

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

А В Т О М Е Т Р И Я

---

2005, том 41, № 6

УДК 681.51.7.004.942

**И. А. Выхристюк, Е. В. Сысоев, А. К. Поташников, С. А. Кокарев**

*(Новосибирск)*

### **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ЛАЗЕРНЫМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ КОМПЛЕКСОМ**

Разработаны математическая и имитационная модели системы управления многокоординатным лазерным технологическим комплексом LSP-2000. Рассмотрены различные способы управления. Предложен алгоритм нелинейной интерполяции для системы с числовым программным управлением.

**Введение.** Создание технологических систем, имеющих большое количество степеней свободы исполнительного инструмента, является очень трудоемким и дорогостоящим процессом. Математическое моделирование на стадии проектирования управляющей системы и механики [1] позволяет выбрать правильную стратегию и оптимизировать процесс создания системы. Имитационные модели обрабатываемых комплексов, построенные на базе математических моделей, дают возможность симулировать процесс обработки, что полезно с точки зрения уменьшения вероятности повреждения детали из-за неверно заданной программы действий. Поэтому математическое моделирование и оптимизация процесса управления являются актуальными задачами при разработке сложных технологических систем обработки трехмерных поверхностей. Этим проблемам посвящены публикации как в нашей стране [1–5], так и за рубежом [6, 7].

Целью данной работы является моделирование процесса управления лазерным технологическим комплексом LSP-2000 (рис. 1) с шестью степенями подвижности рабочего инструмента, позволяющего производить обработку больших размеров изделий (максимальный размер  $3000 \times 3000 \times 600$  мм) с произвольной 3D-формой поверхности. Рабочий инструмент комплекса (луч лазера) при непрерывном движении отклоняется от заданной траектории не более чем на 20 мкм. Портал  $X$  перемещается по гранитным направляющим при помощи двух приводов ( $X$  и  $U$ ) числового программного управления (ЧПУ). Привод  $U$  предназначен для изменения и поддержания выбранного перегиба портала. В идеальном случае портал  $X$  постоянно перпендикулярен направляющим, так что далее будем считать, что комплекс имеет пять степеней подвижности. По portalу  $X$  движется портал  $Y$ . На портале  $Y$  расположен портал  $Z$ , на котором закреплен поворотный механизм координаты  $S$ . Поворот по координате  $S$  ограничен диапазоном  $0-2\pi$ , и при минимальном пово-



Рис. 1. Общий вид комплекса LSP-2000

роте координата  $C$  направлена по оси  $Y$ . На конце рычага поворотного механизма  $C$  закреплен поворотный механизм  $B$ . Поворот по координате  $B$  ограничен диапазоном  $0 - \pi/2$ , при этом в положении, соответствующем нулевому повороту, рычаг  $B$  направлен по оси  $Z$ . Управление комплексом осуществляется с помощью системы ЧПУ РУХ-5.0w фирмы "RUCH Servomotor".

**Математическая модель управления комплексом.** Перед разработкой математической модели комплекса LSP-2000 была проведена формализация устройства технологических систем с большим количеством степеней подвижности.

Многокоординатный комплекс представляет собой набор подвижных узлов, которые предназначены для манипуляции рабочим инструментом. Под подвижным узлом понимается механизм, обеспечивающий движение рабочего инструмента в одной из степеней подвижности. Исполнительная система представляет собой набор приводов, управляемых системой ЧПУ, каждый из которых обеспечивает движение в одной из степеней подвижности комплекса. Модель комплекса состоит из моделей подвижных узлов, исполнительной системы и рабочего инструмента. Модель исполнительной системы включает в себя законы движения подвижных узлов, а также модель системы ЧПУ. Модель подвижного узла включает в себя текущее положение узла (координату соответствующей оси ЧПУ), ограничения на положение (соответствующие физическим ограничителям или концевым датчикам) и динамические характеристики (предельные скорость и ускорение). Модель рабочего инструмента описывает его положение и другие параметры.

На основе вышеизложенного была построена математическая модель комплекса LSP-2000. Для описания положения рабочего инструмента введена мировая трехмерная система координат, положительные направления осей  $(x, y, z)$  которой совпадают с положительными направлениями осей  $(X, Y, Z)$  системы ЧПУ и образуют левую систему векторов [8].

