

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

А В Т О М Е Т Р И Я

---

2005, том 41, № 2

## АНАЛИЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 004.9 : 582.721.21/.22

**В. П. Косых**

*(Новосибирск)*

### **ТОЧНОСТЬ СОВМЕСТНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ КООРДИНАТ СЦЕНЫ И ОРИЕНТАЦИИ СИСТЕМЫ РЕГИСТРАЦИИ ПО СЕРИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ\***

Исследуются ошибки оценивания трехмерных координат статической сцены и ориентации камер по серии изображений. Изображения формируются двумя камерами, движущимися по близким траекториям. Для оценивания применяется метод максимального правдоподобия. Приводятся результаты вычислительных экспериментов, моделирующих различные условия съемки.

**Введение.** Восстановление трехмерной структуры сцены по серии изображений, зарегистрированных при разных ракурсах съемки, базируется на знании соответствий между точками различных изображений, являющимися проекциями одной и той же точки сцены. Если такие соответствия установлены, может быть реконструирована не только структура сцены (трехмерные координаты видимых точек сцены), но и геометрия съемки, т. е. положение и ориентация регистрирующей аппаратуры в моменты съемки. В общем случае оценки координат сцены и параметры геометрии съемки получаются в достаточно произвольной (зависящей от метода оценивания) системе координат. Для того чтобы привести результаты оценивания по различным сериям наблюдений к единой системе координат, необходимо дополнительно знать либо координаты некоторых (опорных) точек сцены, либо координаты регистрирующей аппаратуры в этой системе. Это условие выполняется при наблюдении земной поверхности и приземного слоя атмосферы, когда положение космического летательного аппарата (КЛА) в геоцентрической системе координат измеряется бортовой приемной аппаратурой ГЛОНАСС (глобальная навигационная спутниковая система) или GPS (Global Positioning System) с весьма высокой точностью (ошибки в координатах КЛА не превышают десятков метров). В связи с этим возникает вопрос о потенциальной точности оценивания в геоцентрической системе координат

---

\* Работа выполнена при поддержке Министерства науки РФ (Государственный контракт № 37.011.11.0014 федеральной целевой научно-технической программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития науки и техники на 2002–2006 гг.»).

(с использованием только данных ГЛОНАСС/GPS) структуры сцены по последовательности ее изображений, полученных регистрирующей камерой, размещенной на борту КЛА.

Одним из способов одновременного оценивания геометрии съемки и восстановления трехмерной структуры сцены по серии изображений является известный в фотограмметрии способ связок [1–3]. В традиционных фотограмметрических задачах способ связок применяется в основном для взаимной привязки участков трехмерных поверхностей, восстановленных по частично перекрывающимся наборам изображений. В работах по компьютерному зрению этот способ используется для оценивания относительного положения регистрирующей аппаратуры и элементов наблюдаемой сцены [4, 5]. В предлагаемом исследовании метод связок используется для оценивания координат сцены и ориентации аппаратуры наблюдения в системе координат, фиксированной измеренными с высокой точностью положениями аппаратуры в моменты съемки. Цель работы состоит в изучении зависимости ошибок оценивания от геометрии системы наблюдения и структуры сцены.

Основная идея способа связок заключается в следующем. Предположим, что имеется  $F$  изображений (кадров) одной и той же сцены, полученных при различных ракурсах съемки. Пусть в некоторой системе координат наблюдаемые точки сцены характеризуются трехмерными векторами  $\mathbf{M}_i = (X_i, Y_i, Z_i)^T$ ,  $i = \overline{1, P}$ , а геометрия съемки определяется положением оптического центра и ориентацией камеры (вектором трансляции  $\mathbf{t}_j$  и ортогональной матрицей вращения  $\mathbf{R}_j = [\mathbf{i}_j \ ; \ \mathbf{j}_j \ ; \ \mathbf{k}_j]^T$ ,  $j = \overline{1, F}$ ) при съемке каждого кадра. Точка  $\mathbf{M}_i$  отображается в  $j$ -м кадре в точку с координатами  $x_{ij}, y_{ij}$ , которые связаны с параметрами сцены и камер соотношениями

$$x_{ij} = G_x(\mathbf{M}_i, \mathbf{R}_j, \mathbf{t}_j, \mathbf{a}_j); \quad y_{ij} = G_y(\mathbf{M}_i, \mathbf{R}_j, \mathbf{t}_j, \mathbf{a}_j), \quad (1)$$

где функции  $G_x$  и  $G_y$  и вектор  $\mathbf{a}_j$  (вектор внутренних параметров камеры в момент съемки  $j$ -го кадра) определяются моделью камеры. Способ связок состоит в минимизации разницы между предполагаемыми координатами  $x_{ij}, y_{ij}$  и их измеренными значениями  $\tilde{x}_{ij}, \tilde{y}_{ij}$  путем одновременного подбора всех неизвестных параметров  $\mathbf{M}_i, \mathbf{t}_j, \mathbf{R}_j$  и  $\mathbf{a}_j$ . При известном распределении ошибок измерений для оценивания параметров можно применить метод максимального правдоподобия (ММП) [6], гарантирующий получение статистически оптимальных оценок. Если измерения координат на изображениях сопровождаются аддитивными независимыми случайными ошибками  $\xi_{ij}, \eta_{ij} \in N(0, \sigma^2)$ , т. е.

