

**АНАЛИЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ**

УДК 621.391

**А. П. Трифонов, Р. В. Куцов**

*(Воронеж)*

**ОБНАРУЖЕНИЕ ДВИЖУЩЕГОСЯ  
ПРОСТРАНСТВЕННО ПРОТЯЖЕННОГО ОБЪЕКТА  
НА ФОНЕ С НЕИЗВЕСТНОЙ ИНТЕНСИВНОСТЬЮ\***

Выполнены синтез и анализ квазиправдоподобного и максимально правдоподобного алгоритмов обнаружения изображения движущегося пространственно протяженного объекта с неизвестной интенсивностью при наличии фона с неизвестной интенсивностью для аппликативной модели взаимодействия полезного изображения и фона.

В последнее время существенно возросла разрешающая способность систем дистанционного наблюдения, что стимулировало развитие теории обнаружения объектов по их изображениям с учетом затенения фона. Вопросы обнаружения пространственно протяженных объектов (ППО) рассматриваются в [1–5] и других работах. В [2, 3] показано, что использование аддитивной модели взаимодействия ППО и фона может приводить к недостоверным результатам. В [2–4] на основе аппликативной модели, учитывающей эффекты затенения объектом участка фона, получены характеристики обнаружения неподвижного ППО. В работе [5] исследованы потенциальные возможности обнаружения и маскирования средствами камуфляжа движущегося детерминированного ППО, наблюдаемого на неравномерном детерминированном фоне. Однако на практике часто возникают ситуации, когда параметры изображения движущегося ППО и неподвижного фона априори неизвестны.

Целью работы является синтез и анализ квазиправдоподобного и максимально правдоподобного алгоритмов обнаружения движущегося ППО по его изображению с неизвестными параметрами при наличии фона с неизвестными параметрами.

Пусть в двумерной области  $\Omega$  в течение интервала времени  $[0, T]$  доступна наблюдению реализация гауссовского случайного поля  $x(\mathbf{r}, t)$ , где  $\mathbf{r} = (r_1, r_2)$  – радиус-вектор точки на плоскости, принадлежащей  $\Omega$ , а  $t$  – время. Положим [5], что при гипотезе  $H_1$  поле  $x(\mathbf{r}, t)$  содержит изображения

---

\* Работа выполнена при поддержке CRDF и Министерства науки и образования РФ (проект № VZ-010-00).

движущегося со скоростью  $\mathbf{V}$  объекта  $s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)$ , неподвижного фона  $v(\mathbf{r})$  и аддитивный гауссовский пространственно-временной белый шум  $n(\mathbf{r}, t)$  с нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией

$$K_n(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) = \langle n(\mathbf{r}_1, t_1) n(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle = N_0 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \delta(t_1 - t_2) / 2,$$

где  $N_0$  – односторонняя спектральная плотность белого шума.

В соответствии с аппликативной моделью, учитывающей эффекты затенения объектом участка фона, полагаем, что изображение объекта занимает часть  $\Omega_s$  области  $\Omega$ , а фоновое излучение формируется оставшейся частью области наблюдения. При отсутствии объекта фон занимает всю область наблюдения. Тогда в течение интервала времени  $[0, T]$  наблюдению доступна реализация изображения в картинной плоскости

$$x(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} v(\mathbf{r}; \mathbf{b}_0) + n(\mathbf{r}, t) : H_0; \\ s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}_0) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) + v(\mathbf{r}; \mathbf{b}_0) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)] + n(\mathbf{r}, t) : H_1, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\mathbf{a}_0$  и  $\mathbf{b}_0$  – истинные значения векторов неизвестных параметров полезного изображения и фона соответственно;  $I_s(\mathbf{r}) = 1$  при  $\mathbf{r} \in \Omega_s$  и  $I_s(\mathbf{r}) = 0$  при  $\mathbf{r} \notin \Omega_s$  – индикаторная функция, описывающая форму изображения объекта.

Для решения задачи проверки гипотезы  $H_1$  против альтернативы  $H_0$  необходимо формировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП). В работах [6–9] приведены выражения для ФОП в случаях, когда при одной из гипотез наблюдаемое поле представляет собой реализацию гауссовского белого шума. Введем вспомогательную гипотезу  $H$ , при которой  $x(\mathbf{r}, t) = n(\mathbf{r}, t)$ . Очевидно, что ФОП при проверке гипотезы  $H_1$  против  $H_0$  есть отношение ФОП при проверке гипотез  $H_1$  и  $H_0$  против простой альтернативы  $H$ , т. е.  $\Lambda[H_1 | H_0] = \Lambda[H_1 | H] / \Lambda[H_0 | H]$ . Следовательно, логарифм ФОП  $L(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \ln \Lambda[H_1 | H_0] = L_1(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - L_0(\mathbf{b})$ , где