Положение рабочего инструмента определяется рабочей точкой  $p = (x, y, z)$  и вектором  $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ , параллельным лучу лазера. Рабочая точка – точка на линии, проходящей через центр луча лазера, в месте предполагаемого пересечения с обрабатываемой поверхностью. В модели рабочая точка располагается на конце рычага поворотного механизма  $B$ .

Математическая модель исполнительной системы комплекса LSP-2000 описывает перемещение подвижных узлов с постоянной скоростью. Все узлы имеют свои предельные скорости перемещения, кроме того, в системе ЧПУ есть ограничение общей скорости. Полная скорость вычисляется по формуле

$$V = \frac{\sqrt{dX^2 + dY^2 + dZ^2 + dC^2 + dB^2}}{dT},$$

где  $dX, dY, dZ, dC, dB$  – перемещение по координатам  $X, Y, Z, C, B$  соответственно за единицу времени  $dT$ . Скорости узлов для каждого перемещения вычисляются исходя из этих ограничений и с учетом пропорциональности движения по всем координатам.

Для вычисления положения рабочего инструмента, соответствующего координатам системы ЧПУ ( $X, Y, Z, C, B$ ), используются следующие уравнения:

$$\begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos(Ck_{C1} + k_{C2}) \cdot \sin(Bk_{B1} + k_{B2}) \\ -\sin(Ck_{C1} + k_{C2}) \cdot \sin(Bk_{B1} + k_{B2}) \\ \cos(Bk_{B1} + k_{B2}) \end{pmatrix}; \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X - R_B n_x - R_C \sin(Ck_{C1} + k_{C2}) + k_X \\ Y - R_B n_y + R_C \cos(Ck_{C1} + k_{C2}) + k_Y \\ Z - R_B n_z + k_Z \end{pmatrix}.$$

Коэффициенты  $k_X, k_Y, k_Z, k_{C2}$  и  $k_{B2}$  зависят от положения нулей на линейках ЧПУ и геометрии комплекса;  $k_{C1}$  и  $k_{B1}$  преобразуют единицы отсчета на линейках  $C$  и  $B$  соответственно в требуемые единицы измерения для аргументов тригонометрических функций (градусы или радианы). Параметры  $R_C$  и  $R_B$  определяют длины рычагов поворотных механизмов  $C$  и  $B$  соответственно.

Обратное преобразование (преобразование координат инструмента в координаты системы ЧПУ) выполняется в следующем порядке:

$$B = \frac{\arccos(n_z) - k_{B2}}{k_{B1}};$$

$$C = \begin{cases} -\frac{k_{C2}}{k_{C1}}, & \text{если } n_z = 1; \\ \frac{\arccos\left(\frac{-n_x}{\sin(Bk_{B1} + k_{B2})}\right) - k_{C2}}{k_{C1}}, & \text{если } n_z \neq 1 \text{ и } n_y \leq 0; \\ \frac{2\pi - \arccos\left(\frac{-n_x}{\sin(Bk_{B1} + k_{B2})}\right) - k_{C2}}{k_{C1}}, & \text{если } n_z \neq 1 \text{ и } n_y > 0, \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
X &= x + R_B n_x + R_C \sin(Ck_{C1} + k_{C2}) - k_X; \\
Y &= y + R_B n_y - R_C \cos(Ck_{C1} + k_{C2}) - k_Y; \\
Z &= z + R_B n_z - k_Z.
\end{aligned}
\tag{3}$$

Следует отметить, что при заданных ограничениях на перемещения поворотных механизмов преобразование положения рабочего инструмента в координаты ЧПУ и обратно однозначны. Если рабочий инструмент направлен не вертикально, то его положению  $(p, \mathbf{n})$  соответствует единственная комбинация положений подвижных узлов комплекса. При вертикальном направлении рабочего инструмента существует бесконечное множество вариантов положения подвижных узлов  $X, Y$  и  $C$ . Для устранения этой неоднозначности введен первый вариант (первое уравнение) в правиле (2).

**Имитационная модель комплекса.** В процессе создания управляющего программного обеспечения на базе математической модели комплекса создана имитационная модель (рис. 2) с возможностью трехмерной визуализации симуляции процесса обработки. С использованием этой модели проведены экспериментальные исследования алгоритмов управления комплексом, при разработке которых учитывались следующие требования к технологическому процессу:

- 1) обработка изделия должна производиться лучом, направленным по нормали к поверхности (максимально допустимое отклонение определяется технологией);
- 2) мощность лазерного излучения, падающего на единицу обрабатываемой площади, должна быть постоянной;
- 3) ошибка позиционирования рабочей точки во время обработки не должна превышать заданного значения  $\Delta p$ .