$$\tilde{x}_{ij} = x_{ij} + \xi_{ij}; \quad \tilde{y}_{ij} = y_{ij} + \eta_{ij}, \quad (2)$$

то задача оценивания посредством ММП сводится к минимизации функционала

$$\begin{aligned} J(\mathbf{M}_i, \mathbf{R}_j, \mathbf{t}_j, \mathbf{a}_j) = \\ = \sum_{i,j} \left\{ [\tilde{x}_{ij} - G_x(\mathbf{M}_i, \mathbf{R}_j, \mathbf{t}_j, \mathbf{a}_j)]^2 + [\tilde{y}_{ij} - G_y(\mathbf{M}_i, \mathbf{R}_j, \mathbf{t}_j, \mathbf{a}_j)]^2 \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

по искомым параметрам.

Этот способ требует значительных вычислительных затрат, поскольку состоит в итерационном решении системы нелинейных уравнений, зависящей от большого числа неизвестных (в рассматриваемом далее случае число неизвестных равно  $3(P + F)$ ). Детальному исследованию вычислительных аспектов способа связей посвящена работа [7], в которой подробно рассмотрена структура системы уравнений, приведен анализ различных подходов к минимизации функционала (3) и способов решения систем линейных уравнений с разреженными матрицами большой размерности.

Что же касается исследования точности получаемых оценок, то наиболее интересно было бы получить аналитическую зависимость ковариационной матрицы оценок, которая получается обращением матрицы системы линейных уравнений, возникающих при квадратичной аппроксимации функционала (3), от параметров, характеризующих геометрию системы наблюдения и структуру сцены. К сожалению, сложная структура этой матрицы [7] не позволяет обратиться к ее аналитическому решению. Поэтому в данной работе точность оценивания характеризуется среднеквадратичными ошибками оценок, которые находятся путем численного моделирования съемки синтезированной сцены при различных реализациях шума в координатах изображений наблюдаемых точек.

**Модель камеры.** Здесь используется перспективная модель камеры, для которой координаты точек сцены и координаты их изображений в плоскости изображения камеры связаны следующими соотношениями:

$$x_{ij} = \gamma^{-1} \frac{\mathbf{i}_j^T (\mathbf{M}_i - \mathbf{t}_j)}{\mathbf{k}_j^T (\mathbf{M}_i - \mathbf{t}_j)}; \quad y_{ij} = \gamma^{-1} \frac{\mathbf{j}_j^T (\mathbf{M}_i - \mathbf{t}_j)}{\mathbf{k}_j^T (\mathbf{M}_i - \mathbf{t}_j)}, \quad (4)$$

где вектор  $\mathbf{k}_j$  направлен вдоль визирной оси камеры к сцене, векторы  $\mathbf{i}_j$  и  $\mathbf{j}_j$  задают систему ортогональных осей в плоскости изображения камеры, а  $\gamma$  – угловой размер ячейки фотоприемного устройства камеры (отношение линейного размера к фокусному расстоянию – внутренний параметр камеры).

**Модель геометрии съемки.** Выполненные ранее исследования показали [8], что получить приемлемую точность оценок нельзя, если последовательность изображений формируется узкоугольной камерой, движущейся по плоской круговой орбите. Поэтому в данной работе моделируется одновременная регистрация участка земной поверхности парой камер, находящихся на двух КЛА, которые движутся вокруг Земли на высоте 500 км по одной и той же круговой наклонной орбите на расстоянии нескольких сотен километров друг от друга. В неинерциальной геоцентрической системе координат (НГСК) из-за вращения Земли орбиты оказываются разнесенными в направлении, перпендикулярном к направлению полета. Визирные оси камер в течение всего времени регистрации направлены в фиксированную в НГСК точку (точку наведения), расположенную близко к центру наблюдаемого участка. Последовательные положения КЛА на орбитах задаются векторами  $\mathbf{t}_j$ . Камеры всегда ориентируются так, чтобы вектор  $\mathbf{j}_j$  оставался в плоскости орбиты соответствующего КЛА. При этом точка наведения находится посередине между трассами, образованными подспутниковыми точками на земле во время наблюдения. На рис. 1 показаны географические координаты этой точки и подспутниковых точек в моменты съемки при двухминутном интервале наблюдения и расстоянии между спутниками, равном 500 км. За-

