

**ОПТИЧЕСКИЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ,
ЭЛЕМЕНТЫ И СИСТЕМЫ**

УДК 535.42 : 681.786

Ю. А. Лемешко, Ю. В. Чугуй

(Новосибирск)

**ДИФРАКЦИОННЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ
ДИАМЕТРОВ КРУГОВЫХ ОТРАЖАЮЩИХ ЦИЛИНДРОВ**

Обсуждается дифракционный метод измерения круговых отражающих цилиндров большого диаметра (от нескольких миллиметров и более). Отличительной особенностью метода является то, что диаметр измеряется не по дифракционной картине от цилиндра, а путем обработки дифракционных картин от зазоров между краями цилиндра и опорными полуплоскостями. Это позволяет при контроле объектов большого диаметра достигнуть высокой чувствительности метода. Разработана эквивалентная модель формирования измеряемым объектом дифракционной картины Фраунгофера, на базе которой предложен алгоритм обработки измерительной информации, позволяющий определить диаметр объекта.

Введение. На практике объектами размерного контроля являются металлические изделия, имеющие отражающую поверхность цилиндрической формы. Это могут быть валы, ролики, проволоки и другие изделия, имеющие цилиндрические фрагменты, в частности ролики подшипников качения (диаметр от 9 до 54 мм), которые используются в железнодорожных вагонах. В отдельных случаях необходим контроль диаметра роликов с субмикронной точностью.

Перспективным для этих целей представляется применение оптико-электронных методов измерений, которые, в отличие от известных емкостных и индуктивных методов [1], обладают большей устойчивостью к воздействию внешних электромагнитных полей. При измерении изделий большого диаметра стандартным интерференционным методом [2] часто приходится применять оптические системы с большим увеличением (вследствие малого размера интерференционной картины). Это приводит к появлению когерентных шумов и заметному увеличению погрешности измерений.

Целью данной работы является создание высокоточного метода измерений круговых отражающих цилиндров большого диаметра. Применение стандартного дифракционного метода [3, 4] в данном случае является затруднительным по двум причинам. Во-первых, для больших изделий этот метод

не обеспечивает достаточной чувствительности. Во-вторых, возникают сложности при обработке дифракционного спектра вследствие его сжатости. Для круговых отражающих цилиндров большого диаметра (несколько миллиметров и более) высокой чувствительности метода можно добиться за счет использования опорных полуплоскостей. Диаметр объекта определяется путем измерения зазоров между краями объекта и опорными полуплоскостями, которые целесообразно располагать вне диаметральной плоскости измеряемого объекта (в отличие от [5]). Это исключает возможность их повреждения за счет случайного физического контакта с поверхностью цилиндра.

При применении опорных полуплоскостей дифракционная картина формируется свободным пространством без фурье-объектива, что позволяет существенно снизить уровень когерентных шумов.

В данной работе получены аналитические зависимости, позволяющие определить диаметр цилиндра по параметрам дифракционных картин Фраунгофера от зазоров между его краями и опорными полуплоскостями. Теоретические результаты подтверждены экспериментально.

Измерительная схема. Оптическая схема, реализующая предлагаемый метод измерения диаметров круговых отражающих цилиндров, показана на рис. 1. Она состоит из двух одинаковых оптических каналов, каждый из которых включает в себя осветительный модуль, опорную полуплоскость и многоэлементный фотоприемник (ПЗС-линейка). Опорная полуплоскость располагается на расстоянии d (несколько миллиметров) от диаметральной