$$L_0(\mathbf{b}) = \ln \Lambda[H_0 | H] = \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) v(\mathbf{r}; \mathbf{b}) d\mathbf{r} dt - \frac{1}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} v^2(\mathbf{r}; \mathbf{b}) d\mathbf{r} dt, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} L_1(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= \ln \Lambda[H_1 | H] = \\ &= \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) \{s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) + v(\mathbf{r}; \mathbf{b}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)]\} d\mathbf{r} dt - \\ &- \frac{1}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} \{s^2(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) + v^2(\mathbf{r}; \mathbf{b}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)]\} d\mathbf{r} dt \end{aligned} \quad (3)$$

– логарифмы ФОП при проверке гипотез  $H_0$  и  $H_1$  против альтернативы  $H$  соответственно. Тогда

$$\begin{aligned} L(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) [s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}) - v(\mathbf{r}; \mathbf{b})] I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt - \\ &- \frac{1}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} [s^2(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}) - v^2(\mathbf{r}; \mathbf{b})] I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt. \end{aligned}$$

Если истинные значения параметров полезного изображения  $\mathbf{a}_0$  и фона  $\mathbf{b}_0$  априори известны, то решение о наличии объекта в области наблюдения выносится на основе сравнения величины  $L = L(\mathbf{a}_0, \mathbf{b}_0)$  с порогом  $h$ , определяемым выбранным критерием оптимальности [6–10]:

$$L \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} h. \quad (4)$$

При неизвестных истинных значениях параметров изображения и фона возможно применение квазиправдоподобного обнаружителя (КПО) [7]. Для синтеза КПО вместо истинных значений  $\mathbf{a}_0, \mathbf{b}_0$  используются ожидаемые (прогнозируемые) значения неизвестных параметров  $\mathbf{a}_*, \mathbf{b}_*$ . Решение о наличии или отсутствии объекта в области наблюдения выносится путем сравнения величины  $L_* = L(\mathbf{a}_*, \mathbf{b}_*)$  с порогом в соответствии с правилом (4). В общем случае  $\mathbf{a}_* \neq \mathbf{a}_0, \mathbf{b}_* \neq \mathbf{b}_0$ , однако при  $\mathbf{a}_* = \mathbf{a}_0, \mathbf{b}_* = \mathbf{b}_0$  КПО переходит в оптимальный обнаружитель. Определим, в какой степени рассогласование между истинными  $\mathbf{a}_0, \mathbf{b}_0$  и прогнозируемыми  $\mathbf{a}_*, \mathbf{b}_*$  значениями параметров изображения объекта и фона ухудшает характеристики обнаружения.

Обычно эффективность алгоритма обнаружения характеризуется величинами вероятностей ложной тревоги  $\alpha$  и пропуска объекта  $\beta$  (или вероятностью правильного обнаружения  $P_0 = 1 - \beta$ ). Поскольку логарифм ФОП представляет собой линейное преобразование гауссовского поля, величина  $L_*$  подчиняется гауссовскому закону распределения. Отсюда

$$\alpha_* = 1 - \Phi[(h - m_0)/\sigma_0]; \quad \beta_* = \Phi[(h - m_1)/\sigma_1], \quad (5)$$

где  $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \exp(-y^2/2) dy / \sqrt{2\pi}$  – интеграл вероятности;  $m_i = \langle L_* | H_i \rangle$ ;  $\sigma_i^2 = \langle L_*^2 | H_i \rangle - m_i^2$ . Выполняя усреднение, находим

$$\begin{aligned} m_0 &= \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} v(\mathbf{r}; \mathbf{b}_0) [s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}_*) - v(\mathbf{r}; \mathbf{b}_*)] I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt - \\ &\quad - \frac{1}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} [s^2(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}_*) - v^2(\mathbf{r}; \mathbf{b}_*)] I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt, \\ m_1 &= \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}_0) [s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}_*) - v(\mathbf{r}; \mathbf{b}_*)] I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt - \\ &\quad - \frac{1}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} [s^2(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}_*) - v^2(\mathbf{r}; \mathbf{b}_*)] I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt, \\ \sigma_0^2 &= \sigma_1^2 \equiv \sigma^2 = \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} [s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}_*) - v(\mathbf{r}; \mathbf{b}_*)]^2 I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt. \end{aligned}$$

Положим, что используется критерий оптимальности Неймана – Пирсона. Тогда при заданной вероятности ложной тревоги  $\alpha_* = \alpha$  порог  $h = h_\alpha = m_0 + \sigma_0 q_{1-\alpha}$ , где  $q_{1-\alpha} = \text{arc}\Phi(1 - \alpha)$  (здесь  $\text{arc}\Phi(\cdot)$  – функция, обратная ин-