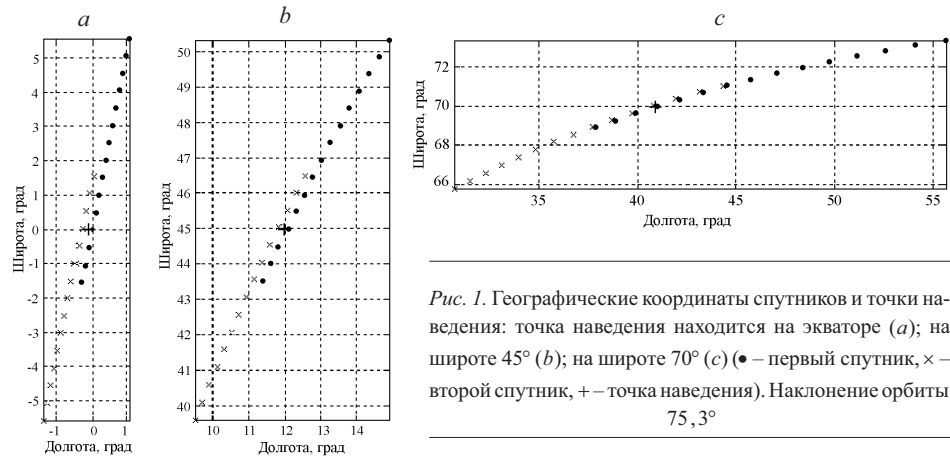


Рис. 1. Географические координаты спутников и точки наведения: точка наведения находится на экваторе (а); на широте 45° (b); на широте 70° (с) (• – первый спутник, × – второй спутник, + – точка наведения). Наклонение орбиты 75,3°

метим, что в этом случае геометрия съемки зависит от широты точки наведения и не зависит от ее долготы.

**Модель сцены.** Для модели сцены сначала создается массив трехмерных точек  $\tilde{\mathbf{M}}_i = (\tilde{X}_i, \tilde{Y}_i, \tilde{Z}_i)^T$ ,  $i = \overline{1, P}$ ,  $P = p \times p$ , координаты  $\tilde{X}_i$  и  $\tilde{Y}_i$  которых лежат в узлах квадратной решетки в диапазоне  $[-d, d]$ , а координата  $\tilde{Z}_i$  распределена по нормальному закону с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_z^2$  (рис. 2). Затем сцена разворачивается так, чтобы ее новая ось  $OZ$  совпала с нормалью к плоскости, касательной к земной сфере в точке наведения, а ось  $OY$  – с направлением подспутниковой трассы.

**Оценивание структуры сцены и матриц вращения камеры.** Привязка оцениваемых параметров к глобальной системе координат осуществляется за счет того, что положения оптических центров камер (т. е. векторы  $\mathbf{t}_j$ ) в этой системе координат в моменты съемки известны. Считается также, что известны внутренние параметры камер (это предположение вполне естественно, камеры должны быть откалиброваны независимыми измерениями до проведения эксперимента). Оценивание трехмерных координат точек сцены

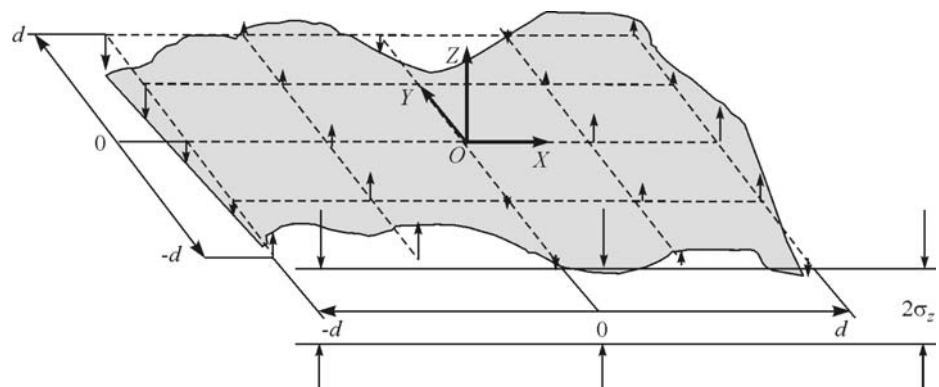


Рис. 2. Модель сцены

$\mathbf{M}_i$  и матриц  $\mathbf{R}_j$ , определяющих ориентацию камер, состоит в решении задачи

$$\min_{\mathbf{M}_i, \mathbf{R}_j} \sum_{i,j} \left\{ \left[ \tilde{x}_{ij} - \gamma^{-1} \frac{\mathbf{i}_j^T (\mathbf{M}_i - \mathbf{t}_j)}{\mathbf{k}_j^T (\mathbf{M}_i - \mathbf{t}_j)} \right]^2 + \left[ \tilde{y}_{ij} - \gamma^{-1} \frac{\mathbf{j}_j^T (\mathbf{M}_i - \mathbf{t}_j)}{\mathbf{k}_j^T (\mathbf{M}_i - \mathbf{t}_j)} \right]^2 \right\} \text{ при условии } \mathbf{R}_j \mathbf{R}_j^T = \mathbf{I}. \quad (5)$$