Исходные данные для выполнения обработки (последовательность действий) будем называть заданием. Задание состоит из последовательного набора положений рабочего инструмента  $(p, \mathbf{n}_i)$ , а также команд на включение и выключение лазера. Траектория рабочей точки должна представлять собой ломаную, проходящую через точки  $p_i$ .

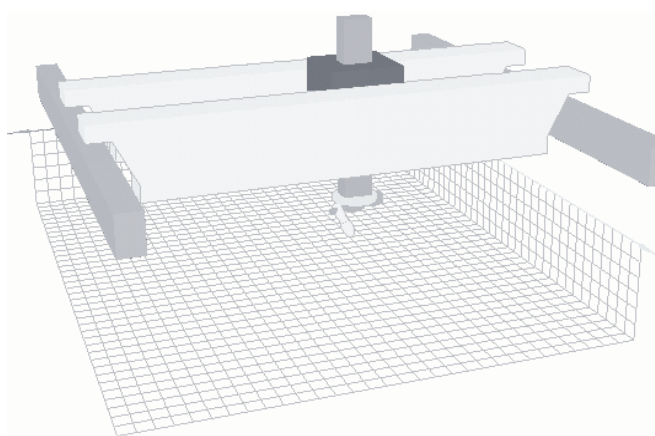


Рис. 2. Визуальная имитационная модель

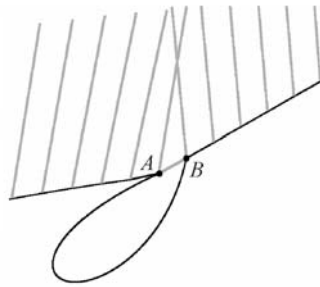


Рис. 3. Отклонение траектории движения рабочей точки от предполагаемого отрезка переезда. Здесь  $A$  – начало, а  $B$  – конец одного отрезка задания. Линии, направленные от точек задания вверх, – нормали к обрабатываемой поверхности

Вначале рассматривалась модель системы управления с линейной интерполяцией, так как комплекс LSP-2000 снабжен ЧПУ именно такого типа. Линейная интерполяция предполагает пропорциональное изменение всех координат на отрезке переезда. В этом случае рабочая точка перемещается в пространстве нелинейно (рис. 3) и скорость ее движения неравномерна.

Рассмотрены два способа решения этой проблемы. При пропорциональном движении нужно обеспечить условия, при которых отклонение траектории рабочей точки от заданной линии лежит в пределах заданного значения  $\Delta r$ , или ввести в ЧПУ нелинейную интерполяцию.

Одним из способов решения может стать исключение поворотных узлов из участия в перемещении рабочего инструмента по отрезку. Это накладывает ограничения на нормали на концах отрезка. Разница между нормальями должна быть в двойном допуске (эта величина определяется технологией). Тогда, выставив рабочий инструмент в начало отрезка так, чтобы направление его было параллельно средней нормали на отрезке, можно пройти весь отрезок без изменения направления рабочего инструмента, т. е. без использования поворотных узлов.

Недостатком такого способа является необходимость включения/выключения лазера на каждом отрезке траектории. Для некоторых технологий это недопустимо, так как существенно снижается качество обработки. К тому же в промежутках между перемещениями по отрезкам при выставлении требуемой нормали для следующего переезда возможно касание поворотным узлом обрабатываемой поверхности.

Другим способом решения проблемы является дробление отрезка переезда. Если величина отклонения траектории превышает допустимую, то отрезок делится пополам, а нормаль в точке дробления берется как средняя между нормальями на краях отрезка. Дробление продолжается до тех пор, пока отклонение на всем отрезке не будет лежать в допустимых пределах (рис. 4).