тегралу вероятности). Подставляя порог  $h_\alpha$  в выражение для вероятности пропуска объекта, получим  $\beta_* = 1 - \Phi(q_* - q_{1-\alpha})$ , где

$$q_*^2 = \left( \frac{m_1 - m_0}{\sigma} \right)^2 = \frac{2 \left\{ \int_0^T \int_\Omega [s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}_0) - v(\mathbf{r}; \mathbf{b}_0)][s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}_*) - v(\mathbf{r}; \mathbf{b}_*)] I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt \right\}^2}{N_0 \int_0^T \int_\Omega [s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}_*) - v(\mathbf{r}; \mathbf{b}_*)]^2 I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt}$$

– параметр обнаружения при использовании КПО. В случае оптимального обнаружителя (при известных значениях  $\mathbf{a}_0$ ,  $\mathbf{b}_0$ ) для заданной вероятности ложной тревоги  $\alpha_0 = \alpha$  вероятность пропуска объекта  $\beta_0 = 1 - \Phi(q_0 - q_{1-\alpha})$ , где параметр обнаружения [5]

$$q_0^2 = \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_\Omega [s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}_0) - v(\mathbf{r}; \mathbf{b}_0)]^2 I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt = \frac{z^2}{z_F^2} (z_F^2 - 2\rho z_F + 1).$$

Здесь

$$z^2 = \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_\Omega s^2(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}_0) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt \quad (6)$$

– отношение сигнал/шум (ОСШ) для изображения объекта;

$$z_F^2 = \frac{z^2}{z_v^2} = \frac{\int_0^T \int_\Omega s^2(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}_0) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt}{\int_0^T \int_\Omega v^2(\mathbf{r}; \mathbf{b}_0) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt} \quad (7)$$

– отношение сигнал/фон (ОСФ);

$$z_v^2 = \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_\Omega v^2(\mathbf{r}; \mathbf{b}_0) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt \quad (8)$$

– отношение фон/шум (ОФШ), а величина  $\rho \in [0, 1]$  определяет степень корреляции изображения объекта и фона в рассмотренной области  $\Omega_1$ :

$$\rho = \frac{\int_0^T \int_\Omega s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}_0) v(\mathbf{r}; \mathbf{b}_0) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt}{\sqrt{\int_0^T \int_\Omega s^2(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}_0) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt \int_0^T \int_\Omega v^2(\mathbf{r}; \mathbf{b}_0) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt}} \quad (9)$$

Положим, что область наблюдения и скорость движения объекта таковы, что за время  $T$  объект не пересекает границ области наблюдения. Тогда ОСШ (6) можно переписать в виде

$$z^2 = 2T \int_{\Omega_s} s^2(\mathbf{r}; \mathbf{a}_0) d\mathbf{r} / N_0 = 2E_s / N_0,$$

где  $E_s = T \int_{\Omega_s} s^2(\mathbf{r}; \mathbf{a}_0) d\mathbf{r}$  – энергия изображения объекта, наблюдаемая за время  $T$ .

При вычислении интеграла в (8) необходимо учесть, что следящее окно, описываемое функцией  $I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)$ , перемещается со временем, просматривая все новые участки фона, причем общая площадь просмотренного участка фона  $\Omega_1$  равна  $S_1 = S_s + VTl$ , где  $S_s$  – площадь объекта,  $V$  – модуль скорости движения объекта,  $l$  – размер объекта в направлении, перпендикулярном движению. Тогда величину интеграла в (8) приближенно можно оценить по формуле [5]

$$z_v^2 \approx \frac{2T}{N_0} \frac{S_s}{S_s + VTl} \int_{\Omega_1} v^2(\mathbf{r}; \mathbf{b}_0) d\mathbf{r}. \quad (10)$$

В силу монотонной зависимости вероятности обнаружения от величины параметра  $q$ , ухудшение качества обнаружения можно характеризовать отношением

$$\chi = \frac{q_0}{q_*} = \frac{1}{R_\Delta} \equiv$$

$$\equiv \frac{\sqrt{\int_0^T \int_{\Omega} [s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}_*) - v(\mathbf{r}; \mathbf{b}_*)]^2 I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt \int_0^T \int_{\Omega} [s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}_0) - v(\mathbf{r}; \mathbf{b}_0)]^2 I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt}}{\int_0^T \int_{\Omega} [s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}_0) - v(\mathbf{r})][s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}_*) - v(\mathbf{r}; \mathbf{b}_*)] I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt},$$

где  $R_\Delta$  – коэффициент корреляции между пространственно-временными сигналами  $[s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}_*) - v(\mathbf{r}; \mathbf{b}_*)] I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)$  и  $[s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t; \mathbf{a}_0) - v(\mathbf{r}; \mathbf{b}_0)] I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)$ .