Эта задача решается итерационным способом. Итерации выполняются сразу по всем параметрам следующим образом. Пусть  $\hat{\mathbf{M}}_i^{(m)}$  и  $\hat{\mathbf{R}}_j^{(m)}$  – оценки трехмерных координат точек сцены и матриц ориентации камеры, полученные на  $m$ -м шаге. Положим, что решение задачи (5) представляется в виде

$$\hat{\mathbf{M}}_i \approx \hat{\mathbf{M}}_i^{(m)} + \mathbf{m}_i, \quad \hat{\mathbf{R}}_j \approx \left( \mathbf{I} + \begin{bmatrix} 0 & -w_j & v_j \\ w_j & 0 & -u_j \\ -v_j & -u_j & 0 \end{bmatrix} \right) \hat{\mathbf{R}}_j^{(m)}.$$

Тогда оценки на  $m+1$ -м шаге получаются безусловной минимизацией квадратичного относительно всех  $\mathbf{m}_i = (u_i, v_i, w_i)^T$  и  $\mathbf{w}_j = (u_j, v_j, w_j)^T$  функционала

$$J^{(m)}(\mathbf{m}_i, \mathbf{w}_j) = \sum_{i,j} \left\{ [\tilde{x}_{ij} - x_{ij}^{(m)} + \mathbf{a}_{ij}^{(m)T} \mathbf{m}_i + \mathbf{c}_{ij}^{(m)T} \mathbf{w}_j]^2 + [\tilde{y}_{ij} - y_{ij}^{(m)} + \mathbf{b}_{ij}^{(m)T} \mathbf{m}_i + \mathbf{d}_{ij}^{(m)T} \mathbf{w}_j]^2 \right\}, \quad (6)$$

где

$$x_{ij}^{(m)} = \gamma^{-1} \frac{\mathbf{i}_j^{(m)T} (\hat{\mathbf{M}}_i^{(m)} - \mathbf{t}_j)}{\mathbf{k}_j^{(m)T} (\hat{\mathbf{M}}_i^{(m)} - \mathbf{t}_j)}, \quad y_{ij}^{(m)} = \gamma^{-1} \frac{\mathbf{j}_j^{(m)T} (\hat{\mathbf{M}}_i^{(m)} - \mathbf{t}_j)}{\mathbf{k}_j^{(m)T} (\hat{\mathbf{M}}_i^{(m)} - \mathbf{t}_j)}$$

– текущие оценки координат проекции  $i$ -й точки сцены в  $j$ -м кадре;  $\mathbf{i}_j^{(m)T}$ ,  $\mathbf{j}_j^{(m)T}$ ,  $\mathbf{k}_j^{(m)T}$  – строки матрицы  $\hat{\mathbf{R}}_j^{(m)}$ ;

$$\mathbf{a}_{ij}^{(m)} = \frac{\mathbf{i}_j^{(m)} - x_{ij}^{(m)} \mathbf{k}_j^{(m)}}{\mathbf{k}_j^{(m)T} (\hat{\mathbf{M}}_i^{(m)} - \mathbf{t}_j)}; \quad \mathbf{b}_{ij}^{(m)} = \frac{\mathbf{j}_j^{(m)} - y_{ij}^{(m)} \mathbf{k}_j^{(m)}}{\mathbf{k}_j^{(m)T} (\hat{\mathbf{M}}_i^{(m)} - \mathbf{t}_j)};$$

$$\mathbf{c}_{ij}^{(m)} = (-x_{ij}^{(m)} y_{ij}^{(m)}, 1 + (x_{ij}^{(m)})^2, -y_{ij}^{(m)})^T; \quad \mathbf{d}_{ij}^{(m)} = (-(1 + (y_{ij}^{(m)})^2), x_{ij}^{(m)} y_{ij}^{(m)}, x_{ij}^{(m)})^T.$$

Оценки координат сцены и матриц ориентации на  $m+1$ -м шаге задаются выражениями

$$\hat{\mathbf{M}}_i^{(m+1)} = \hat{\mathbf{M}}_i^{(m)} + \mathbf{m}_i; \quad (7)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_j^{(m+1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos u_j & -\sin u_j \\ 0 & \sin u_j & \cos u_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos v_j & 0 & \sin v_j \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin v_j & 0 & \cos v_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos w_j & -\sin w_j & 0 \\ \sin w_j & \cos w_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{R}}_j^{(m)}.$$

Второе выражение автоматически обеспечивает ортогональность оценок матриц ориентации.

