end{cases}$$

$\bar{\sigma}(x^j)$ – решение правила (1) о принадлежности ситуации x^j к тому или иному классу.

2. По результатам вычислительного эксперимента формирование выборки расхождений $V_1 = (x^i, q(x^i), i = \overline{1, n})$ между решениями $\bar{\sigma}(x^i)$ правила (1) и указаниями учителя $\sigma(x^i)$ из обучающей выборки V. При этом значения функции расхождений

$$q(x^i) = \begin{cases} 0, & \text{если } \sigma(x^i) = \bar{\sigma}(x^i); \\ F_{12}(x^i, \bar{\alpha}) + \Delta, & \text{если } \bar{\sigma}(x^i) = -1, \ \sigma(x^i) = 1; \\ -(F_{12}(x^i, \bar{\alpha}) + \Delta), & \text{если } \bar{\sigma}(x^i) = 1, \ \sigma(x^i) = -1. \end{cases}$$

Таким образом, при наличии ошибки функция расхождения принимает значение, обратное по знаку уравнения разделяющей поверхности $F_{12}(x, \bar{\alpha})$, и превышает его на величину параметра Δ. Например, если ситуация x^i принадлежит второму классу, а в соответствии с решающим правилом (1) $x \in \Omega_1$, т. е. $F_{12}(x^i, \bar{\alpha}) < 0$, то значение $q(x^i) = F_{12}(x^i, \bar{\alpha}) + \Delta$.

3. Осуществление синтеза непараметрической оценки функции расхождения

$$\bar{q}(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} q(x^i)\beta_i(x)}{\sum_{i=1}^{n} \beta_i(x)}, \tag{3}$$

где

$$\beta_i(x) = \prod_{v=1}^{k} \Phi\left(\frac{x_v - x_v^i}{c_v}\right)$$

(здесь $\Phi(\cdot)$ – ядерная функция, удовлетворяющая условиям положительности, симметричности и нормированности [5]).

4. Построение гибридного алгоритма классификации

$$\bar{m}_{12}(x): \begin{cases} x \in \Omega_1, & \text{если } \bar{f}_{12}(x) \le 0; \\ x \in \Omega_2, & \text{если } \bar{f}_{12}(x) > 0, \end{cases} \tag{4}$$

$$\bar{f}_{12}(x) = F_{12}(x, \bar{\alpha}) + \bar{q}(x). \tag{5}$$

Оптимизация алгоритма (4) по параметрам размытости c_v, $v = \overline{1,k}$, ядерных функций $\Phi(\cdot)$ и Δ осуществляется из условия минимума статистической оценки ошибки распознавания образов типа (2).

Модификация гибридного алгоритма классификации. Будем полагать, что имеется алгоритм распознавания образов $m_{12}(x(1))$, принимающий в соответствии со знаком уравнения разделяющей поверхности $F_{12}(x(1), \alpha_1)$ решение о принадлежности ситуации $x(1) \in R^{k1}$ к одному из двух классов Ω_1, Ω_2. Пусть в результате экспериментальных работ получена дополнительная информация о признаках $x(2) \in R^{k2}$ классифицируемых объектов и сформирована обучающая выборка $V = (x^i(1),\ x^i(2),\ \sigma(x^i),\ i = \overline{1,n})$, где $x^i = (x^i(1), x^i(2)) = (x_v^i,\ v = \overline{1,k}),\ k = k1 + k2$.

Следуя предложенной методике синтеза гибридных алгоритмов распознавания образов, определим функцию расхождения в пространстве признаков $x(2)$:

$$\bar{q}(x(2)) = \frac{\sum_{i=1}^{n} q^i(x(2))\beta_i'(x(2))}{\sum_{i=1}^{n} \beta_i'(x(2))}, \tag{6}$$

где

$$\beta_i'(x(2)) = \prod_{v=k1+1}^{k} \Phi\left(\frac{x_v - x_v^i}{c_v}\right);$$

$$q^i(x(2)) = \begin{cases} F_{12}(x^i(1), \overline{\alpha}_1) + \Delta, & \text{если } x^i(1) \in \Omega_2,\ F_{12}(x^i(1), \overline{\alpha}_1) \le 0; \\ -(F_{12}(x^i(1), \overline{\alpha}_1) + \Delta), & \text{если } x^i(1) \in \Omega_1,\ F_{12}(x^i(1), \overline{\alpha}_1) > 0; \\ 0, \text{ если } x^i(1) \text{ классифицируется безошибочно.} \end{cases}$$