Рассмотрим величину  $\chi$  в случае, когда сигнал и фон известны с точностью до амплитудных множителей  $s(\mathbf{r}; a_0) = a_0 s_1(\mathbf{r})$ ,  $v(\mathbf{r}; b_0) = b_0 v_1(\mathbf{r})$ , в то время как ожидаются  $s(\mathbf{r}; a_*) = a_* s_1(\mathbf{r})$  и  $v(\mathbf{r}; b_*) = b_* v_1(\mathbf{r})$ , где  $s_1(\mathbf{r})$  и  $v_1(\mathbf{r})$  – известные функции, причем  $\max s_1(\mathbf{r}) = 1$ ,  $\max v_1(\mathbf{r}) = 1$ . Тогда

$$\chi = R_\Delta^{-1} = \sqrt{(1 - 2\rho z_F + z_F^2)(\delta^2 - 2\rho z_F \delta + z_F^2)} / [\delta - \rho z_F (1 + \delta) + z_F^2], \quad (11)$$

где

$$\delta = a_0 b_* / a_* b_0; \quad z_F^2 = a_0^2 T \int_{\Omega_s} s_1^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r} / \left( b_0^2 \int_0^T \int_{\Omega} v_1^2(\mathbf{r}) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt \right);$$

$$\rho = \int_0^T \int_{\Omega} s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) v_1(\mathbf{r}) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt / \sqrt{T \int_{\Omega_s} s_1^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \int_0^T \int_{\Omega} v_1^2(\mathbf{r}) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt}. \quad (12)$$

Для сравнения качества работы различных алгоритмов обнаружения используем значение порогового ОСШ  $z_t$ , при котором вероятности ошибок ложной тревоги и пропуска объекта равны заданной величине  $P < 1/2$  [6]:

$$\alpha = \beta = P. \quad (13)$$

Решая систему уравнений (5), (13), находим пороговые ОСШ для оптимального  $z_{0t}$  и квазиправдоподобного  $z_{*t}$  алгоритмов:

$$z_{0t} = 2z_F \arcsin \Phi(1-P) / \sqrt{z_F^2 - 2\rho z_F + 1}, \quad (14)$$

$$z_{*t} = 2z_F \arcsin \Phi(1-P) \sqrt{z_F^2 - 2\rho z_F \delta + \delta^2} / [\delta - (1+\delta)\rho z_F + z_F^2]. \quad (15)$$

Проигрыш в величине порогового ОСШ для КПО по сравнению с оптимальным обнаружителем  $\chi = z_{*t} / z_{0t}$  определяется выражением (11), формально совпадающим с аналогичным выражением, полученным в [4], для неподвижного объекта.

**Обнаружение движущегося объекта по его изображению с неизвестной интенсивностью при наличии детерминированного фона.** С целью повышения качества обнаружения при неизвестных параметрах объекта и фона можно одновременно производить оценку неизвестных параметров. Заменяя значения неизвестных параметров на их оценки максимального правдоподобия, получаем обобщенный алгоритм максимального правдоподобия (АМП) [7–9].

Пусть неизвестна интенсивность объекта. Проводя максимизацию логарифмов ФОП (2), (3):

$$L_0(b) = \frac{2b}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) v_1(\mathbf{r}) d\mathbf{r} dt - \frac{b^2}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} v_1^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r} dt, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} L_1(a, b) = & \frac{2a}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt + \\ & + \frac{2b}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) v_1(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)] d\mathbf{r} dt - \\ & - \frac{a^2}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} s_1^2(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt - \frac{b^2}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} v_1^2(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)] d\mathbf{r} dt, \end{aligned} \quad (17)$$

по неизвестному параметру  $a$  [9], получим

$$\begin{aligned} L_{m1} = \sup_a L_1(a, b_0) - L_0(b_0) = & \frac{\left[ \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt \right]^2}{N_0 \int_0^T \int_{\Omega} s_1^2(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt} - \\ & - \frac{2b_0}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) v_1(\mathbf{r}) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt + \frac{z_v^2}{2}, \end{aligned} \quad (18)$$

где

$$z_v^2 = \frac{2b_0^2}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} v_1^2(\mathbf{r}) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt \quad (19)$$

– ОФШ. В отличие от КПО и оптимального алгоритма обнаружения АМП является существенно нелинейным.