**Вычислительный эксперимент.** Моделирование процесса съемки состоит в вычислении проекций (4) точек сцены в плоскость изображения каждой камеры для всех положений камер, определяемых заданным режимом съемки. К вычисленным координатам проекций добавляются независимые случайные нормально распределенные ошибки с нулевым средним и заданной дисперсией  $\sigma^2$ . В каждом кадре формируется новая реализация ошибок. Построенные таким образом координаты проекций в дальнейшем интерпретируются как координаты сопряженных точек. Матрицы ориентации камер и трехмерные координаты сцены оцениваются в соответствии с изложенным выше алгоритмом. При оценивании используется не  $F$ , а  $2F$  кадров, из которых  $F$  кадров формируются камерой первого КИА, а остальные  $F$  – камерой второго. В качестве начальных приближений матриц ориентации используются искаженные случайными поворотами заданные моделью съемки матрицы:

$$\mathbf{R}_j^{(0)} = \mathbf{A}_{xj} \mathbf{A}_{yj} \mathbf{A}_{zj} \mathbf{R}_j,$$

$$\mathbf{A}_{xj} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_j & \sin \alpha_j \\ 0 & -\sin \alpha_j & \cos \alpha_j \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{yj} = \begin{bmatrix} \cos \beta_j & 0 & -\sin \beta_j \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta_j & 0 & \cos \beta_j \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_{zj} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_j & \sin \gamma_j & 0 \\ -\sin \gamma_j & \cos \gamma_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где  $\alpha_j, \beta_j, \gamma_j$  – независимые случайные равномерно распределенные угловые ошибки с нулевым средним.

Начальные приближения координат сцены  $\mathbf{M}_i^{(0)}$  вычисляются минимизацией (6) по  $\mathbf{m}_i$  в предположении, что матрицы вращения равны  $\mathbf{R}_j^{(0)}$ .

Среднеквадратичные ошибки (СКО) оценивания вычисляются по множеству оценок, полученных многократным повторением процедуры моделирования съемки и оценивания ориентации и трехмерных координат. Структура сцены и геометрия съемки при этом фиксированы, а начальные приближения и реализации ошибок в координатах сопряженных точек всякий раз

изменяются случайным образом. Пусть при  $n$ -м повторении ( $n = \overline{1, N}$ ) получены оценки координат сцены

$$\hat{\mathbf{M}}_{in} = (\hat{X}_{in}, \hat{Y}_{in}, \hat{Z}_{in})^T, \quad i = \overline{1, P},$$

и матриц ориентации

$$\hat{\mathbf{R}}_{jn} \approx \left( \mathbf{I} + \begin{bmatrix} 0 & -w_{jn} & v_{jn} \\ w_{jn} & 0 & -u_{jn} \\ -v_{jn} & u_{jn} & 0 \end{bmatrix} \right) \mathbf{R}_j, \quad j = \overline{1, 2F}.$$

СКО оценок вычисляются относительно истинных значений оцениваемых параметров, известных из моделей сцены и геометрии съемки: координат

$$s_{Xi} = \sqrt{\sum_{n=1}^N (\hat{X}_{in} - X_i)^2 / N}, \quad s_{Yi} = \sqrt{\sum_{n=1}^N (\hat{Y}_{in} - Y_i)^2 / N}, \quad s_{Zi} = \sqrt{\sum_{n=1}^N (\hat{Z}_{in} - Z_i)^2 / N}$$

и ориентации

$$s_{Uj} = \sqrt{\sum_{n=1}^N u_{jn}^2 / N}, \quad s_{Vj} = \sqrt{\sum_{n=1}^N v_{jn}^2 / N}, \quad s_{Wj} = \sqrt{\sum_{n=1}^N w_{jn}^2 / N}.$$

**Результаты вычислительного эксперимента.** На рис. 3 приведены результаты экспериментов, отличающихся геометрией съемки или параметрами наблюдаемой сцены. Каждый рисунок содержит два графика, на верхнем показаны СКО оценивания координат, на нижнем – СКО оценивания углов ориентации. Все ошибки вычислены при  $N = 100$ . При моделировании камер угловой размер фотоприемного элемента камеры  $\gamma$  полагался равным 22 угл. с. Здесь  $\sigma$  – среднеквадратичная ошибка измерения координат точек на изображениях (пиксель);  $f$  – частота съемки (кадр/с);  $T_{obs}$  – длительность интервала съемки (мин);  $F$  – количество кадров, снятых каждой камерой;  $P$  – количество наблюдаемых точек сцены;  $d$  – половинный размер сцены (м). На нижних графиках первые  $F$  точек относятся ко второй камере, следующие  $F$  точек – к первой.

Выбор в качестве основного значения СКО измерения координат на изображении  $\sigma = 0,3$  обусловлен предположением, что ошибки идентификации сопряженных точек не превысят размера фотоприемного элемента камеры. Предполагая равновероятным попадание проекции точки сцены в любое место элемента, получим  $\sigma^2 = 1/12$ , откуда и следует, что  $\sigma < 0,3$ . В действительности, как показывает опыт, на изображениях достаточно гладкой хорошо текстурированной сцены ошибку в координатах можно уменьшить до 0,1, используя специальные методы отождествления сопряженных точек.

