РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

2005, том 41, № 4

УДК 621.396

Ю. Б. Попов, В. А. Кураков, К. Ю. Хабарова

(Томск)

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ПОДВИЖНОГО ИСТОЧНИКА ИЗЛУЧЕНИЯ В ДВУХПОЗИЦИОННОЙ УГЛОМЕРНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

Рассматривается алгоритм оценки текущих координат и параметров движения источника излучения (оптического, акустического, радиоизлучения) с помощью пространственно разнесенных подвижных угломеров. Алгоритм реализован на основе фильтра Калмана с использованием линейной динамической модели взаимного перемещения объектов в декартовой системе координат. Уравнения наблюдений также представлены в линейной форме. Это достигнуто за счет введения процедуры нелинейного преобразования текущих измерений, предшествующей фильтрации. Обсуждаются результаты модельных исследований разработанного алгоритма. Приводятся графики, позволяющие оценить точность определения дистанции, скорости и курса источника излучения при различных ошибках измерения пеленга.

Введение. Для ряда прикладных задач локации и навигации представляет интерес определение местоположения источника излучения (ИИ) по данным только пеленгационных измерений. В зависимости от вида решаемой задачи в качестве источника излучения могут выступать оптические [1], акустические [2, 3] и источники радиоизлучения [4–9]. Особый интерес представляет ситуация, когда ИИ и пеленгатор (пеленгаторы) подвижны, причем скорость и курс ИИ заранее неизвестны.

В работах [5–9] при решении подобных задач синтез алгоритмов и структуры устройства определения местоположения базируется на методах нелинейной фильтрации [10–12]. Нелинейный характер синтеза обусловлен видом уравнений, описывающих динамику взаимного перемещения ИИ и пеленгаторов (при использовании полярной системы координат), либо видом уравнений, описывающих каналы измерения пеленга (при решении задачи в декартовой системе координат).

В предлагаемой работе приведен синтез алгоритма определения координат, скорости и курса подвижного ИИ по текущим азимутальным измерениям, полученным на двух разнесенных в пространстве и движущихся носителях угломерной системы. Задача решена в декартовой системе координат и использует процедуру предварительной нелинейной обработки измерений, которая позволяет привести исходные уравнения измерений к линейному виду и выполнить синтез алгоритма с использованием классического линейного фильтра Калмана (ФК) [13].

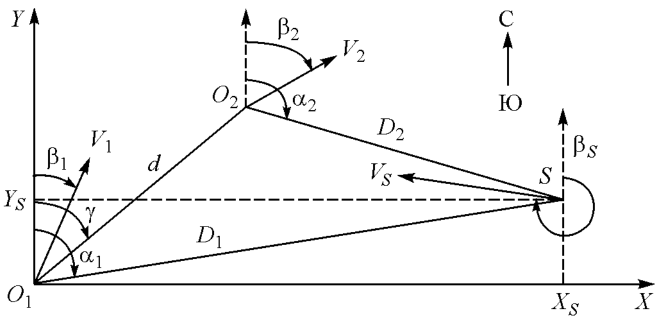

Рис. 1. Схема взаимного расположения пунктов измерения O_1, O_2 и источника излучения S

Постановка задачи. На плоскости (рис. 1) расположены три подвижных объекта: источник излучения S и два угломера, размещенных на разнесенных движущихся носителях O_1 и O_2. Координаты ИИ (D_1, α_1) относительно O_1 и (D_2, α_2) относительно O_2, его скорость V_S и курс β_S случайны и неизвестны. При этом считается, что скорости носителей V_1, V_2, их курсы β_1, β_2, а также текущее расстояние между носителями $d(t)$ и угол визирования $\gamma(t)$ носителя O_2 относительно O_1 известны точно. В качестве наблюдений выступают данные угломерных измерений в пунктах O_1 и O_2, содержащие случайные ошибки пеленгования. Измерения осуществляются в O_1 и O_2 синхронно в дискретные моменты времени с периодом Δt.

Для декартовой системы координат при совпадении начала координат с положением носителя O_1 динамика взаимного перемещения объектов может быть описана системой линейных дифференциальных уравнений следующего вида:

$$\begin{cases} dX_S/dt = V_{SX} - V_{1X}; \\ dY_S/dt = V_{SY} - V_{1Y}; \\ dV_{SX}/dt = 0; \\ dV_{SY}/dt = 0, \end{cases} \qquad (1)$$

где X_S, Y_S – текущие координаты ИИ; V_{SX}, V_{SY} – ортогональные составляющие вектора скорости ИИ; V_{1X}, V_{1Y} – ортогональные составляющие вектора скорости носителя O_1.

