

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 004.932.72

В. С. Киричук, В. П. Косых, Т. Курманбек уулу

*(Новосибирск)*АДАПТИВНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ
С СУБПИКСЕЛЬНЫМ ОЦЕНИВАНИЕМ КООРДИНАТ
ТОЧЕЧНЫХ ОБЪЕКТОВ

Рассматривается алгоритм поиска и субпиксельного оценивания координат точечных объектов по изображениям, полученным с матричных фотоприемных устройств. Приводятся результаты численного моделирования и оценка эффективности предложенных алгоритмических решений.

Введение. Основным этапом обнаружения объекта на случайном фоне является обработка изображения фильтром, параметры которого согласованы с параметрами объекта и фона. При этом, если фон стационарен и форма объекта не зависит от его положения, фильтрация сводится к линейной процедуре – свертке исходного изображения с пространственно-инвариантным импульсным откликом фильтра.

Для точечного объекта, размеры изображения которого в плоскости матричного фотоприемного устройства (ФПУ) сопоставимы с размером элемента матрицы, сигнал, формируемый ФПУ, значительно изменяется в зависимости от расположения центра объекта относительно центра элемента.

На рис. 1 показаны сигналы соседних элементов ФПУ, когда изображение объекта имеет форму гауссоиды $\frac{1}{2\pi r^2} e^{-\frac{x^2 + y^2}{2r^2}}$ с радиусом $r = 0,5$ (здесь и

далее за единицу измерения координат принят шаг матрицы ФПУ) при расположении объекта в центре и в угловой точке элемента. По вертикальной оси отложены значения сигнала u в соответствующих элементах рассматриваемого поля. При совпадении центров объекта и элемента матрицы значительная часть энергии объекта попадает в центральный элемент рассматриваемого поля, когда же центр объекта расположен на углу элемента, практически вся его энергия равномерно распределяется по соседним ячейкам. Максимальные значения отклика на объект также существенно изменяются в зависимости от координат центра объекта. На рис. 2 приведена зависимость максимальных значений сигнала от объекта при изменении положения центра объекта от 0 до 0,5 по каждой координате. При смещении центра объ-

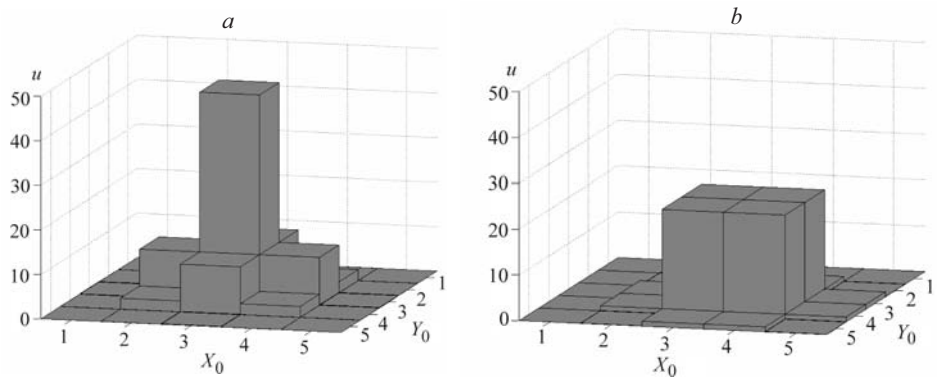


Рис. 1. Зависимости сигнала ФПУ от точечного объекта: центр объекта расположен в центре (а) и в углу элемента ФПУ (b)

екта относительно центра элемента к его углу величина сигнала падает более чем в 2 раза. Как будет показано далее, это обстоятельство требует применения адаптивного фильтра, параметры которого подстраиваются под текущую форму сигнала. Целью данной работы является создание адаптивного фильтра и исследование его эффективности.