Все результаты, кроме приведенных на рис. 3,  $d, e$ , получены для камеры с углом зрения, равным примерно  $1^\circ$ , при двухминутном интервале наблюдения. При этом угол между начальным направлением визирной оси второй камеры и конечным направлением оси этой же камеры составлял  $113^\circ$ . Резуль-



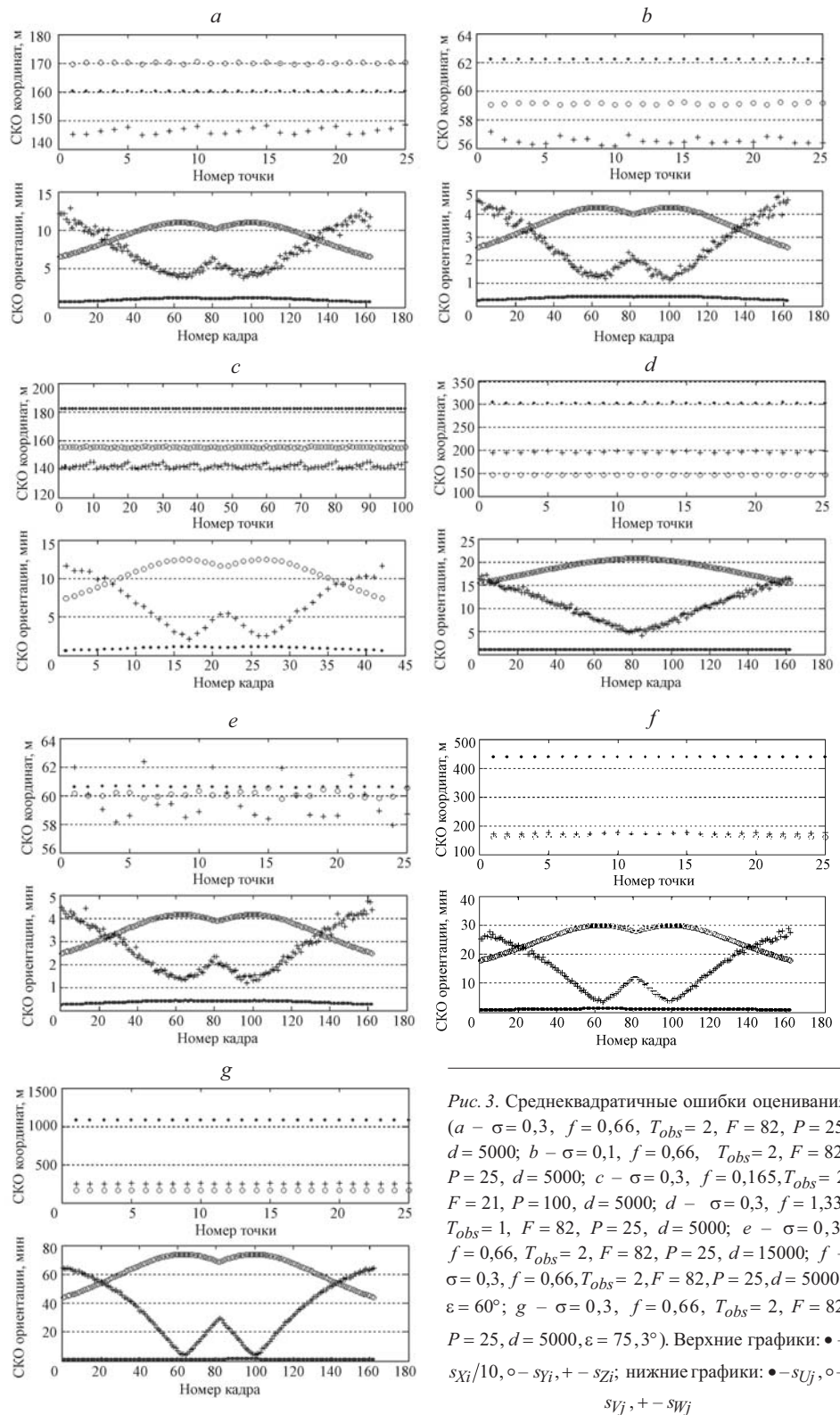


Рис. 3. Среднеквадратичные ошибки оценивания ( $a - \sigma = 0,3, f = 0,66, T_{obs} = 2, F = 82, P = 25, d = 5000$ ;  $b - \sigma = 0,1, f = 0,66, T_{obs} = 2, F = 82, P = 25, d = 5000$ ;  $c - \sigma = 0,3, f = 0,165, T_{obs} = 2, F = 21, P = 100, d = 5000$ ;  $d - \sigma = 0,3, f = 1,33, T_{obs} = 1, F = 82, P = 25, d = 5000$ ;  $e - \sigma = 0,3, f = 0,66, T_{obs} = 2, F = 82, P = 25, d = 15000$ ;  $f - \sigma = 0,3, f = 0,66, T_{obs} = 2, F = 82, P = 25, d = 5000, \varepsilon = 60^\circ$ ;  $g - \sigma = 0,3, f = 0,66, T_{obs} = 2, F = 82, P = 25, d = 5000, \varepsilon = 75,3^\circ$ ). Верхние графики:  $\bullet - s_{xi}/10, \circ - s_{yi}$ ; нижние графики:  $\bullet - s_{uj}, \circ - s_{wj}$