Решение о наличии или отсутствии объекта по-прежнему выносится на основе сравнения логарифма ФОП (18) с порогом  $h$  в соответствии с правилом (4). Найдем вероятности ложной тревоги и пропуска объекта (5). Для этого получим закон распределения достаточной статистики (18). Введем в рассмотрение стандартные гауссовские случайные величины

$$\xi = (p - m_p) / \sigma_p; \quad \eta = (q - m_q) / \sigma_q, \quad (20)$$

где

$$p = \frac{2a_0}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt;$$

$$q = \frac{2b_0}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) v_1(\mathbf{r}) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt;$$

$m_p, m_q, \sigma_p^2, \sigma_q^2$  – математические ожидания и дисперсии случайных величин  $p$  и  $q$ . Величины  $\xi, \eta$  являются центрированными гауссовскими случайными величинами с единичной дисперсией и коэффициентом корреляции  $R_{\xi\eta} = \rho$ . Подставляя в (18) реализацию наблюдаемых данных (1), запишем значения логарифма ФОП при гипотезах  $H_0$  и  $H_1$  с учетом обозначений (20):

$$L_{ml}[H_0] = (\xi + \rho z_v)^2 / 2 - \eta z_v + z_v^2 / 2,$$

$$L_{ml}[H_1] = (\xi + z)^2 / 2 - \eta z_v + z_v^2 / 2 - \rho z z_v,$$

где

$$z^2 = \frac{2a_0^2}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} s_1^2(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt = \frac{2a_0^2 T}{N_0} \int_{\Omega_s} s_1^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

– ОСШ, а  $\rho$  определено в (12).

Записав совместную плотность вероятности величин  $\xi, \eta$  и пользуясь методом функционального преобразования плотностей вероятностей [6], найдем выражения для плотностей вероятности логарифма ФОП при обеих гипотезах. На их основе получим точные выражения для вероятностей ошибок ложной тревоги и пропуска объекта:

$$\alpha_1 = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{y_0(h)}^{\infty} \exp(-y^2/2) \left\{ \Phi \left[ \frac{\rho(z_v + y) + \sqrt{2h + 2yz_v + z_v^2}}{\sqrt{1 - \rho^2}} \right] - \right.$$

$$-\Phi \left[ \frac{\rho(z_v + y) - \sqrt{2h + 2yz_v + z_v^2}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right] dy, \quad (21)$$

$$\beta_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{Y_1(h)}^{\infty} \exp(-y^2/2) \left\{ \Phi \left[ \frac{z + \rho y + \sqrt{2h + 2yz_v + 2\rho z z_v - z_v^2}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right] - \right. \\ \left. - \Phi \left[ \frac{z + \rho y - \sqrt{2h + 2yz_v + 2\rho z z_v - z_v^2}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right] \right\} dy, \quad (22)$$

где  $Y_0(h) = -(h/z_v + z_v/2)$ ,  $Y_1(h) = -(h/z_v + \rho z - z_v/2)$ .

Для определения порогового ОСШ  $z_m$ , при котором  $\alpha_1 = \beta_1 = P$ , необходимо подставить выражения (21), (22) в систему уравнений

$$\alpha_1(z_m, h) = P; \quad \beta_1(z_m, h) = P. \quad (23)$$

Решить систему (23) затруднительно, поэтому получим приближенное выражение для  $z_m$ . С этой целью представим значение логарифма ФОП при гипотезе  $H_i$ ,  $i=0,1$ , в виде  $L_{m1}[H_i] = w + \mu_i$ , где  $w = \xi^2/2$  – негауссовская случайная величина с математическим ожиданием  $m_w = 1/2$  и дисперсией  $\sigma_w^2 = 1/2$ , а  $\mu_i$  – гауссовские случайные величины с математическими ожиданиями

$$m_{\mu_0} = -z_v^2(1-\rho^2)/2; \quad m_{\mu_1} = (z^2 + z_v^2 - 2\rho z z_v)/2 \quad (24)$$

и дисперсиями

$$\sigma_{\mu_0}^2 = -2m_{\mu_0}; \quad \sigma_{\mu_1}^2 = 2m_{\mu_1}. \quad (25)$$

Если  $z^2 \gg 1$ ,  $z_v^2 \gg 1$ , то  $\sigma_w^2 \ll \min(\sigma_{\mu_0}^2, \sigma_{\mu_1}^2)$ , поэтому  $L_{m1}[H_i] \approx 1/2 + \mu_i$ , а логарифм ФОП (18) можно приближенно считать гауссовской случайной величиной с математическими ожиданиями и дисперсиями

$$m_i = 1/2 + m_{\mu_i}; \quad \sigma_i^2 = \sigma_{\mu_i}^2. \quad (26)$$

Используя выражения (24)–(26), находим гауссовские аппроксимации для вероятностей ошибок ложной тревоги и пропуска объекта:

$$\alpha_1 \approx \alpha_{1G} = 1 - \Phi \left[ \frac{2h - 1 + z_v^2(1-\rho^2)}{2z_v \sqrt{1-\rho^2}} \right]; \quad (27)$$

$$\beta_1 \approx \beta_{1G} = \Phi \left[ \frac{2h - 1 - z^2 - z_v^2 + 2\rho z z_v}{2\sqrt{z^2 + z_v^2 - 2\rho z z_v}} \right].$$