Введем вектор состояний, включающий неизвестные и подлежащие оцениванию переменные системы (1),

$$\mathbf{X}^{\mathrm{T}}(k) = \left| X_S \quad Y_S \quad V_{SX} \quad V_{SY} \right| = \left| x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \right|, \qquad (2)$$

где Т – знак транспонирования.

В разностной форме система уравнений (1) с учетом (2) приобретает следующий вид:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_1(k) + [x_3(k) - V_{1X}]\Delta t; \\ x_2(k+1) = x_2(k) + [x_4(k) - V_{1Y}]\Delta t; \\ x_3(k+1) = x_3(k); \\ x_4(k+1) = x_4(k), \end{cases} \qquad (3)$$

где k – номер текущего отсчета (дискретное время).

В терминах выражений (1)–(3) модель каналов наблюдений пеленгов на первом и втором носителях может быть описана уравнениями

$$\begin{cases} z_1(k) = \operatorname{arctg}[x_1(k)/x_2(k)] + n_1(k); \\ z_2(k) = \operatorname{arctg}\{[x_1(k) - X_{02}(k)]/[x_2(k) - Y_{02}(k)]\} + n_2(k), \end{cases} \qquad (4)$$

где $\mathbf{Z}^{\mathrm{T}} = \left| z_1(k) \quad z_2(k) \right|$ – вектор наблюдений, включающий текущие измерения пеленгов ИИ на первом и втором носителях; $X_{02}(k), Y_{02}(k)$ – текущие координаты второго носителя (O_2); $n_1(k)$, $n_2(k)$ – ошибки измерения пеленга на первом и втором носителях соответственно.

Уравнения (4) нелинейны по отношению к искомым значениям координат ИИ. Для устранения нелинейности проведем предварительное преобразование текущих измерений пеленга. В соответствии с принятыми ранее обозначениями запишем

$$\begin{cases} x_1(k) = D_1(k)\sin\alpha_1(k); \\ x_2(k) = D_1(k)\cos\alpha_1(k), \end{cases} \qquad (5)$$

где $D_1(k)$ – текущая дальность до ИИ относительно O_1; $\alpha_1(k)$ – текущий пеленг на ИИ относительно O_1. При этом

$$D_1(k) = \frac{d(k)\sin[\alpha_2(k) - \gamma(k)]}{\sin[\alpha_2(k) - \alpha_1(k)]}, \qquad (6)$$

где $d(k) = \sqrt{X_{02}^2(k) + Y_{02}^2(k)}$ – текущее расстояние между носителями O_1 и O_2; $\gamma(k) = \operatorname{arctg}[X_{02}(k)/Y_{02}(k)]$ – угол визирования носителя O_2 относительно O_1; $\alpha_2(k)$ – текущий пеленг на ИИ относительно O_2.

Перепишем уравнения (5) с учетом (6), выполняя при этом замену $\alpha_1(k)$ на $z_1(k)$ и $\alpha_2(k)$ на $z_2(k)$. При этом (5) примет следующий вид:

$$\begin{cases} z_1'(k) = \dfrac{d(k)\sin[z_2(k) - \gamma(k)]}{\sin[z_2(k) - z_1(k)]}\sin z_1(k); \\ z_2'(k) = \dfrac{d(k)\sin[z_2(k) - \gamma(k)]}{\sin[z_2(k) - z_1(k)]}\cos z_1(k). \end{cases} \qquad (7)$$

В терминах вектора состояний (2) уравнения наблюдений теперь могут быть представлены в виде

$$\begin{cases} z_1'(k) = x_1(k) + \varepsilon_1(k); \\ z_2'(k) = x_2(k) + \varepsilon_2(k), \end{cases} \qquad (8)$$

где $\mathbf{Z}^{\mathrm{T}}(k) = \left| z_1'(k) \quad z_2'(k) \right|$ – модифицированный вектор наблюдений; $\varepsilon_1(k)$, $\varepsilon_2(k)$ – эквивалентные шумы наблюдений; $x_1(k), x_2(k)$ – текущие координаты ИИ.