Модель сигнала. Пусть изображение объекта на входе оптического тракта описывается функцией $d(x, y)$. Изображение в плоскости фотоприемной матрицы можно представить в виде

$$d^*(x, y) = Ad(x, y) \otimes f(x, y), \quad (1)$$

где A – амплитуда объекта; \otimes – символ оператора свертки; $f(x, y)$ – функция рассеяния точки (ФРТ) оптического тракта. Тогда сигнал D_{ij} на выходе некоторого элемента ФПУ получается интегрированием изображения по площади этого элемента:

$$D_{ij} = \int_{j - \Delta y/2}^{j + \Delta y/2} \int_{i - \Delta x/2}^{i + \Delta x/2} d^*(x, y) dx dy + b + \xi_{ij}. \quad (2)$$

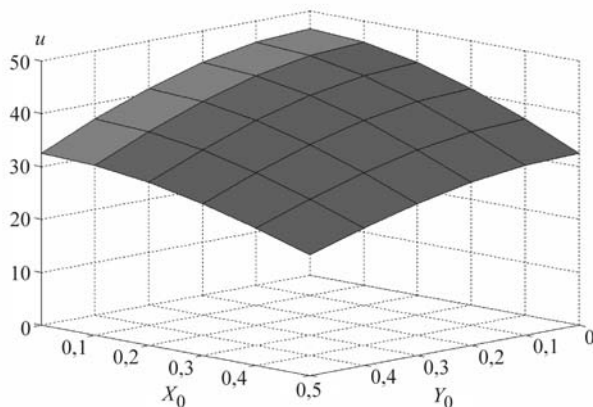


Рис. 2. Зависимость максимальных значений сигнала ФПУ от точечного объекта при изменении положения объекта

Здесь b – постоянный фон; ξ_{ij} – шум с нулевым средним значением, обусловленный ошибками измерений и случайной составляющей фона; i, j – координаты центра элемента ФПУ, имеющего размеры $\Delta x, \Delta y$ ($\Delta x, \Delta y \leq 1$). Для точечного объекта $d(x, y) = \delta(x, y)$ ($\delta(x, y)$ – дельта-функция) в этом случае сигнал полностью определяется ФРТ:

$$D_{ij} = A \int_{j - \Delta y/2}^{j + \Delta y/2} \int_{i - \Delta x/2}^{i + \Delta x/2} f(x - x_0, y - y_0) dx dy + b + \xi_{ij}, \quad (3)$$

где x_0, y_0 – координаты центра изображения объекта. Без ограничения общности будем считать, что центр объекта проектируется в ячейку $i=0, j=0$, тогда $x_0, y_0 < 1$.

Для последующего использования соотношения (3) необходимо знание аналитического описания ФРТ. В реальных оптических системах ФРТ, как правило, определяется в результате тестовых испытаний. В силу того что ФРТ обычно является гладкой функцией, на достаточно компактном множестве точек (рассматривалось множество точек размером $N = 5 \times 5$) ее можно с высокой точностью представить двумерным полиномом

$$f(x, y) = \sum_{k=0}^m \sum_{l=0}^m a_{kl} P_k(x) P_l(y), \quad (4)$$

где $P_k(x), P_l(y)$ – полиномы k - и l -й степеней по соответствующим координатам; a_{kl} – коэффициенты разложения. Тогда формула (3) преобразуется к виду

$$D_{ij} = A \sum_{k=0}^m \sum_{l=0}^m a_{kl} P_k^*(i, x_0) P_l^*(j, y_0) + b + \xi_{ij}, \quad (5)$$

где первое слагаемое описывает модель сигнала с центром в x_0, y_0 :

$$P_i^*(i, x_0) = \int_{i - \Delta x/2}^{i + \Delta x/2} P_k(x - x_0) dx;$$

$$P_j^*(j, y_0) = \int_{j - \Delta y/2}^{j + \Delta y/2} P_l(y - y_0) dy.$$

Выполнив лексикографическое упорядочение отсчетов D_{ij} в области изменения i и j , полученное выражение (5) можно представить в векторно-матричном виде:

$$\mathbf{d} = A \mathbf{P}^* \mathbf{a} + b \mathbf{e} + \Xi, \quad (6)$$

где \mathbf{d} – вектор, составленный из измерений D_{ij} ; \mathbf{P}^* – матрица, составленная из значений полиномов $P_k^*(i, x_0)$, $P_l^*(j, y_0)$; \mathbf{a} – вектор коэффициентов разложения; вектор $\mathbf{e} = \underbrace{(1, \dots, 1)}_N$; Ξ – вектор случайного шума.

Алгоритм обнаружения объекта содержит следующие шаги.