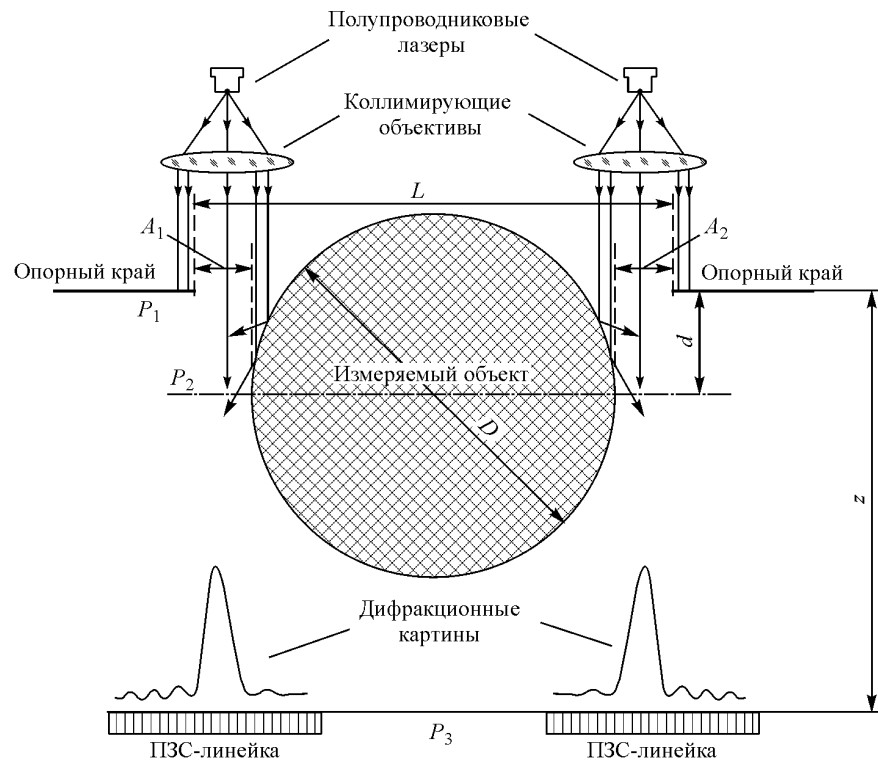


Рис. 1. Схема дифракционного измерителя диаметра цилиндра

плоскости объекта (в отличие от [3]), при этом между вершиной объекта и краем опорной полуплоскости существует зазор A .

Плоская монохроматическая волна, формируемая осветителем, дифрагирует на опорной полуплоскости и измеряемом объекте. При относительно малом зазоре A (~ 150 мкм) и достаточно большом расстоянии z (~ 400 мм) число Френеля $N_F = A^2/4\lambda z \ll 1$ (λ – длина волны), что соответствует дифракции Фраунгофера [6]. В результате можно отказаться от использования фурье-объектива и регистрировать дифракционный спектр непосредственно ПЗС-линейкой. Определение положения дифракционных полос в обоих оптических каналах позволяет измерить расстояния A_1 и A_2 и вычислить диаметр цилиндра D :

$$D = 2R = L - A_1 - A_2,$$

где L – базовое расстояние между опорными полуплоскостями (см. рис. 1).

Задача расчета дифракционного спектра и определения по его параметрам величины зазора между измеряемой деталью и опорной полуплоскостью относится к задачам дифракции на объемных телах, которые в частных случаях имеют строгие решения [6]. К сожалению, эти решения слишком сложны для инженерных применений и не позволяют решить обратную задачу (определение параметров объекта по параметрам дифракционного поля) в явном виде. В связи с этим для расчета дифракционных полей от объемных тел используются приближенные решения [7], которые позволяют получить в некоторых случаях достаточно простую и точную аппроксимацию формируемой цилиндром дифракционной картины.

Расчет дифракционного поля. Рассмотрим формирование дифракционного поля в одном из оптических каналов. В общем случае наблюдаемое поле является результатом интерференции дифракционного поля от опорной полуплоскости и поля от края цилиндра (рис. 2). Однако при достаточно большом расстоянии d (~ 5 мм) и малом зазоре A (~ 150 мкм) в области дифракционных порядков $\theta \ll \pi$ дифракцией отраженной от цилиндра волны на опорной полуплоскости можно пренебречь (рис. 2, *a*). Это позволяет представить дифракционное поле в виде суперпозиции двух полей: поля отраженного от поверхности цилиндра E_{ref} и проходящего поля E_{pas} , дифрагированного опорной полуплоскостью и краем цилиндра. В результате задача разбивается на две более простые: расчет дифракционного поля от объекта типа бипланарная щель (рис. 2, *b*) и поля, отраженного цилиндрической поверхностью (рис. 2, *c*).