Таким образом, выражения (2), (3) и (8) являются исходными для синтеза алгоритма определения текущих координат и параметров движения ИИ на основе линейного фильтра Калмана. При этом выражение (7) определяет процедуру предварительного нелинейного преобразования текущих пеленгов, измеряемых на разнесенных носителях.

Синтез алгоритма вторичной обработки угломерных данных. Для синтеза алгоритма проведем формализацию уравнений состояния (3) и наблюдений (8) в терминах фильтра Калмана. Перепишем (3) и (8) в матричной форме, при этом

$$\begin{gathered}\mathbf{X}(k+1|k)=\mathbf{F}\mathbf{X}(k)+\mathbf{B}\mathbf{U}(k);\\ \mathbf{Z}(k)=\mathbf{H}\mathbf{X}(k)+\mathbf{E}(k),\end{gathered}\tag{9}$$

где $\mathbf{F}=\begin{vmatrix}1&0&\Delta t&0\\0&1&0&\Delta t\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{vmatrix}$ – переходная матрица; $\mathbf{U}^{\mathrm{T}}(k)=\begin{vmatrix}V_{1X}&V_{1Y}\end{vmatrix}$ – вектор известных управляющих воздействий (в данном случае ортогональных составляющих вектора скорости носителя O_1); $\mathbf{B}=\begin{vmatrix}-\Delta t&0\\0&-\Delta t\\0&0\\0&0\end{vmatrix}$ – матрица связи вектора управления $\mathbf{U}(k)$ с вектором состояний $\mathbf{X}(k)$; $\mathbf{H}=\begin{vmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\end{vmatrix}$ – матрица наблюдений; $\mathbf{E}^{\mathrm{T}}(k)=\begin{vmatrix}\varepsilon_1(k)&\varepsilon_2(k)\end{vmatrix}$ – вектор ошибок наблюдений.

Для синтеза алгоритма используем известное уравнение фильтрации Калмана [11, 13]:

$$\hat{\mathbf{X}}(k+1)=\hat{\mathbf{X}}(k+1|k)+\mathbf{G}(k+1)[\mathbf{Z}(k+1)-\mathbf{H}\hat{\mathbf{X}}(k+1|k)],\tag{10}$$

где $\hat{\mathbf{X}}(k)$ – оценка вектора состояний на k-шаге; $\hat{\mathbf{X}}(k+1|k)=\mathbf{F}\hat{\mathbf{X}}(k)+\mathbf{B}\mathbf{U}(k)$ – предсказанная оценка вектора состояний на $k+1$ шаг по данным шага k; $\mathbf{G}(k+1)$ – коэффициент усиления фильтра.

Для расчета коэффициента усиления $\mathbf{G}(k+1)$ используем следующие рекуррентные матричные уравнения:

$$\mathbf{G}(k+1)=\mathbf{P}(k+1|k)\mathbf{H}^{\mathrm{T}}[\mathbf{H}\mathbf{P}(k+1|k)\mathbf{H}^{\mathrm{T}}+\mathbf{R}_{\mathbf{E}}(k+1)]^{-1},\tag{11}$$

где $\mathbf{P}(k+1|k)=\mathbf{F}\mathbf{P}(k|k)\mathbf{F}^{\mathrm{T}}$ и $\mathbf{P}(k+1|k+1)=[\mathbf{I}-\mathbf{G}(k+1)\mathbf{H}]\mathbf{P}(k+1|k)$ – матрицы ковариаций ошибок предсказания и оценивания соответственно; $\mathbf{I}$ – диагональная единичная матрица; $\mathbf{R}_{\mathbf{E}}(k+1)=\begin{vmatrix}\sigma^2_{\varepsilon_1}(k+1)&0\\0&\sigma^2_{\varepsilon_2}(k+1)\end{vmatrix}$ – корреляционная матрица ошибок измерений.