1. *Оценивание коэффициентов полинома.* Получив (либо исходя из аналитического описания, либо в результате тестирования оптического тракта) значения функции $f(x, y)$ на дискретном множестве точек, представим ее в виде полиномиального разложения:

$$f_{ij} = \sum_{k=0}^m \sum_{l=0}^m a_{kl} P_k^*(x_i) P_l^*(y_j),$$

или в векторно-матричном виде:

$$\mathbf{f} = \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{a}.$$

Оценивая коэффициенты a_{kl} методом наименьших квадратов [1], получим

$$\hat{\mathbf{a}} = (\tilde{\mathbf{P}}^T \tilde{\mathbf{P}})^{-1} \tilde{\mathbf{P}}^T \mathbf{f}, \quad (7)$$

где \mathbf{f} – вектор, составленный из элементов f_{ij} ; $\tilde{\mathbf{P}}$ – матрица из полиномов $P_k(x_i)$, $P_l(y_j)$, при этом число отсчетов L функции f_{ij} должно быть, по крайней мере, не меньше числа коэффициентов a_{kl} . Матрица $(\tilde{\mathbf{P}}^T \tilde{\mathbf{P}})^{-1} q^2$ характеризует точность оценивания коэффициентов полинома, а величина

$$q^2 = \frac{(\mathbf{f} - \tilde{\mathbf{P}} \hat{\mathbf{a}})^T (\mathbf{f} - \tilde{\mathbf{P}} \hat{\mathbf{a}})}{L - K} - \text{ошибку аппроксимации ФРТ } (K = (m+1)^2 - \text{число}$$

оцениваемых коэффициентов полинома).

Отметим, что оценивание коэффициентов полинома является предварительной процедурой и для данного оптического тракта выполняется однократно.

2. *Оценивание координат, амплитуды объекта и среднего значения фона.* Аналогично [2] для оценивания неизвестных параметров сигнала воспользуемся методом максимального правдоподобия [3], который в предположении о нормальности и некоррелированности шума приводит к минимизации функционала

$$J = [\mathbf{d} - b \mathbf{e} - A \mathbf{P}^*(x_0, y_0) \hat{\mathbf{a}}]^T [\mathbf{d} - b \mathbf{e} - A \mathbf{P}^*(x_0, y_0) \hat{\mathbf{a}}] \quad (8)$$

по четырем параметрам: b , A , x_0 , y_0 . Параметры b и A линейно зависят от измерений, и их оценки имеют вид

$$\hat{b} = \frac{\mathbf{e}^T \mathbf{d} \hat{\mathbf{a}}^T \mathbf{P}^{*T}(x_0, y_0) \mathbf{P}^*(x_0, y_0) \hat{\mathbf{a}} - \mathbf{e}^T \mathbf{P}^*(x_0, y_0) \hat{\mathbf{a}} \hat{\mathbf{a}}^T \mathbf{P}^{*T}(x_0, y_0) \mathbf{d}}{N \hat{\mathbf{a}}^T \mathbf{P}^{*T}(x_0, y_0) \mathbf{P}^*(x_0, y_0) \hat{\mathbf{a}} - (\mathbf{e}^T \mathbf{P}^*(x_0, y_0) \hat{\mathbf{a}})^2}, \quad (9)$$

$$\hat{A} = \frac{N \hat{\mathbf{a}}^T \mathbf{P}^{*T}(x_0, y_0) \mathbf{d} - \mathbf{e}^T \mathbf{d} \mathbf{e}^T \mathbf{P}^*(x_0, y_0) \hat{\mathbf{a}}}{N \hat{\mathbf{a}}^T \mathbf{P}^{*T}(x_0, y_0) \mathbf{P}^*(x_0, y_0) \hat{\mathbf{a}} - (\mathbf{e}^T \mathbf{P}^*(x_0, y_0) \hat{\mathbf{a}})^2}. \quad (10)$$