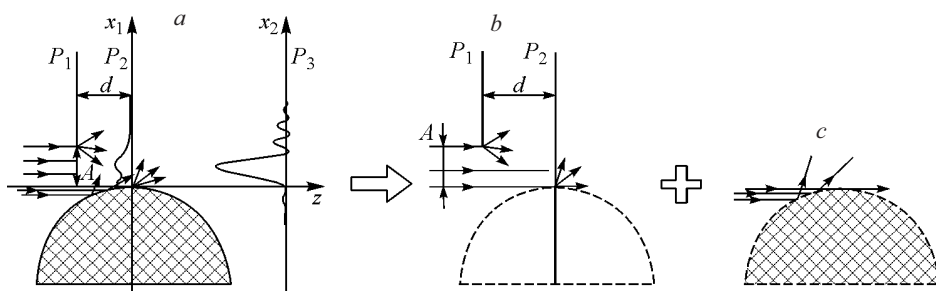


Рис. 2. Эквивалентная модель формирования дифракционной картины Фраунгофера: полное поле (*a*), проходящая волна (*b*), отраженная волна (*c*)

Для нахождения первой компоненты поля проходящей волны E_{pas} рассмотрим задачу дифракции плоской монохроматической волны на объекте типа бипланарная щель (две полуплоскости, смещенные относительно друг друга вдоль оси Z на расстояние d и вдоль оси X на расстояние A). Передняя грань бипланарной щели совпадает с опорной полуплоскостью, задняя – находится в диаметральной плоскости цилиндра и имитирует его край. Решение этой задачи [7] имеет вид

$$E_{\text{pas}} = \frac{e^{ik\left(z + \frac{z\theta^2}{2}\right)}}{\sqrt{i\lambda z}} \frac{1}{ik\theta} \left[\tilde{Y}(A) - \exp\left\{-ik\left(A\theta + \frac{d\theta^2}{2}\right)\right\} \tilde{Y}\left(\theta + \frac{A}{d}\right) \right], \quad (1)$$

где

$$\tilde{Y}(x) = \frac{1}{\sqrt{i\lambda d}} \int_{-\infty}^{\infty} Y(\xi) \exp\left\{\frac{ik}{2d}(x - \xi)^2\right\} d\xi$$

– френелевский образ функции Хевисайда $Y(x)$.

Выражение (1) наглядно можно интерпретировать следующим образом. Дифракционное поле является результатом интерференции двух точечных дифракционных источников, расположенных на краях бипланарной щели (см. рис. 2, *b*). Первый член в скобках (1) описывает поле источника, имеющего изотропную диаграмму направленности (дифракция света на задней полуплоскости P_2). Второй член описывает поле источника на передней полуплоскости P_1 . Этот источник имеет анизотропную диаграмму направленности, характер которой учитывает эффект виньетирования поля задней полуплоскостью. Для дальнейшего анализа воспользуемся аппроксимацией [7] функции

$$\tilde{Y}(x) \approx Y(x) - \frac{p \exp\{ikx^2/2z\}}{2(|x| + p)} \text{sign}(x), \quad (2)$$

где $p = \frac{\sqrt{i\lambda z}}{\gamma}$, $2 \leq \gamma \leq \pi$; $\text{sign}(x)$ – знаковая функция.

Используя (1) и (2), можно показать, что поле проходящей волны для $\theta > 0$ при $A^2/4\lambda d \gg 1$ описывается выражением

$$E_{\text{pas}} \approx \frac{2e^{ik\left(z + \frac{z\theta^2}{2}\right)}}{\sqrt{i\lambda z}} \frac{\exp\{-i\varphi_1(\theta)\}}{k\theta} \sin(\varphi_1(\theta)), \quad (3)$$

где $\varphi_1(\theta) = \frac{k}{2} \left(\frac{d}{2} \theta^2 + A\theta \right)$ – фазовая функция.

Из выражения (3) видно, что дифракционное поле от бипланарной щели отличается от поля, формируемого плоской щелью ($d=0$), присутствием

квадратичного члена в фазовой функции $\varphi_1(\theta)$. В результате положение дифракционных полос становится неэквидистантным.

Рассмотрим теперь вторую компоненту дифракционного поля – отраженную волну. Часто на практике для описания поля волны, отраженной от цилиндрической поверхности, используют геометрическую асимптотику точного решения [6]. С учетом этого поле отраженной волны в диаметральной плоскости цилиндра можно определить выражением

$$E_{\text{ref}}^0 = -\frac{1}{\sqrt{3}} \exp \left\{ ik2R^{-1/2} \left(\frac{2x}{3} \right)^{3/2} \right\}. \quad (4)$$

Заметим, что данное решение приведено для случая, когда на цилиндр падает плоская волна. В нашем случае цилиндр освещается плоской волной, дифрагированной опорной полуплоскостью. В результате падающее на цилиндр поле имеет модуляцию как по амплитуде, так и по фазе. Однако при $\theta \ll \pi$ проекция участка работающей поверхности (в данном случае цилиндрической) на ось X составляет всего несколько микрон. При относительно большом значении параметра d это позволяет пренебречь модуляцией падающего поля.