Из выражений (10), (11) следует, что для инициации работы алгоритма необходимо задать начальные значения для матрицы ковариаций ошибок оценивания $\mathbf{P}(0|0)$, начальный вектор оценок $\hat{\mathbf{X}}(0)$ и диагональные элементы корреляционной матрицы ошибок измерения $\mathbf{R}_{\mathbf{E}}(k+1)$. Начальные значения вектора $\hat{\mathbf{X}}(0)$ могут быть заданы как средние величины исходя из предполагаемых значений максимальной и минимальной дистанций, а также максимальной и минимальной скоростей ИИ. Априорная корреляционная матрица ошибок оценивания является диагональной:

$$\mathbf{P}(0|0)=\begin{vmatrix} P_{11}(0) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{22}(0) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{33}(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{44}(0) \end{vmatrix}.$$

Значения диагональных элементов соответствуют дисперсии ошибок оценивания в начальный момент времени. Элементы корреляционной матрицы ошибок измерения $\mathbf{R}_{\mathbf{E}}(k+1)$ рассчитываются по формулам:

$$\sigma^2_{\varepsilon_1}(k)=\left\{\frac{d(k)\sin[\alpha_2(k)-\gamma(k)]}{\sin^2[\alpha_2(k)-\alpha_1(k)]}\sin\alpha_2(k)\right\}^2\sigma^2_{n_1}+$$

$$+\left\{\frac{d(k)\sin[\gamma(k)-\alpha_1(k)]}{\sin^2[\alpha_2(k)-\alpha_1(k)]}\sin\alpha_1(k)\right\}^2\sigma^2_{n_2}, \qquad (12)$$

$$\sigma^2_{\varepsilon_2}(k)=\left\{\frac{d(k)\sin[\alpha_2(k)-\gamma(k)]}{\sin^2[\alpha_2(k)-\alpha_1(k)]}\cos\alpha_2(k)\right\}^2\sigma^2_{n_1}+$$

$$+\left\{\frac{d(k)\sin[\gamma(k)-\alpha_1(k)]}{\sin^2[\alpha_2(k)-\alpha_1(k)]}\cos\alpha_1(k)\right\}^2\sigma^2_{n_2}, \qquad (13)$$

где $\sigma^2_{n_1}$, $\sigma^2_{n_2}$ – дисперсии ошибок измерения пеленга для первого и второго носителей соответственно.

Результаты исследований. Исследование алгоритма проводилось с использованием статистического моделирования. Программа имитировала взаимное перемещение носителей O_1, O_2 и ИИ при следующих начальных условиях: $D_1(0)=250$ км, $\alpha_1(0)=45°$, $\alpha_2(0)=39°$, $d(0)=25$ км, $\gamma(0)=135°$, $V_1=40$ км/ч, $\beta_1=135°$, $V_2=40$ км/ч, $\beta_2=135°$, $V_S=10$ км/ч, $\beta_S=315°$. Ошибки измерения пеленга для первого и второго носителей выбирались равными $\sigma_{n_1}=\sigma_{n_2}=$ 0,1; 0,5; 0,8; 1,0°. Интервал между измерениями $\Delta t=18$ с. Общее время одного сеанса 15 мин ($k=0,\ldots,50$). Количество сеансов, использованных для набора статистики $N=200$. В качестве начальных условий для инициации алгоритма задавались следующие значения:

$$\hat{\mathbf{X}}^{\mathrm{T}}(0)=|250 \quad 250 \quad 15 \quad 15|; \quad \mathbf{diagP}(0)=|100 \quad 100 \quad 10 \quad 10|.$$

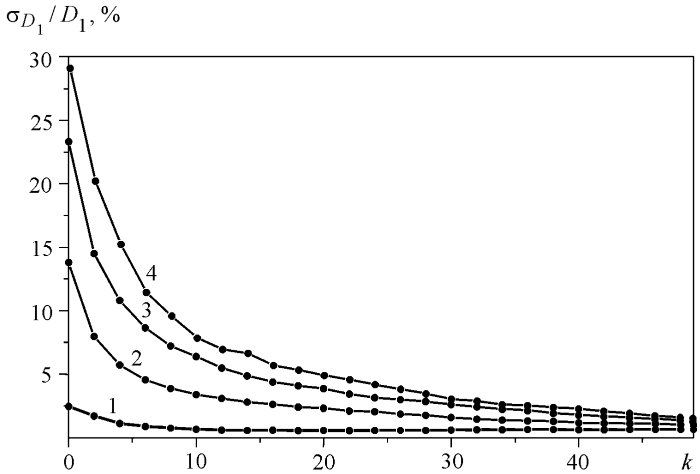

Рис. 2. Относительная ошибка оценивания дистанции в зависимости от величины ошибки пеленгования (кривая 1 – σ_n = 0,1; 2 – 0,5; 3 – 0,8; 4 – 1,0°)