Исключая эти параметры из функционала J , приходим к минимизации модифицированного функционала

$$J^* = \left[\mathbf{d}^T \mathbf{d} - \frac{(\mathbf{e}^{*T} \mathbf{d})^2}{N} \right] - \frac{N \left[\left(\hat{\mathbf{a}}^T \mathbf{P}^{*T}(x_0, y_0) \mathbf{d} - \mathbf{e}^T \mathbf{P}^*(x_0, y_0) \hat{\mathbf{a}} \frac{\mathbf{e}^T \mathbf{d}}{N} \right)^2 \right]}{N \hat{\mathbf{a}}^T \mathbf{P}^{*T}(x_0, y_0) \mathbf{P}^*(x_0, y_0) \hat{\mathbf{a}} - [\mathbf{e}^T \mathbf{P}^*(x_0, y_0) \hat{\mathbf{a}}]^2} \quad (11)$$

по параметрам x_0, y_0 . Поскольку функционал J^* зависит от параметров x_0, y_0 неквадратично и для их оценок не существует простых аналитических выражений, минимизацию J^* осуществляем итерационным способом. Полученные оценки x_0, y_0 подставляем в (9), (10) и находим оценки уровня фона и амплитуды объекта. Качество оценки параметров x_0, y_0 дается их ковариационной матрицей [3], которую приближенно можно представить в виде

$$K_{xy} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 J^*}{\partial x_0^2} & \frac{\partial^2 J^*}{\partial x_0 \partial y_0} \\ \frac{\partial^2 J^*}{\partial x_0 \partial y_0} & \frac{\partial^2 J^*}{\partial y_0^2} \end{bmatrix}^{-1}. \quad (12)$$

3. Обнаружение объектов. Алгоритм адаптивной фильтрации, используемый для обнаружения объектов, заключается в следующем. Предполагая в каждом (i, j) -м элементе анализируемого изображения наличие объекта, находим оценки амплитуды \hat{A} , координат центра \hat{x}_0, \hat{y}_0 и дисперсии этих оценок: $\sigma_{\hat{A}}^2, \sigma_{\hat{x}}^2, \sigma_{\hat{y}}^2$. В этом случае вектор $\mathbf{f}^*(x_0, y_0) = \mathbf{P}^*(x_0, y_0) \hat{\mathbf{a}}$, который по существу является искомым фильтром, подстраивается под текущее положение объекта. Нормированная оценка амплитуды $Q = \hat{A} / \sigma_{\hat{A}}$ (отклик фильтра) затем сравнивается с априори заданным порогом, определяемым допустимой вероятностью ложных тревог. Элементы, в которых амплитуда превышает порог, считаются подозрительными на наличие объекта и характеризуются координатами центра объекта и дисперсиями этих координат. При этом знание оценок координат и их дисперсий дает дополнительный критерий для исключения «ложных» объектов. Поскольку координаты объекта не могут превосходить размера элемента, то, если оценки координат выходят из допустимых границ, объект считается ложным. Если среднеквадратические отклонения (СКО) оценок координат сравнимы с размером элемента, объект также следует считать ложным.

Экспериментальные результаты. Исследование эффективности предложенного алгоритма осуществлялось с применением численного моделирования регистрируемого ФПУ сигнала. Исходная ФРТ задавалась в виде га-

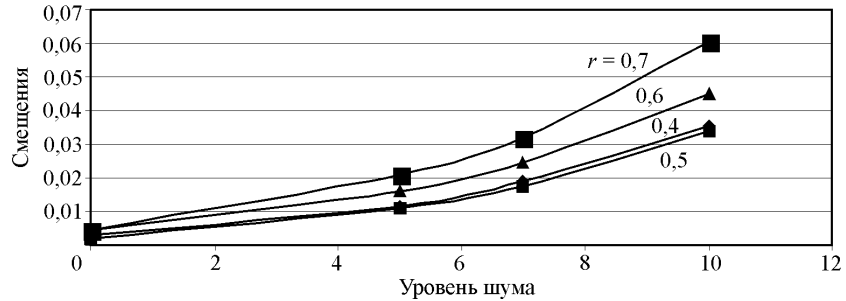


Рис. 3. Смещения оценок, усредненные по всем положениям объекта

уссоиды $\frac{1}{2\pi r^2} e^{-\frac{x^2 + y^2}{2r^2}}$ при $r = 0,4; 0,5; 0,6; 0,7$. Для аппроксимации ФРТ в

окне ($|x| \leq 3r, |y| \leq 3r$) использовался двумерный четный полином десятой степени. Амплитуда объекта A была постоянна и равнялась 100 во всех экспериментах. Сигнал формировался в окне 5×5 элементов ФПУ и сопровождался нормальным шумом с нулевым средним и СКО s , изменявшимся от 0 до 0,1A. Ввиду четности ФРТ положение центра объекта относительно центра элемента ФПУ изменялось только в диапазоне 0–0,5 с шагом 0,1 по каждой координате (всего 36 положений). Для каждого размера ФРТ и для каждого положения объекта осуществлялось по I экспериментов ($I = 1000$), отличающихся реализациями шума.