Т а б л и ц а 1

$\varepsilon$ , град	$d$ , м	$T_{obs}$ , мин	$F$	$P$	$\sigma$	$\max s_X$ , м	$\max s_Y$ , м	$\max s_Z$ , м	$\max s_U$ , угл. мин	$\max s_V$ , угл. мин	$\max s_W$ , угл. мин
0	5000	2	82	25	0,3	1601	170	148	1,2	11,0	12,8
0	5000	2	82	25	0,1	622	59	57	0,4	4,3	4,7
0	5000	2	21	100	0,3	1820	155	145	1,1	12,5	11,6
0	5000	1	82	25	0,3	3032	147	198	1,0	20,8	17,1
0	15000	2	82	25	0,3	606	60	62	0,4	4,2	4,7
60	5000	2	82	25	0,3	4374	160	176	1,1	30,1	28,8
75,3	5000	2	82	25	0,3	10754	158	256	1,1	73,9	64,5

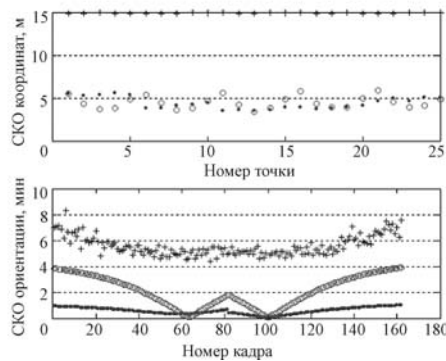
таты, показанные на рис. 3, *e*, получены для камеры с углом зрения около  $3^\circ$ . Рис. 3, *a* – *e* относятся к ситуации, когда точка наведения находится на экваторе (широта  $\varepsilon = 0^\circ$ ), рис. 3, *f* – к точке наведения с  $\varepsilon = 60^\circ$ , а рис. 3, *g* – к точке наведения с  $\varepsilon = 75,3^\circ$ . Для одноминутного интервала (см. рис. 3, *d*) угол между начальным и конечным направлениями осей равен  $89^\circ$ . Напомним, что на сцене направление оси  $Y$  совпадает с направлением полета спутников, а вдоль оси  $Z$  измеряется высота. Углы ориентации  $u$ ,  $v$  и  $w$  являются углами тангажа, крена и курса соответственно.

Максимальные значения СКО для каждого эксперимента приведены в табл. 1. Каждая строка таблицы соответствует отдельному эксперименту. Левая часть таблицы содержит параметры модели, правая – максимальные значения СКО.

Из графиков и таблицы следует, что, во-первых, лучше всего оцениваются угол тангажа и координаты сцены в направлении, соответствующем направлению полета спутников (компонента ошибки  $s_Y$ ). Эти компоненты практически не зависят от географической широты наблюдаемой сцены (см. рис. 3, *a*, *f*, *g*, табл. 1, строки 1, 6, 7). Интересно, что сокращение времени наблюдения вдвое при сохранении количества зарегистрированных кадров практически не влияет на ошибки  $s_Y$  и  $s_U$  несмотря на то, что угол между крайними положениями визирных осей камер значительно уменьшается (см. рис. 3, *a*, *d*, табл. 1, строки 1, 4).

Во-вторых, несмотря на нелинейность задачи оценивания величина ошибок оценивания практически пропорциональна СКО измерения координат точек на изображениях (см. рис. 3, *a*, *b*, табл. 1, строки 1, 2).

Рис. 4. Среднеквадратичные ошибки оценивания в системе координат камеры ( $\sigma = 0,3$ ,  $f = 0,66$ ,  $T_{obs} = 2$ ,  $F = 82$ ,  $P = 25$ ,  $d = 5000$ ). Верхние графики:  $\bullet$  –  $s_{X_i}$ ,  $\circ$  –  $s_{Y_i}$ ,  $+$  –  $s_{Z_i}/10$ ; нижние графики:  $\bullet$  –  $s_{U_j}$ ,  $\circ$  –  $s_{V_j}$ ,  $+$  –  $s_{W_j}$