Подставляя (27) в систему уравнений (23) с учетом соотношения  $z_v = z/z_F$  и решая ее относительно  $z_m$ , находим выражение для порогового ОСШ в гауссовском приближении:  $z_m \approx z_{1G}$ , где

$$z_{1G} = \frac{2z_F \arcsin \Phi(1-P) \left( \sqrt{1-\rho^2} + \sqrt{z_F^2 - 2\rho z_F + 1} \right)}{[(z_F - \rho)^2 + 2(1-\rho^2)]}. \quad (28)$$

Точность формулы (28) растет с уменьшением вероятности ошибки  $P$ , т. е. с ростом порогового ОСШ.

Проигрыш в пороговом ОСШ для АМП в гауссовском приближении по сравнению с пороговым ОСШ для оптимального обнаружителя (14) запишется в виде

$$\chi_{1G} = z_{1G}/z_{0t} = \frac{\sqrt{1-2\rho z_F + z_F^2} \left( \sqrt{1-\rho^2} + \sqrt{z_F^2 - 2\rho z_F + 1} \right)}{[(z_F - \rho)^2 + 2(1-\rho^2)]}. \quad (29)$$

**Обнаружение детерминированного изображения движущегося объекта при наличии фона с неизвестной интенсивностью.** Пусть теперь неизвестна интенсивность фона. Проводя максимизацию логарифмов ФОП (16), (17) по неизвестному параметру  $b$  [9], получим

$$L_{m2} = \sup_b L_1(a_0, b) - \sup_b L_0(b) = \frac{2a_0}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt +$$

$$+ \frac{\left[ \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) v_1(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)] d\mathbf{r} dt \right]^2}{N_0 \int_0^T \int_{\Omega} v_1^2(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)] d\mathbf{r} dt} - \frac{\left[ \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) v_1(\mathbf{r}) d\mathbf{r} dt \right]^2}{N_0 T \int_{\Omega} v_1^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r}} - \frac{z^2}{2}. \quad (30)$$

Решение о наличии или отсутствии объекта выносится на основе сравнения логарифма ФОП (30) с порогом  $h$  в соответствии с правилом (4). Введем в рассмотрение стандартные гауссовские случайные величины

$$\xi = (p - m_p)/\sigma_p; \quad \eta = (q - m_q)/\sigma_q; \quad \zeta = (l - m_l)/\sigma_l, \quad (31)$$

где

$$p = \frac{2b_0}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) v_1(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)] d\mathbf{r} dt;$$

$$q = \frac{2a_0}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt; \quad l = \frac{2b_0}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) v_1(\mathbf{r}) d\mathbf{r} dt;$$

$m_p, m_q, m_l, \sigma_p^2, \sigma_q^2, \sigma_l^2$  – математические ожидания и дисперсии случайных величин  $p, q$  и  $l$ . Случайные величины  $\xi, \eta$  и  $\zeta$  имеют нулевые математиче-

ские ожидания  $\langle \xi \rangle = \langle \eta \rangle = \langle \zeta \rangle = 0$ , единичные дисперсии и коэффициенты взаимной корреляции  $R_{\xi\eta} = 0$ ,  $R_{\xi\zeta} = \sqrt{(\kappa-1)/\kappa}$  и  $R_{\eta\zeta} = \rho/\sqrt{\kappa}$ , где

$$\kappa = T \int_{\Omega} v_1^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \bigg/ \int_0^T \int_{\Omega} v_1^2(\mathbf{r}) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt \quad (32)$$

– отношение энергии фона во всей области наблюдения, принятой за время  $T$ , к энергии фона в просмотренной за это время области ( $\kappa \geq 1$ ). Подставляя в (30) реализацию наблюдаемых данных (1), запишем значения логарифма ФОП при гипотезах  $H_0$  и  $H_1$  с учетом обозначений (31):

$$L_{m2}[H_0] = (\xi + z_v \sqrt{\kappa-1})^2 / 2 + \eta z - (\zeta + z_v \sqrt{\kappa})^2 / 2 + \rho z z_v - z^2 / 2,$$

$$L_{m2}[H_1] = (\xi + z_v \sqrt{\kappa-1})^2 / 2 + \eta z - \{ \zeta + [\rho z + z_v (\kappa-1)] / \sqrt{\kappa} \}^2 / 2 + z^2 / 2.$$