Получены следующие результаты.

1. *Систематические ошибки оценивания координат.* В режиме адаптивной фильтрации смещения $|x_0 - \hat{x}_0|, |y_0 - \hat{y}_0|$ оценок координат центра объекта при изменении как уровня шума, так и размера объекта незначимы. Максимальное смещение оценок при нулевом шуме ($s = 0$) для всех размеров объекта не превосходит 0,008 элемента, а при отношении $A/s = 10$ достигает 0,14 для $r = 0,7$ и не превосходит 0,07 для $r = 0,4$. На рис. 3 показаны смещения оценок, усредненные по всем рассматриваемым положениям объекта, при различных размерах объекта и уровнях шума. Из рисунка следует, что даже при большом уровне шума значение смещений оценок не превосходит 0,06.

2. *Случайные ошибки оценивания координат.* СКО оценок координат определялись согласно формулам

$$S_{\hat{x}_0} = \sqrt{\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I (\hat{x}_0^{(i)} - x_0)^2}, \quad S_{\hat{y}_0} = \sqrt{\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I (\hat{y}_0^{(i)} - y_0)^2}.$$

Зависимость СКО оценок координат от положения объекта для $r = 0,5$ и $s = 10$ приведена на рис. 4. Несмотря на то что отношение максимального значения сигнала (см. рис. 2) к СКО шума (исходное отношение сигнал/шум) при изменении положения объекта падает более чем вдвое (от 4,6 в центре до 2,2 в углу), точность оценивания координат объекта изменяется достаточно слабо. Аналогичная зависимость наблюдается и для всех остальных размеров объекта и уровней шума. В табл. 1 представлены СКО оценок, усредненные по всем положениям объекта.

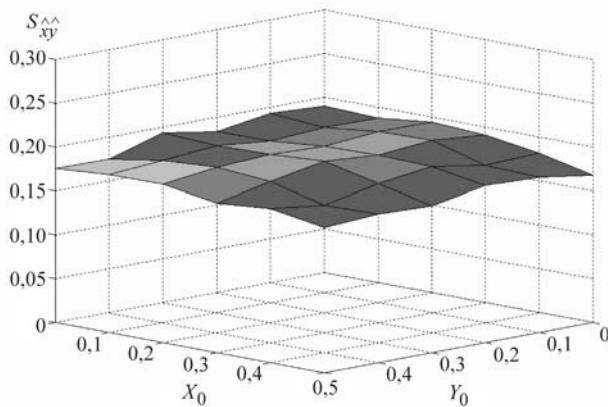


Рис. 4. Зависимость СКО оценок $S_{\hat{x}\hat{y}} = \sqrt{(S_x^2 + S_y^2)/2}$ от истинных координат объекта

3. *Эффективность адаптивной фильтрации.* Для оценивания качества адаптивной фильтрации эксперименты проводились с двумя фильтрами: адаптивным фильтром и фильтром, настроенным на центр элемента ФПУ (пространственно-инвариантный фильтр).

В первом случае оценивание амплитуды выполнялось путем минимизации функционала (8) по параметрам b, A, x_0, y_0 , во втором – путем минимизации того же функционала только по параметрам b и A в предположении, что $x_0 = y_0 = 0$.