Т а б л и ц а 2

$\varepsilon$ , град	$d$ , м	$T_{obs}$ , мин	$F$	$P$	$\sigma$	$\max s_X$ , м	$\max s_Y$ , м	$\max s_Z$ , м	$\max s_U$ , угл. мин	$\max s_V$ , угл. мин	$\max s_W$ , угл. мин
0	5000	2	82	25	0,3	5,6	5,9	149,4	1,0	3,9	8,3
0	5000	2	82	25	0,1	1,7	1,6	61,3	0,3	1,0	2,6
0	5000	2	21	100	0,3	4,2	4,5	147,9	0,8	2,2	3,7
0	5000	1	82	25	0,3	5,4	5,2	206,7	0,9	3,9	6,5
0	15000	2	82	25	0,3	4,6	5,0	65,0	0,3	1,1	2,6
60	5000	2	82	25	0,3	4,9	4,8	181,0	0,9	3,6	7,8
75,3	5000	2	82	25	0,3	5,4	5,4	163,0	0,9	5,0	8,0

В-третьих, при увеличении количества наблюдаемых точек и одновременном пропорциональном уменьшении частоты съемки величина ошибок оценивания если и изменяется, то незначительно (см. рис. 3, *a, c*, табл. 1, строки 1, 3). Не отраженные здесь эксперименты показывают, что значения ошибок изменяются примерно пропорционально  $(PF)^{-1/2}$ .

В-четвертых, существенное влияние на все ошибки оказывает угол зрения камеры. Увеличение угла зрения приводит к практически пропорциональному уменьшению ошибок (см. рис. 3, *a, e*, табл. 1, строки 1, 5).

Большие ошибки  $s_X$  и  $s_Y$  обусловлены, по-видимому, малой величиной стереобазы в направлении, поперечном направлению движения камер. Действительно, при увеличении географической широты наблюдаемой сцены расстояние между траекториями камер уменьшается, что хорошо видно на рис. 1, при этом ошибки  $s_X$  и  $s_Y$  (см. рис. 3, *a, f, g*, табл. 1, строки 1, 6, 7) возрастают. Такое поведение ошибок может быть вызвано тем, что в каждом эксперименте в оценках углов ориентации появляется смещение, общее для визирных осей всех камер. Тогда переход из неинерциальной геоцентрической системы координат в систему координат, связанную с одним из положений камер, может привести к компенсации этого смещения. На рис. 4 приведены ошибки оценивания координат сцены и ориентации камер, пересчитанные в систему координат первой камеры, оцененную в момент, когда камеры расположены симметрично относительно точки наведения. При сравнении рис. 3, *a* и рис. 4, действительно, обнаруживается существенное уменьшение координатных ошибок  $s_Y$  и особенно  $s_X$ . Максимальные ошибки оценивания в системе координат камеры для всех экспериментов приведены в табл. 2.

**Заключение.** Рассмотрены ошибки оценивания трехмерных координат сцены по серии ее изображений при следующих условиях:

- изображения получены камерами с малым углом зрения ( $\sim 1^\circ$ );
- камеры движутся по двум близким, почти плоским, траекториям;
- точка наведения лежит между плоскостями траекторий;
- координаты камер в моменты съемки в некоторой фиксированной системе координат известны;
- ориентация камер неизвестна.

Последнее обстоятельство заставляет оценивать, помимо координат сцены, еще и параметры ориентации камер.

Результаты проведенных экспериментов показывают, что получить высокую точность оценивания трехмерных координат сцены в данной системе координат при данных условиях съемки невозможно. Основная компонента координатной ошибки обусловлена появлением в оценках углов ориентации смещения, общего для всех камер, что подтверждается существенным снижением величины ошибок при переходе в систему координат одной из камер. Для компенсации этого смещения необходимо привлекать дополнительные сведения, например модель изменения ориентации камер в процессе съемки или известные координаты некоторых (опорных) точек сцены.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лобанов А. Н., Буров М. И., Краснопевцев В. В. Фотограмметрия. М.: Недра, 1987.
2. Brown D. C. The bundle adjustment – progress and prospects // Intern. Archives of Photogrammetry. 1976. 21, N 3. P. 303.
3. Granshaw S. Bundle adjustment methods in engineering photogrammetry // Photogrammetric Record. 1980. 10, N 56. P. 181.
4. Shum H., Ke Q., Zang Z. Efficient bundle adjustment with virtual key frames: A hierarchical approach to multi-frame structure from motion // Proc. IEEE Intern. Conf. on Computer Vision and Pattern Recogn. (CVPR'99). Fort Collins, Colorado, 1999. P. 538.
5. Lhuiller M., Quan L. Quasi-Dense Reconstruction from Image Sequence /Ed. A. Heyden et al. Berlin–Heidelberg: Springer-Verlag, 2002. P. 125.
6. Кендалл М. Дж., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. М.: Наука, 1973.
7. Triggs B., McLauchlan P. F., Hartley R. I., Fitzgibbon A. Bundle adjustment – A modern synthesis /Ed. B. Triggs, A. Zisserman, R. Szeliski // Lectures Notes in Computer Science. Springer-Verlag, 2000. Vol. 1883. P. 298.
8. Kosykh V. P. Errors of structure and motion recovering by maximum likelihood method // Proc. of 6th German–Russian Workshop “Pattern Recognition and Image Understanding”. Novosibirsk, 2003. P. 183.