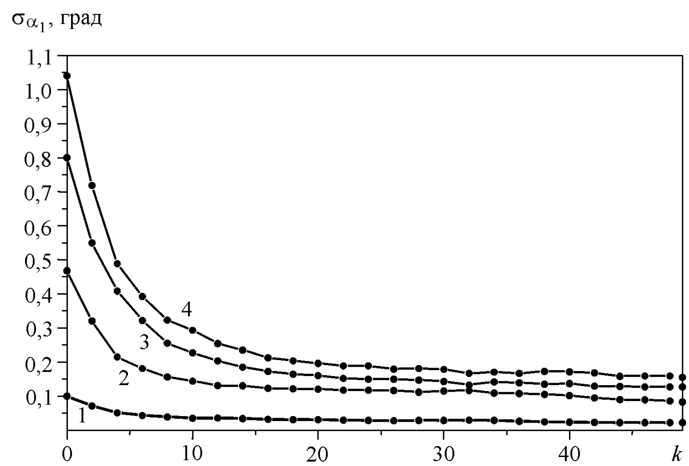

Рис. 3. Ошибка оценивания текущего пеленга ИИ в зависимости от величины ошибки пеленгования (кривая 1 – σ_n = 0,1; 2 – 0,5; 3 – 0,8; 4 – 1,0°)

Для удобства представления результатов исследований текущие значения вектора оценивания $\hat{\mathbf{X}}(k)$ пересчитывались в оценки навигационных параметров для полярной системы координат. Для этого были использованы следующие очевидные выражения:

$$\hat{D}_1(k) = \sqrt{\hat{x}_1^2(k) + \hat{x}_2^2(k)}, \tag{14}$$

$$\hat{\alpha}_1(k) = \operatorname{arctg}[\hat{x}_1(k)/\hat{x}_2(k)], \tag{15}$$

$$\hat{V}_S(k) = \sqrt{\hat{x}_3^2(k) + \hat{x}_4^2(k)}, \tag{16}$$

$$\hat{\beta}_S(k) = \operatorname{arctg}[\hat{x}_3(k)/\hat{x}_4(k)]. \tag{17}$$

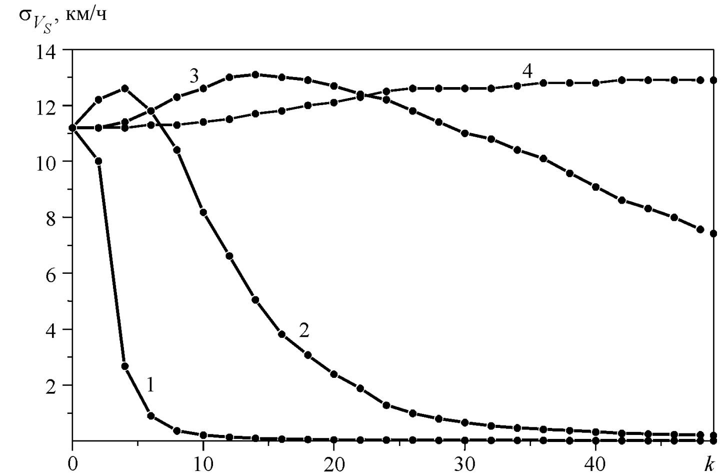

Рис. 4. Ошибка оценивания скорости ИИ в зависимости от величины ошибки пеленгования (кривая 1 – σ_n = 0,001; 2 – 0,01; 3 – 0,1; 4 – 0,5°)

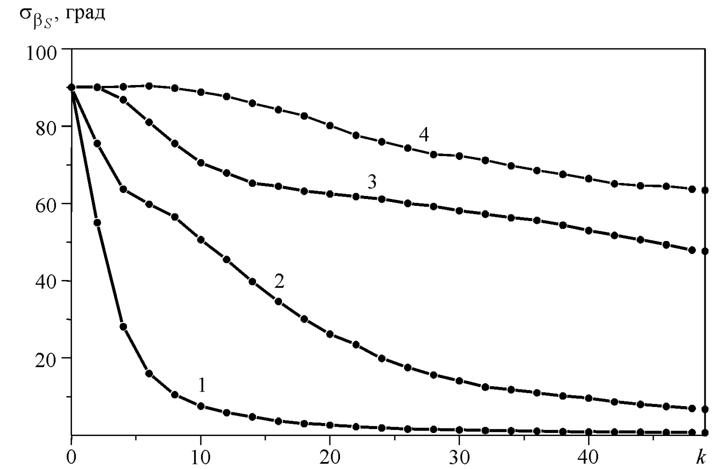

Рис. 5. Ошибка оценивания курса ИИ в зависимости от величины ошибки пеленгования (кривая 1 – σ_n = 0,1; 2 – 0,5; 3 – 0,8; 4 – 1,0°)