Качество фильтрации изображения пространственно-инвариантным фильтром иллюстрирует рис. 5 для $r = 0,5$ и $s = 10$. Нормированная оценка амплитуды, определяющая отношение сигнал/шум на выходе фильтра, в этом случае вычисляется как

$$Q_1 = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{f}^*(0, 0) - \frac{\mathbf{e}^T \mathbf{d} \mathbf{e}^T \mathbf{f}^*(0, 0)}{N}}{\sqrt{\mathbf{f}^{*T}(0, 0) \mathbf{f}^*(0, 0) - \frac{[\mathbf{e}^T \mathbf{f}^*(0, 0)]^2}{N}}}$$

При такой фильтрации выходное отношение сигнал/шум лежит в диапазоне 2,6–4,8. Как было отмечено выше, диапазон исходных отношений сигнал/

Т а б л и ц а 1

r	s			
	0	5	7	10
0,4	0,00348	0,07559	0,10881	0,16273
0,5	0,00258	0,08662	0,12359	0,18298
0,6	0,00515	0,10860	0,15230	0,22044
0,7	0,00497	0,13710	0,18890	0,26455

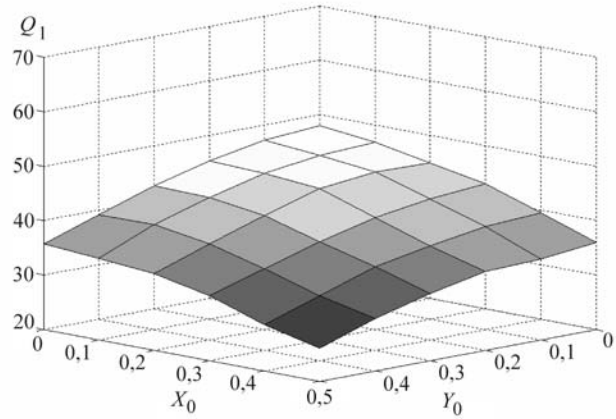


Рис. 5. Зависимость отклика пространственно-инвариантного фильтра от положения объекта

шум составляет 2,2–4,6. Из этого следует, что использование данного фильтра, когда центр объекта расположен в угловой точке элемента, увеличивает отношение сигнал/шум в 1,2 раза.

На рис. 6 для того же размера объекта и уровня шума показаны нормированные оценки амплитуд при адаптивной фильтрации, вычисляемые как

$$Q_2 = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{f}^*(x_0, y_0) - \frac{\mathbf{e}^T \mathbf{d} \mathbf{e}^T \mathbf{f}^*(x_0, y_0)}{N}}{\sqrt{\mathbf{f}^{*T}(x_0, y_0) \mathbf{f}^*(x_0, y_0) - \frac{[\mathbf{e}^T \mathbf{f}^*(x_0, y_0)]^2}{N}}}$$

В этом случае выходное отношение сигнал/шум лежит в диапазоне 4,2–5,0. Применение адаптивного фильтра позволяет увеличить отношение сигнал/

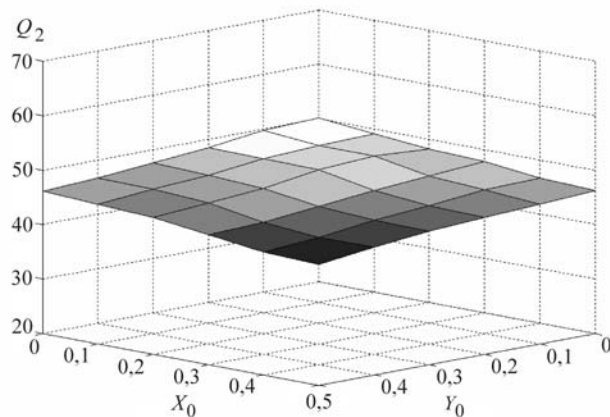


Рис. 6. Зависимость отклика адаптивного фильтра от положения объекта

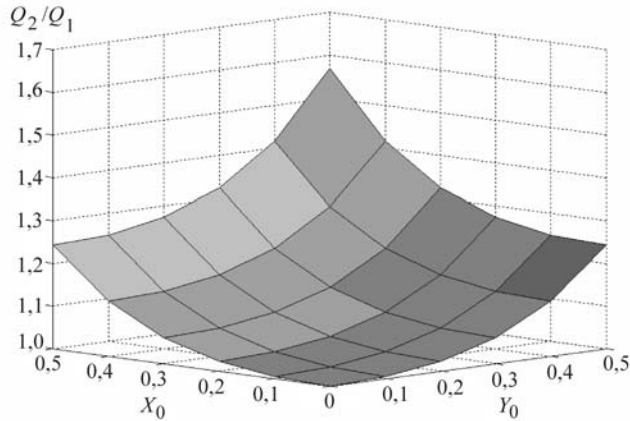


Рис. 7. Зависимость отношения Q_2/Q_1 от положения объекта

шум входного изображения на краях в 1,5 раза и на углу элемента в 1,9 раза.