Тогда модифицированный алгоритм классификации представляется в виде

$$\overline{\overline{m}}_{12}(x)\colon \begin{cases} x \in \Omega_1, & \text{если } \overline{\overline{f}}_{12}(x) \le 0; \\ x \in \Omega_2, & \text{если } \overline{\overline{f}}_{12}(x) > 0, \end{cases} \tag{7}$$

где $\overline{\overline{f}}_{12}(x) = F_{12}(x(1), \overline{\alpha}_1) + \overline{q}(x(2))$.

В отличие от рассмотренного ранее гибридного алгоритма распознавания образов (4) в решающем правиле (7) априорные сведения $F(\cdot)$ о виде уравнения разделяющей поверхности и функция расхождения $q(\cdot)$ определены в разных пространствах признаков. Ближайшим аналогом предложенного подхода является метод восстановления стохастических зависимостей с учетом их частичного описания [6].

Анализ свойств гибридных моделей распознавания образов. Для наглядности рассмотрим двухальтернативную задачу распознавания образов в условиях, когда плотности вероятности $p_1(x)$, $p_2(x)$, $x \in R^1$, унимодальны и симметричны относительно их математических ожиданий в классах $x \in \Omega_1$, $x \in \Omega_2$.

В данном случае $F_{12}(x, \overline{\alpha}) = x - \overline{\alpha}$. Пусть пороговое значение алгоритма классификации определено таким образом, что $p_1(\overline{\alpha}) \ne 0$, а $p_2(\overline{\alpha}) = 0$. Тогда ошибка распознавания образов запишется в виде

$$\rho = \rho_1 = P_1 \int_{\overline{\alpha}}^{\infty} p_1(x)\,dx, \tag{8}$$

где P_1 – априорная вероятность первого класса Ω_1.

В соответствии с методикой синтеза гибридной модели распознавания образов при $\Delta = 0$ значения функции расхождения

$$q(x) = \overline{\alpha} - x \quad \forall x \in (\overline{\alpha}, x_{\max} = \underline{x}),$$

а ее усредненное значение

$$\overline{q}(x) = \int_{\overline{\alpha}}^{\underline{x}} (\overline{\alpha} - x)\, p_1(x)\,dx = \overline{\alpha}\rho_1 - \int_{\overline{\alpha}}^{\underline{x}} x\, p_1(x)\,dx.$$

Тогда скорректированное уравнение разделяющей поверхности (5)

$$\overline{f}_{12}^{\,1}(x) = x - \left[\overline{\alpha}(1 - \rho_1) + \int_{\overline{\alpha}}^{\underline{x}} x\, p_1(x)\,dx \right] = x - \overline{\alpha}^1. \tag{9}$$

Нетрудно заметить, что

$$\bar{\alpha} - \left[\bar{\alpha}\left(1 - \int\limits_{\bar{\alpha}}^{\underline{x}} p_1(x)\,dx\right) + \int\limits_{\bar{\alpha}}^{\underline{x}} x p_1(x)\,dx\right] < 0, \tag{10}$$

т. е. $\bar{\alpha}^1 > \bar{\alpha}$, так как $x \geq \bar{\alpha}$ в интервале $(\bar{\alpha}, \underline{x})$. В этих условиях неравенство (10) выполняется, если

$$\int\limits_{\bar{\alpha}}^{\underline{x}} (\bar{\alpha} - x)\, p_1(x)\,dx < 0.$$

Пороговое значение уравнения разделяющей поверхности смещается в область определения второго класса, и эффективность решения задачи распознавания образов характеризуется ошибкой

$$\rho^1 = P_1 \int\limits_{\bar{\alpha}^1}^{\underline{x}} p_1(x)\,dx + P_2 \int\limits_{\bar{x}}^{\bar{\alpha}^1} p_2(x)\,dx. \tag{11}$$