Записав совместную плотность вероятности величин  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  и пользуясь методом функционального преобразования плотностей вероятностей [6], найдем выражения для плотностей вероятности логарифма ФОП при обеих гипотезах. На их основе получим точные выражения для вероятностей ошибок ложной тревоги и пропуска объекта:

$$\begin{aligned} \alpha_2 = & 1 - \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-\rho^2}} \iint_{C_0(h)} \exp \left[ -\frac{\kappa}{2(\kappa-\rho^2)} \left( y^2 + x^2 - 2yx \frac{\rho}{\sqrt{\kappa}} \right) \right] \times \\ & \times \left\{ \Phi \left[ \sqrt{\frac{\kappa-\rho^2}{1-\rho^2}} \left( \sqrt{\kappa-1} \left( z_v + \frac{y\rho - x\sqrt{\kappa}}{\kappa-\rho^2} \right) + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \sqrt{2h - 2yz + (x + z_v \sqrt{\kappa})^2 - \rho z z_v + \frac{z^2}{2}} \right) \right] - \right. \\ & \left. - \Phi \left[ \sqrt{\frac{\kappa-\rho^2}{1-\rho^2}} \left( \sqrt{\kappa-1} \left( z_v + \frac{y\rho - x\sqrt{\kappa}}{\kappa-\rho^2} \right) - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. - \sqrt{2h - 2yz + (x + z_v \sqrt{\kappa})^2 - \rho z z_v + \frac{z^2}{2}} \right) \right] \right\} dx dy, \quad (33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_2 = & \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-\rho^2}} \iint_{C_1(h)} \exp \left[ -\frac{\kappa}{2(\kappa-\rho^2)} \left( y^2 + x^2 - 2yx \frac{\rho}{\sqrt{\kappa}} \right) \right] \times \\ & \times \left\{ \Phi \left[ \sqrt{\frac{\kappa-\rho^2}{1-\rho^2}} \left( \sqrt{2h - 2yz + \left( x + \frac{\rho z}{\sqrt{\kappa}} + z_v \frac{\kappa-1}{\sqrt{\kappa}} \right)^2 - \frac{z^2}{2}} + \right. \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sqrt{\kappa-1} \left( z_v + \frac{y\rho - x\sqrt{\kappa}}{\kappa - \rho^2} \right) \Bigg] - \\
& - \Phi \left[ \sqrt{\frac{\kappa - \rho^2}{1 - \rho^2}} \left( \sqrt{2h - 2yz + \left( x + \frac{\rho z}{\sqrt{\kappa}} + z_v \frac{\kappa - 1}{\sqrt{\kappa}} \right)^2} - \frac{z^2}{2} - \right. \right. \\
& \left. \left. - \sqrt{\kappa-1} \left( z_v + \frac{y\rho - x\sqrt{\kappa}}{\kappa - \rho^2} \right) \right) \right] \Bigg\} dx dy. \quad (34)
\end{aligned}$$

В выражениях (33), (34) области интегрирования  $C_0(L)$  и  $C_1(L)$  определяются неравенствами

$$C_0(L): 2L - 2yz + (x + z_v \sqrt{\kappa})^2 - \rho z z_v + z^2/2 > 0,$$

$$C_1(L): 2L - 2yz + \{x + [\rho z + z_v(\kappa - 1)]/\sqrt{\kappa}\}^2 - z^2/2 > 0.$$

Найти точное решение системы уравнений

$$\alpha_2(z_m, h) = P; \quad \beta_2(z_m, h) = P \quad (35)$$

не удастся, поэтому получим приближенное выражение для порогового ОСШ  $z_m$ . С этой целью представим значение логарифма ФОП при гипотезе  $H_i$ ,  $i=0,1$ , в виде  $L_{m2}[H_i] = w + \mu_i$ , где  $w = (\xi^2 - \zeta^2)/2$  – негауссовская случайная величина с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma_w^2 = 1/\kappa$ , а  $\mu_i$  – гауссовские случайные величины с математическими ожиданиями

$$m_{\mu_0} = -(z_v^2 + z^2 - 2\rho z z_v)/2; \quad (36)$$

$$m_{\mu_1} = \{z^2 + z_v^2(\kappa - 1) - [\rho z + z_v(\kappa - 1)]^2/\kappa\}/2$$

и дисперсиями

$$\sigma_{\mu_0}^2 = -2m_{\mu_0}; \quad \sigma_{\mu_1}^2 = 2m_{\mu_1}. \quad (37)$$