Поле отраженной волны E_{ref} в плоскости регистрации связано с полем в диаметральной плоскости E_{ref}^0 выражением

$$E_{\text{ref}} = \frac{e^{ikz}}{\sqrt{i\lambda z}} \int_0^{\infty} E_{\text{ref}}^0(x_1) \exp \left\{ \frac{ik}{2z} (x_2 - x_1)^2 \right\} dx_1. \quad (5)$$

Подставляя (4) в (5), получим

$$E_{\text{ref}} = -\frac{\exp \left\{ ik \left(z + \frac{x_2^2}{2z} \right) \right\}}{\sqrt{3i\lambda z}} \int_0^{\infty} \exp \left\{ ik \left(2R^{-1/2} \left(\frac{2x_1}{3} \right)^{3/2} + \frac{x_1^2}{2z} - \theta x_1 \right) \right\} dx_1. \quad (6)$$

Применяя для оценки интеграла метод стационарной фазы [6], можно показать, что выражение для поля отраженной волны имеет вид

$$E_{\text{ref}} \approx \frac{\exp \left\{ ikz + \frac{x_2^2}{2z} \right\}}{\sqrt{i\lambda z}} \frac{\sqrt{\lambda R \theta}}{2} \exp \left\{ i \left(\frac{\pi}{4} - \frac{kR\theta^3}{8} \right) \right\}. \quad (7)$$

Из выражения (7) видно, что амплитуда отраженной волны пропорциональна $\sqrt{\theta}$, и, следовательно, влияние формы объекта на дифракционное поле сильнее выражается в высокочастотной части дифракционного спектра.

Используя выражения (3) и (7), нетрудно показать, что амплитуда и интенсивность дифракционного поля в плоскости фотоприемника определяются (с точностью до множителя $1/\lambda z$) соответственно выражениями:

$$E(\theta) = \frac{2 \exp\{-i\varphi_1(\theta)\}}{k\theta} \sin(\varphi_1(\theta)) - \frac{\sqrt{\lambda R \theta}}{2} \exp\left\{i\left(\frac{\pi}{4} - \frac{kR\theta^3}{8}\right)\right\}, \quad (8)$$

$$I(\theta) = \frac{4 \sin^2(\varphi_1(\theta))}{k^2 \theta^2} - \frac{2\alpha}{k\sqrt{\theta}} [\sin(2\varphi_1(\theta) - \varphi_2(\theta)) + \sin(\varphi_2(\theta))] + \alpha^2 \theta, \quad (9)$$

где $\varphi_1(\theta) = \frac{k}{2} \left(\frac{d\theta^2}{2} + A\theta \right)$; $\varphi_2(\theta) = \frac{kR\theta^3}{8} - \frac{\pi}{4}$; $\alpha = \frac{\sqrt{\lambda R}}{2}$.

Численный анализ показал, что распределение интенсивности главным образом определяется первыми двумя членами выражения (9). Причем в высокочастотной области дифракционного спектра основным является второй член, а в низкочастотной – первый. Таким образом, в области нескольких первых дифракционных минимумов приближенно можно принять

$$I(\theta) \approx I_{\text{apr}}(\theta) = \frac{4 \sin^2(\varphi_1(\theta))}{k^2 \theta^2}. \quad (10)$$

На рис. 3 представлены результаты численного моделирования дифракционной картины. Сплошная кривая $I(\theta)$ соответствует картине, смоделированной согласно выражению (9), пунктирная $I_{\text{apr}}(\theta)$ – согласно выражению (10). Из рисунка видно, что качество аппроксимации полного поля моделью бипланарной щели ухудшается с увеличением θ . Например, положение первого ($n=1$) дифракционного минимума, определенное по формулам (9) и (10), равно соответственно $\theta = 4,100$ мрад, $\theta_{\text{apr}} = 4,049$ мрад, а при $n=10$ значения составляют $\theta = 29,196$ мрад, $\theta_{\text{apr}} = 28,878$ мрад. При решении об-