Пусть $P_1 = P_2$. Из анализа выражений (10), (11) следует справедливость соотношения $\rho > \rho^1$, так как

$$\int\limits_{\bar{\alpha}}^{\bar{\alpha}^1} p_1(x)\,dx > \int\limits_{\bar{x}}^{\bar{\alpha}^1} p_2(x)\,dx.$$

Реализуя итерационную процедуру формирования последовательности $\bar{f}_{12}^{\,1}(x), \bar{f}_{12}^{\,2}(x), \ldots, \bar{f}_{12}^{\,m}(x)$, при некотором значении m получим пороговое значение $\bar{\alpha}^m < \bar{\alpha}^{m-1}$, соответствующее условию

$$p_1(\bar{\alpha}^m) = p_2(\bar{\alpha}^m).$$

При этом

$$q^m(x) = \bar{\alpha}^m - x \quad \forall x \in (\bar{\alpha}^m, \ \underline{x}),$$
$$q^m(x) = x - \bar{\alpha}^m \quad \forall x \in (\bar{x}, \bar{\alpha}^m),$$

а усредненное значение функции расхождения

$$\bar{q}^m(x) = \int\limits_{\bar{x}}^{\bar{\alpha}^m} (x - \bar{\alpha}^m)\, p_2(x)\,dx + \int\limits_{\bar{\alpha}^m}^{\underline{x}} (\bar{\alpha}^m - x)\, p_1(x)\,dx = 0.$$

Таким образом, при принятых допущениях наблюдается сходимость итерационной процедуры синтеза гибридной модели распознавания образов к байесовой решающей функции, соответствующей критерию максимального правдоподобия.

Введение параметра Δ при формировании выборки функции расхождений позволяет заменить рассмотренную итерационную процедуру синтеза гибридной модели классификации решением задачи оптимального выбора Δ

из условия минимума эмпирической ошибки распознавания образов. При этом естественно ожидать некоторого снижения эффективности классификации.

Результаты вычислительного эксперимента. На основании данных вычислительного эксперимента сравнивается эффективность гибридной модели (7) с хорошо зарекомендовавшим себя на практике непараметрическим алгоритмом распознавания образов [2, 7, 8], принимающим решение в соответствии со знаком оценки уравнения разделяющей поверхности

$$\tilde{f}_{12}(x) = \left(n \prod_{\nu=1}^{k} c_{\nu} \right)^{-1} \sum_{i=1}^{n} \sigma(i) \beta_i(x),$$

где

$$\sigma(i) = \begin{cases} -1, & \text{если } x^i \in \Omega_1; \\ 1, & \text{если } x^i \in \Omega_2. \end{cases}$$

При конечных объемах обучающих выборок основным методом исследования алгоритмов распознавания образов является статистическое моделирование с использованием средств вычислительной техники. Полученные результаты многовариантных расчетов при конкретных условиях эксперимента усредняются и анализируются.

Условия вычислительного эксперимента.

Решается двухальтернативная задача распознавания образов в пространстве двух признаков. Условный закон распределения признаков в области первого класса описывается нормальным распределением

$$N_1(x_1, x_2, \sigma_1, \sigma_2),$$

где $x_1 = x_2 = 0$ – среднее значение случайных величин; $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ – среднеквадратические отклонения.

Второй класс представляется двумя нормальными законами распределения с равными априорными вероятностями:

$$N_2^1(x_1^1, x_2^1, \sigma_1^1, \sigma_2^1), \qquad N_2^2(x_1^2, x_2^2, \sigma_1^2, \sigma_2^2),$$

где $x_1^1 = x_2^1 = 2,\ \sigma_1^1 = \sigma_2^1 = 2; x_1^2 = 2,\ x_2^2 = -2,\ \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 2.$

Априорные вероятности классов $P_1 = P_2 = 0{,}5$.