Результаты исследований приведены на рис. 2–5. На рис. 2 и 3 представлены графики поведения относительной ошибки оценивания дистанции и ошибки оценивания пеленга во времени. На интервале измерения 15 мин ($k = 50$) алгоритм обеспечивает уменьшение ошибок приблизительно в 4 раза. На рис. 4 и 5 даны графики, иллюстрирующие поведение ошибки оценивания скорости и курса ИИ. В зависимости от величины ошибок пеленгования (σ_n = 0,001; 0,01; 0,1°) алгоритм обеспечивает уменьшение ошибки по скорости и курсу до 10 раз относительно исходной. При ошибках пеленгования 0,5° и более наблюдается слабая сходимость оценок скорости и курса ИИ.

Заключение. Приведенные результаты демонстрируют работоспособность алгоритма и позволяют определить качество оценивания координат и параметров движения источника излучения. С одной стороны, введение нелинейного преобразования (7) позволило синтезировать классический линейный алгоритм фильтрации и уйти от процедуры разложения нелинейных функций в ряд Тейлора, с другой – введение (7) вносит дополнительные искажения в каналы измерений, что при ошибках измерения пеленга более 0,5° особенно влияет на точность оценивания скорости и курса ИИ. Дальнейшая модернизация алгоритма с целью повышения скорости сходимости оценок может быть достигнута с применением специальных адаптивных методов, разработанных в [14, 15].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Guanghui O., Jixiang S., Hong L., Wenhui W.** Estimating 3D Motion and Position of a point target // Proc. SPIE. 1997. **3173**. P. 386.
2. **Aidala V. J.** Kalman filter behavior in bearings-only tracking applications // IEEE Trans. Aerospace and Electron. Syst. 1979. **AES 15**, N 1. P. 29.
3. **Logothetis A., Isaksson A., Evans R. J.** Comparison of suboptimal strategies for optimal own-ship maneuvers in bearings-only tracking // Proc. of the American Control Conf. 1998. P. 3334.
4. **Черняк В. С.** Многопозиционная радиолокация. М.: Радио и связь, 1993.
5. **Peach N.** Bearing-only tracking using a set of range parametrised extended Kalman filters // IEE Proc. Cont. Theory and Appl. 1995. **142**, N 1. P. 73.
6. **Фарина А., Студер Ф.** Цифровая обработка радиолокационной информации. М.: Радио и связь, 1993.
7. **Guerch J. R.** A method for improving extended Kalman filter performance for angle-only passive ranging // IEEE Trans. Aerospace and Electron. Syst. 1994. **30**, N 4. P.1090.
8. **Kurakov V. A., Tislenko V. I.** Adaptation of algorithm for passive target location to abnormal bearing errors // Urban Radiowave Propagation Symp. (URPS'97). Tomsk: State Academy of Control Systems and Radioelectronics. P. 13.
9. **Тисленко В. И.** Оптимальная фильтрация координат подвижных источников излучения в бортовой подвижной РЛС // Тр. 2-й Всерос. науч.-техн. конф. по проблемам создания перспективной авионики. Томск: ТУСУР, 2003. С. 277.
10. **Ярлыков М. С.** Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. М.: Сов. радио, 1980.
11. **Сейдж Э., Мелс Дж.** Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. М.: Связь, 1976.
12. **Огарков М. А.** Методы статистического оценивания параметров случайных процессов. М.: Энергоатомиздат, 1990.
13. **Браммер К., Зиффлинг Г**. Фильтр Калмана – Бьюси: Пер. с нем. М.: Наука, 1982.
14. **Гришин Ю. П., Казаринов Ю. М.** Динамические системы, устойчивые к отказам. М.: Радио и связь, 1985.
15. **Первачев С. В., Перов А. И.** Адаптивная фильтрация сообщений. М.: Радио и связь, 1991.

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники,
E-mail: popov@iao.ru

Поступила в редакцию
15 июля 2004 г.