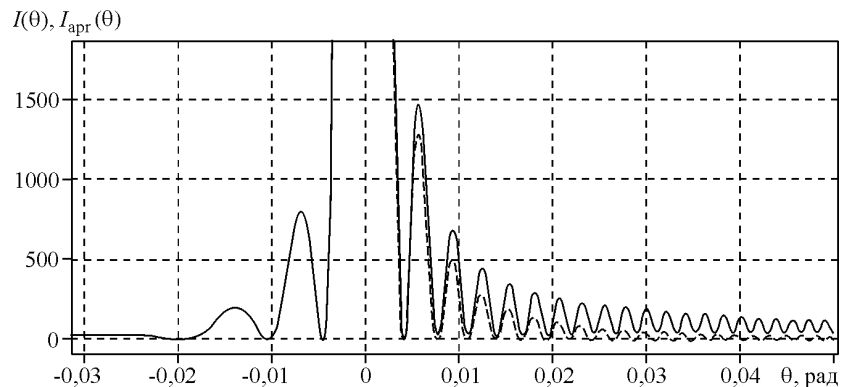


Рис. 3. Моделирование дифракционного поля от зазора между краем цилиндра и опорной полуплоскостью ($\lambda = 0,65$ мкм, $R = 16$ мм, $d = 5,2$ мм, $A = 150$ мкм)

ратной задачи это приведет к заметной (несколько микрон) методической ошибке определения величины зазора A .

Определение диаметра цилиндра. Так как диаметр цилиндра определяется посредством измерения зазоров между его краями и опорными полуплоскостями ($D = L - A_1 - A_2$), необходимо найти величину зазора по положению дифракционных полос. С этой целью проанализируем выражение (10), аппроксимирующее распределение интенсивности, регистрируемое фотоприемником. Положение минимумов интенсивности вычисляется из уравнения

$$\varphi_1(\theta) = \frac{k}{2} \left(\frac{d\theta^2}{2} + A\theta \right) = \pi t, \quad t = 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

На практике определение абсолютного углового положения дифракционного минимума θ_t часто является затруднительным. Это связано с перенасыщением ПЗС-линейки в области нулевого порядка дифракции, что не позволяет точно установить точку отсчета $\theta = 0$. Следовательно, предпочтительно использовать относительное угловое расстояние $\Delta\theta_{mn}$ между дифракционными минимумами m и n . Решая уравнение (11) для $t = m$ и $t = n$ относительно A , нетрудно показать, что

$$A = \sqrt{\frac{\lambda^2 (m - n)^2}{\Delta\theta_{mn}^2} + \frac{d^2 \Delta\theta_{mn}^2}{4}} - \lambda d (m + n). \quad (12)$$

Из полученного выражения видно, что для вычисления A необходимо знать параметр d . Его можно найти посредством дифференцирования (11):

$$d = \frac{\lambda}{\pi} \varphi_1''(\theta), \quad (13)$$

где $\varphi_1''(\theta)$ определяется путем обработки регистрируемого фотоприемником сигнала.

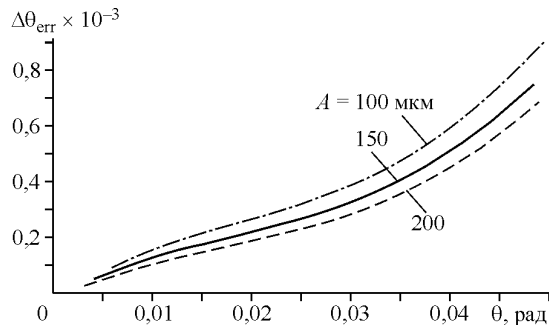


Рис. 4. Смещение дифракционных минимумов $\Delta\theta_{сгр}$ вследствие влияния на дифракционное поле отраженной компоненты ($\lambda = 0,65$ мкм, $R = 16$ мм, $d = 5,2$ мм)

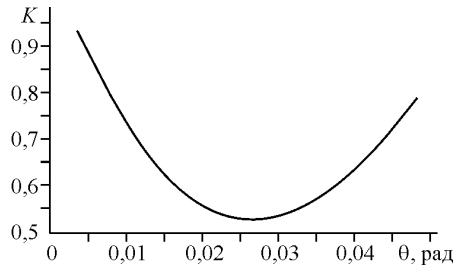


Рис. 5. Калибровочная функция $K(\theta)$

Заметим, что выражения (12) и (13) получены в рамках аппроксимации дифракционного поля моделью бипланарной щели, которая не учитывает поле отраженной волны. Влияние отраженной волны приводит к смещению дифракционных полос $\Delta\theta_{\text{err}}$. На рис. 4 представлена зависимость величины смещения дифракционных минимумов $\Delta\theta_{\text{err}}$ от величины угла θ при различных значениях A .