На рис. 7 приведено отношение нормированных амплитуд Q_2/Q_1 при $r = 0,5$ и $s = 0$. Видно, что для объекта, расположенного в углу элемента, адаптивный фильтр позволяет увеличить отношение сигнал/шум в 1,6 раза. При увеличении уровня шума характер зависимости существенно не изменяется. В табл. 2 представлены усредненные по всем положениям объекта значения отношения Q_2/Q_1 для всех рассмотренных случаев. Из таблицы видно, что применение адаптивного фильтра в среднем позволяет увеличить отношение сигнал/шум на 10–22 %.

Увеличение отношения сигнал/шум за счет использования адаптивной фильтрации по сравнению с пространственно-инвариантной фильтрацией иллюстрирует рис. 8. Здесь показана зависимость эффективности адаптивной фильтрации (Q_2/Q_1) от уровня входного шума для двух положений объекта: ($x_0 = 0,5, y_0 = 0$) (рис. 8, а) и ($x_0 = 0,5, y_0 = 0,5$) (рис. 8, б). Видно, что даже при большом уровне входного шума в угловой точке элемента ФПУ отношение сигнал/шум увеличивается на 40–80 %. При этом с уменьшением размера объекта r эффективность адаптивной фильтрации увеличивается.

Т а б л и ц а 2

r	s			
	0	5	7	10
0,4	1,18807	1,19765	1,20546	1,22779
0,5	1,16167	1,17575	1,18762	1,21589
0,6	1,13841	1,15645	1,17344	1,21058
0,7	1,11975	1,14495	1,16857	1,21317

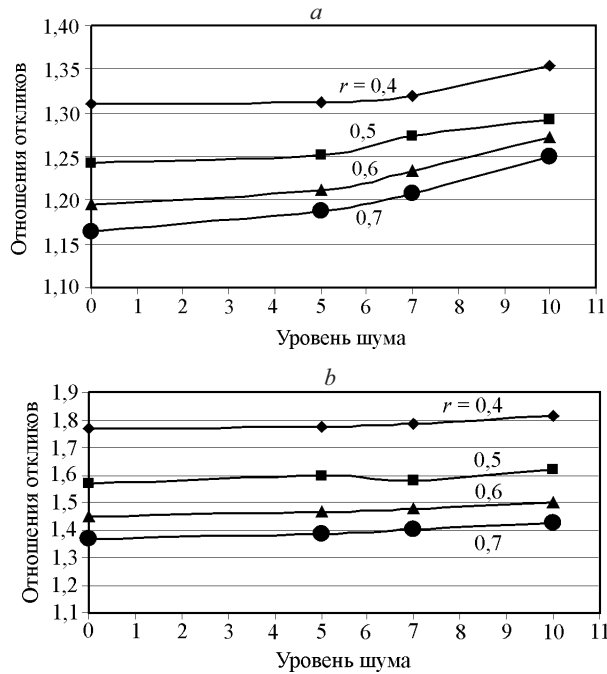


Рис. 8. Эффективность адаптивной фильтрации

Заключение. Рассмотренный адаптивный алгоритм обеспечивает значимое увеличение отношения сигнал/шум по сравнению со стандартной процедурой пространственно-инвариантной фильтрации, а также позволяет оценить координаты объекта с субпиксельной точностью даже для сравнительно малого отношения сигнал/шум входного изображения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Рао С. Р.** Линейные статистические методы и их применения. М.: Наука, 1968.
2. **Kosykh V. P.** Subpixel estimating coordinates of point targets // 7th Intern. Conf. on Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies (PRIA-7-2004). St. Peterburg: SPbETU, 2004. Vol. 3. P. 744.
3. **Кендалл М., Стьюарт А.** Статистические выводы и связи. М.: Наука, 1973.

Институт автоматизации и электрометрии СО РАН,
E-mail: ilim-elim@mail.ru

Поступила в редакцию
31 октября 2005 г.