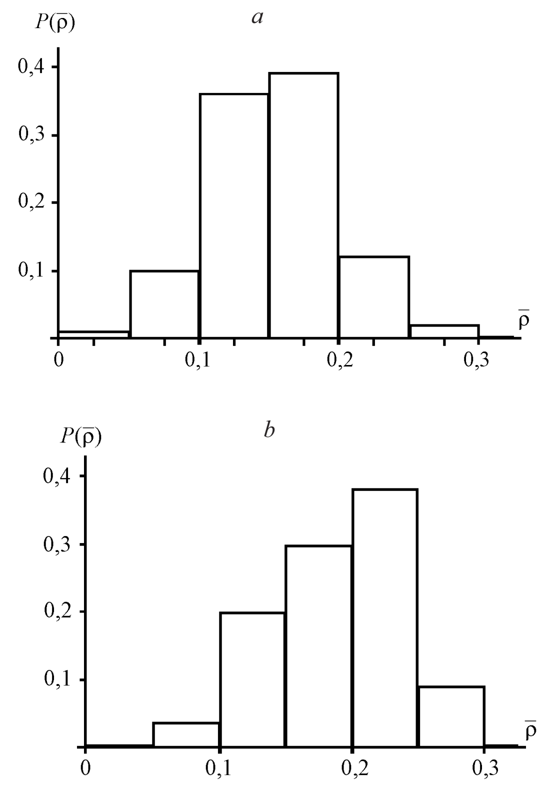
Приведем основные характеристики методики статистического моделирования.

1. Формирование двумерной случайной величины осуществлялось на основе независимой генерации ее координат.

2. Вычислительный эксперимент при фиксированных условиях исследований осуществлялся N раз.

3. Достоверность различия эмпирических оценок ошибок сравниваемых методов распознавания образов и частота встречаемости их значений при вычислительном эксперименте рассчитывались в соответствии с критерием Смирнова.

Пусть $D_{mn} = \left| \bar{\rho}_m - \bar{\rho}_n \right|$, где m, n – объемы выборок, по которым в режиме «скользящего экзамена» находятся оценки вероятностей ошибок распозна-



Распределение оценок вероятностей ошибок классификации: гибридного (a) и непараметрического (b) алгоритмов распознавания образов при $n = 60$ и $N = 160$; $P(\bar{\rho})$ – частота встречаемости значения $\bar{\rho}$ в вычислительном эксперименте

вания образов. Тогда гипотеза $H_\circ$, например, о равенстве двух оценок $\bar{\rho}_m$, $\bar{\rho}_n$ подтверждается, если выполняется соотношение

$$D_{mn} < \sqrt{\frac{-\ln\frac{\beta}{2}\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)}{2}},$$

где β – вероятность отвергнуть гипотезу $H_\circ$.

Как показывают результаты вычислительного эксперимента, наблюдается достоверное преимущество гибридной модели распознавания образов (см. рисунок, a) перед непараметрическим классификатором (см. рисунок, b). Данная закономерность сохраняется для различных объемов обучающих выборок при значении $\beta = 0{,}05$.

Заключение. Гибридные алгоритмы распознавания образов обеспечивают эффективное использование априорных сведений о виде уравнения разделяющей поверхности и информации обучающих выборок. Принципы гибридного моделирования позволяют решить проблему преемственности результатов научных исследований при наличии возможности контроля дополнительных признаков классифицируемых объектов. Установлено наличие свойств обучаемости гибридных алгоритмов и их преимущество перед непараметрической процедурой распознавания образов, основанной на использовании оценок плотности вероятности распределения признаков в классах типа Розенблатта – Парзена.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Цыпкин Я. З.** Основы теории обучающихся систем. М.: Наука, 1970.
2. **Медведев А. В.** Непараметрические системы адаптации. Новосибирск: Наука, 1983.
3. **Катковник В. Я.** Линейные и нелинейные методы непараметрического регрессионного анализа // Автоматика. 1979. № 5. С. 165.
4. **Лапко А. В.** Имитационные модели неопределенных систем. Новосибирск: Наука, 1993.
5. **Parzen E.** On the estimation of probability density function and mode // Ann. Math. Statist. 1962. **33**. P. 1065.
6. **Хардле В.** Прикладная непараметрическая регрессия. М.: Мир, 1993.
7. **Лапко А. В.** Непараметрические методы классификации и их применение. Новосибирск: Наука, 1993.
8. **Лапко А. В., Лапко В. А., Соколов М. И., Ченцов С. В.** Непараметрические системы классификации. Новосибирск: Наука, 2000.

Институт вычислительного моделирования СО РАН,
E-mail: lapko@icm.krasn.ru

Поступила в редакцию
17 мая 2005 г.