С увеличением θ смещение дифракционных полос увеличивается. При определении A согласно (12), как уже отмечалось выше, имеем методическую ошибку δA . Так, например, при $n = 1, m = 10$ погрешность $\delta A \approx -4$ мкм.

Анализируя выражения (8) и (10), посредством метода малых приближений можно получить формулу для коррекции углового положения дифракционных минимумов:

$$\Delta\theta_{\text{err}} = \frac{\sqrt{\lambda R}}{2\sqrt{2}} \frac{\theta^{3/2}}{\tilde{A} + d\theta} K(\theta), \quad (14)$$

где \tilde{A} – приближенное значение величины зазора (его можно оценить, используя (12) при $n = -1, m = 1$); $K(\theta)$ – калибровочная функция. Характерной особенностью данной функции является весьма слабая ее зависимость от A и

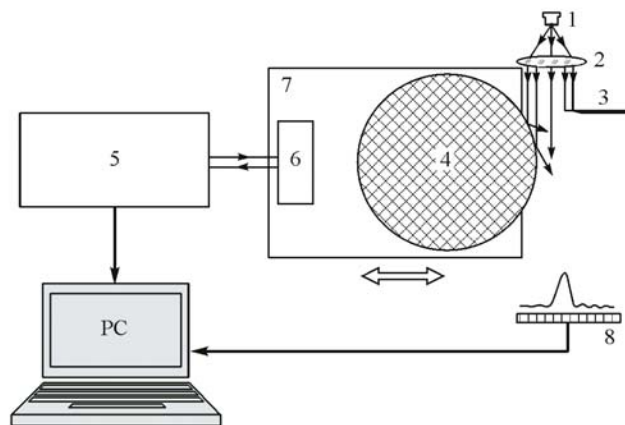


Рис. 6. Блок-схема экспериментальной установки: 1 – полупроводниковый лазер ($\lambda = 0,65$ мкм), 2 – коллимирующий объектив, 3 – лезвие бритвы, 4 – измеряемый цилиндр ($D = 32$ мм), 5 – лазерный интерференционный измеритель перемещений, 6 – уголкового отражатель, 7 – микрометрический столик, 8 – ПЗС-линейка

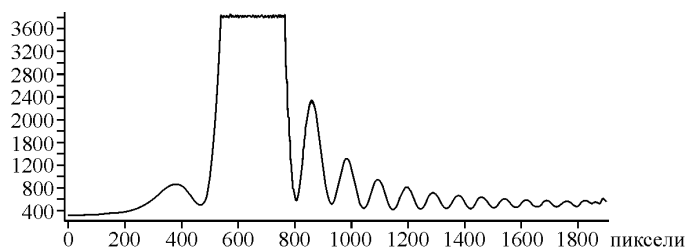


Рис. 7. Дифракционная картина, регистрируемая ПЗС-линейкой (нулевой порядок дифракции вызывает насыщение линейки)

d. График этой функции для цилиндра с $D = 32$ мм (величина зазоров от 100 до 200 мкм) представлен на рис. 5.

Численное моделирование показало, что применение формулы (14) для предварительной коррекции данных позволяет снизить погрешность восстановления A по формуле (12) до 0,3 мкм.

Экспериментальные результаты. Блок-схема установки для экспериментальной оценки точности предлагаемого метода показана на рис. 6. В качестве измеряемого объекта 4 использовался стальной калиброванный цилиндр диаметром 32 мм, который был закреплен на микрометрическом столике 7 и перемещался относительно опорного лезвия 3. Перемещение контролировалось с помощью лазерного измерителя перемещений 5. Распределение интенсивности регистрировалось на расстоянии 450 мм от опорного лезвия посредством фотодиодной линейки Sony ILX511 (2048 пикселей, величина пикселя 14 мкм). Типичный сигнал, получаемый с линейки, показан на рис. 7.