Недостаток такого подхода объясняется непостоянством контурной скорости на отрезке, что усложняет вычисление рабочей скорости, так как рабочая точка, двигаясь практически вдоль отрезка в пределах допуска, может совершать движение поперек заданной траектории и даже в противоположном направлении. Таким образом, вычисленное значение скорости рабочей точки в прост-

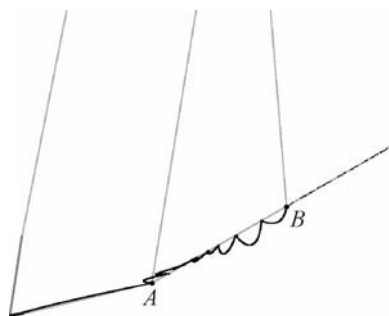


Рис. 4. Траектория движения рабочей точки при дроблении отрезка. Точки  $A$  и  $B$  соответствуют точкам на рис. 3

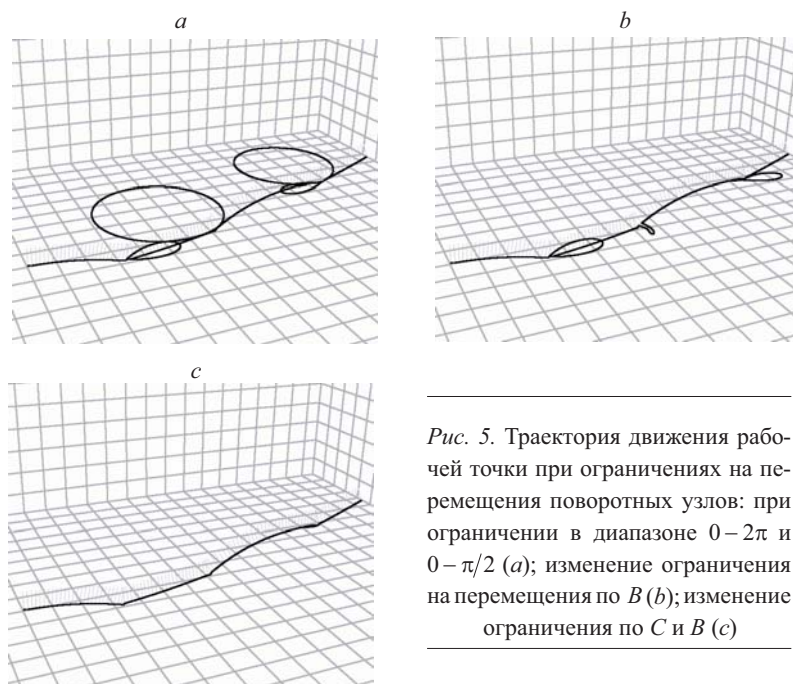


Рис. 5. Траектория движения рабочей точки при ограничениях на перемещения поворотных узлов: при ограничении в диапазоне  $0 - 2\pi$  и  $0 - \pi/2$  (a); изменение ограничения на перемещения по  $B$  (b); изменение ограничения по  $C$  и  $B$  (c)

ранстве для использования регулировки мощности излучения в «чистом» виде не пригодно.

В ходе работы с имитационной моделью было установлено, что величину отклонения траектории можно уменьшить, изменив существующие ограничения на перемещения поворотных узлов. На рис. 5, *a-c* представлены результаты экспериментов по изменению ограничений на перемещения по координатам  $B$  и  $C$ . Наилучшие результаты получены при ограничении на перемещения по координате  $B$  ( $-\pi/4, \pi/4$ ) и снятых ограничениях на вращение по координате  $C$  в обе стороны, что привело к неоднозначности преобразований положения рабочего инструмента в координаты ЧПУ и, как следствие, к изменению алгоритмов управления.

Возможно иное, свободное от вышеописанных недостатков, решение проблемы управления движением рабочего инструмента. Это введение в системе ЧПУ нелинейной интерполяции. Далее будем считать, что задание уже переведено в набор команд ЧПУ, поэтому исходными данными будут точки в координатах системы ЧПУ. Пусть  $(X_0, Y_0, Z_0, C_0, B_0)$  – координаты начала, а  $(X_1, Y_1, Z_1, C_1, B_1)$  – координаты конца отрезка переезда. Тогда, используя выражения (1), вычислим положения рабочего инструмента в начале  $(x_0, y_0, z_0)$ ,  $\mathbf{n}_0$  и конце  $(x_1, y_1, z_1)$ ,  $\mathbf{n}_1$  переезда.

Введем параметр  $t$ , меняющийся от 0 до 1 и описывающий положение точки  $(x_t, y_t, z_t)$  на отрезке от точки  $(x_0, y_0, z_0)$  до точки  $(x_1, y_1, z_1)$ :

$$(x_t, y_t, z_t) = (1-t)(x_0, y_0, z_0) + t(x_1, y_1, z_1). \quad (4)$$

Возьмем за основную ту координату из  $C$  и  $B$ , значение которой претерпевает большее изменение при перемещении рабочего инструмента из начала в конец отрезка, и относительно нее найдем требуемые значения для остальных координат. Если координаты  $C$  и  $B$  на отрезке не меняются, то дви-



жение происходит по пропорциональной схеме и траектория инструмента будет прямой.

Предположим, что основная координата –  $C$ , тогда каждый момент времени из значения основной координаты  $C_t$  вычисляется значение параметра

$$t = \frac{C_t - C_0}{C_1 - C_0}.$$

По значению параметра  $t$  с помощью (4) находим точку  $(x_t, y_t, z_t)$ , а значение  $B_t$  – из выражения

$$B_t = (1 - t)B_0 + tB_1.$$

Затем, используя уравнения (1) и (3), по известным значениям  $C_t$  и  $B_t$  находим  $\mathbf{n}_t$ , а по  $(x_t, y_t, z_t)$  и  $\mathbf{n}_t$  вычисляем  $X_t, Y_t, Z_t$ . Таким образом, можно получить необходимые значения для всех координат в текущий момент времени.

В идеальном случае при постоянной контурной скорости можно равномерно менять параметр  $t$  от 0 до 1 (соответственно скорости), вычислять  $(x_t, y_t, z_t)$  и  $\mathbf{n}_t$  с последующим нахождением требуемых координат  $(X_t, Y_t, Z_t, C_t, B_t)$ .

**Заключение.** Представлена математическая модель системы управления лазерным технологическим комплексом LSP-2000, на основе которой создана имитационная модель, позволяющая симулировать процесс работы комплекса.

С помощью имитационной модели исследовано несколько алгоритмов управления комплексом, что позволило выбрать для практического использования наиболее оптимальный из них (удовлетворяющий технологическим требованиям и фактическим ограничениям).

На основании экспериментов с имитационной моделью установлено, что алгоритмы нелинейной интерполяции ЧПУ во многих случаях дают лучший результат по сравнению с алгоритмами линейной интерполяции. Использование в ЧПУ полученных уравнений нелинейной интерполяции находится в стадии апробации.

В настоящее время комплекс работает под управлением системы ЧПУ с линейной интерполяцией. Заключительным испытанием комплекса была обработка изделия с параболической формой поверхности с помощью технологии абляции. В процессе испытаний обнаружено, что реальная форма обрабатываемой поверхности отличается от заданной конструктором (в некоторых точках отличие составляло 10 мм и более). В этой ситуации использовались возможности комплекса как трехмерной координатно-измерительной машины. На основе измерительных данных задание было скорректировано, что позволило выполнить обработку с необходимой точностью.

Результаты, полученные в процессе выполнения данной работы, позволяют оптимизировать проектирование систем с большим количеством степеней свободы. Математическая модель может быть расширена для учета других особенностей, возникающих при управлении, таких как динамические связи между координатами, учет трения в различных подвижных узлах и т. д.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Зарубин В. С.** Математическое моделирование в технике: Учеб. для вузов /Под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001.
2. **Горев В. В., Филиппов В. В., Тезиков Н. Ю.** Математическое моделирование при расчетах и исследованиях строительных конструкций. М.: Высш. шк., 2002.
3. **Понтрягин Л. С.** Принцип максимума в оптимальном управлении. М.: Изд-во УРСС, 2004. С. 64.
4. **Смирнов В. А.** Моделирование размеров и форм узла трения однодисковых фрикционных муфт со вставками // Автоматизация и управление в машиностроении. 2004. № 22.
5. **Надарейшвили Ф. И., Петушков В. А., Фролов К. В.** Математическое моделирование несущей способности и разрушения конструкций при высокоскоростных ударных воздействиях // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2004. № 1.
6. **Overgaard G., Palmkvist K.** Use Cases: Patterns and Modeling Problems. Addison-Wesley: Paperback, 2004.
7. **Кап С. Н.** Metrics and Models in Software Quality Engineering. Addison-Wesley: Hardcover, 2002.
8. **Зенкевич С. Л., Ющенко А. С.** Управление роботами. Основы управления манипуляционными роботами: Учеб. для вузов. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000.

*Конструкторско-технологический институт  
научного приборостроения СО РАН,  
E-mail: potash@tdisie.nsc.ru*

*Поступила в редакцию  
1 августа 2005 г.*