Поскольку на практике предварительно задать величину зазора A с высокой точностью (ошибка менее 0,1 мкм) затруднительно, была применена дифференциальная оценка точности предлагаемого метода. При перемещении цилиндра измерялось приращение величины зазора между его краем и опорной полуплоскостью. Результаты сравнивались с показателями лазерного измерителя перемещений.

В таблице приведены результаты измерений приращения ΔA , полученные при изменении A в диапазоне от 92 до 172 мкм, где ΔA – приращение зазора, зафиксированное лазерным интерференционным измерителем перемещений; $\Delta A'$ – приращение зазора, измеренное предлагаемым методом. Из таблицы видно, что максимальное отклонение оценки смещения путем обработки дифракционной картины от показаний лазерного интерференционного измерителя перемещений не превышает 0,5 мкм. Такой дифференциальный алгоритм может быть эффективно использован на практике, когда размерный контроль цилиндра производится измерением отклонения его диа-

Результаты измерений приращения зазора ΔA

ΔA , мкм	$\Delta A'$, мкм	$\Delta A - \Delta A'$, мкм
10,5	10,1	0,4
32,2	32,2	0
42,0	41,8	0,2
52,9	52,5	0,4
62,6	62,7	-0,1
72,8	72,5	0,3
80,9	80,5	0,4

метра от диаметра эталонного калибра. Полученные результаты подтверждают возможность измерения диаметра объекта предложенным методом с субмикронной точностью.

Заключение. В данной работе предложен дифракционный метод измерения больших диаметров круговых отражающих цилиндров (от нескольких миллиметров и более). Особенностью метода является то, что измеряется не сам диаметр, а расстояние между краями детали и опорными полуплоскостями, расположенными на расстоянии нескольких миллиметров от диаметральной плоскости объекта перпендикулярно распространению световой волны. Зазор между краем детали и опорной полуплоскостью устанавливается порядка 150 мкм при расстоянии от края объекта до ПЗС-линейки не менее 400 мм. Такая конфигурация позволяет отказаться от использования фурье-объектива и тем самым снизить уровень когерентных шумов в дифракционной картине.

Разработана эквивалентная модель формирования поля, согласно которой поле от измеряемого объекта представляется в виде суммы волны, отраженной от поверхности цилиндра, и волны, дифрагированной опорной полуплоскостью и краем цилиндра. Получены аналитические выражения для амплитуды и интенсивности дифракционного поля. Исследовано влияние отраженной волны на регистрируемую дифракционную картину. Предложен и исследован численными методами алгоритм определения диаметра объекта по его дифракционной картине. Экспериментально подтверждена применимость предлагаемого метода для измерения диаметра отражающих цилиндров с субмикронной точностью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Датчики** теплофизических и механических параметров: Справочник в трех томах. Т. 1 /Под общ. ред. Ю. Н. Коптева. М.: ИПРЖР, 1999.
2. **Dew G. D.** The application of spatial filtering techniques to profile inspection, and an associated interference phenomenon // *Opt. Acta.* 1970. **17**, N 4. P. 237.
3. **Belaid S., Fang Ren K., Gréhan G. et al.** Enhancement of wire diameter measurements: comparison between Fraunhofer diffraction and Lorenz-Mie theory // *Opt. Eng.* 1996. **35**, N 4. P. 946.
4. **Chugui Yu .V., Pavlov A. A.** Peculiarities of cylinder diameter determination by diffraction // *Proc. XVI IMEKO World Congress. Vienna, Austria, 2000.* P. 169.
5. **Сахно С. П., Тымчик Г. С.** Дифракционный метод контроля диаметра цилиндрических деталей // *Оптико-механическая пром-сть.* 1987. 7.
6. **Born M., Wolf E.** Principles of Optics. N. Y.: Pergamon Press, 1964.
7. **Chugui Yu. V.** Constructive theory of formation and filtering the optical images and Fraunhofer diffraction patterns of 3D opaque objects of constant thickness in coherent light // *Proc. SPIE.* 1996. **2655.** P. 287.

*Конструкторско-технологический институт
научного приборостроения СО РАН,
E-mail: chugui@tdisie.nsc.ru*

*Поступила в редакцию
1 августа 2005 г.*