Если  $z^2 \gg 1$ ,  $\kappa z_v^2 \gg 1$ , то  $\sigma_w^2 \ll \min(\sigma_{\mu_0}^2, \sigma_{\mu_1}^2)$ , поэтому  $L_{m2}[H_i] \approx \mu_i$ , а сам логарифм ФОП (30) можно приближенно считать гауссовской случайной величиной с математическими ожиданиями и дисперсиями

$$m_i = m_{\mu_i}; \quad \sigma_i^2 = \sigma_{\mu_i}^2. \quad (38)$$

Используя выражения (36)–(38), находим гауссовские аппроксимации для вероятностей ошибок ложной тревоги и пропуска объекта:

$$\alpha_2 \approx \alpha_{2G} = 1 - \Phi \left[ \frac{2h + z_v^2 + z^2 - 2\rho z z_v}{2\sqrt{z_v^2 + z^2 - 2\rho z z_v}} \right],$$

$$\beta_2 \approx \beta_{2G} = \Phi \left[ \frac{2h - z^2 - z_v^2(\kappa - 1) + [\rho z + z_v(\kappa - 1)]^2 / \kappa}{2\sqrt{z^2 - z_v^2(\kappa - 1) + [\rho z + z_v(\kappa - 1)]^2 / \kappa}} \right].$$

Подставляя выражения для  $\alpha_2$  и  $\beta_2$  с учетом соотношения  $z_v = z/z_F$  в систему уравнений (35) и решая ее относительно  $z_m$ , находим выражение для порогового ОСШ в гауссовском приближении:  $z_m \approx z_{2G}$ , где

$$z_{2G} = \frac{2\text{arc}\Phi(1-P)z_F \left( \sqrt{z_F^2 + \kappa - 1 - (\rho z_F + \kappa - 1)^2 / \kappa} + \sqrt{z_F^2 - 2\rho z_F + 1} \right)}{[\kappa - 2\rho z_F + 2z_F^2 - (\rho z_F + \kappa - 1)^2 / \kappa]}. \quad (39)$$

Точность формулы (39) растет с уменьшением вероятности ошибки  $P$ , т. е. с ростом порогового ОСШ. Проигрыш в пороговом ОСШ для АМП в гауссовском приближении по сравнению с пороговым ОСШ (14) при оптимальном обнаружении запишется в виде

$$\chi_{2G} = \frac{z_{2G}}{z_{0t}} = \sqrt{1 - 2\rho z_F + z_F^2} \frac{\sqrt{z_F^2 + \kappa - 1 - (\rho z_F + \kappa - 1)^2 / \kappa} + \sqrt{z_F^2 - 2\rho z_F + 1}}{\kappa - 2\rho z_F + 2z_F^2 - (\rho z_F + \kappa - 1)^2 / \kappa}. \quad (40)$$

**Обнаружение движущегося объекта по его изображению с неизвестной интенсивностью при наличии фона с неизвестной интенсивностью.** Пусть теперь неизвестны интенсивности объекта и фона. Проводя максимизацию логарифмов ФОП (16), (17) по неизвестным параметрам  $a, b$  [9], получим

$$L_{m3} = \sup_{a, b} L_1(a, b) - \sup_b L_0(b) = \frac{\left[ \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt \right]^2}{N_0 \int_0^T \int_{\Omega} s_1^2(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt} + \frac{\left[ \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) v_1(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)] d\mathbf{r} dt \right]^2}{N_0 \int_0^T \int_{\Omega} v_1^2(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)] d\mathbf{r} dt} - \frac{\left[ \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) v_1(\mathbf{r}) d\mathbf{r} dt \right]^2}{N_0 \int_0^T \int_{\Omega} v_1^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r} dt}. \quad (41)$$

Решение о наличии или отсутствии объекта по-прежнему выносится на основе сравнения логарифма ФОП (41) с порогом  $h$  в соответствии с правилом (4). При этом вероятности ошибок ложной тревоги и пропуска объекта определяются формулами [4]

$$\alpha_3 = 1 - \frac{\sqrt{\kappa}}{2\pi} \int_{C_0(h)} \int \exp \left[ -\frac{1}{2} (y^2 \kappa + x^2 \kappa - 2yx \sqrt{\kappa(\kappa - 1)}) \right] \times \\ \times \left\{ \Phi \left[ \frac{\rho z_v - \rho(y\sqrt{\kappa - 1} - x\sqrt{\kappa}) + \sqrt{2h - (y + z_v\sqrt{\kappa - 1})^2 + (x + z_v\sqrt{\kappa})^2}}{\sqrt{1 - \rho^2}} \right] \right\} -$$

$$-\Phi \left[ \frac{\rho z_v - \rho(y\sqrt{\kappa-1} - x\sqrt{\kappa}) - \sqrt{2h - (y + z_v\sqrt{\kappa-1})^2 + (x + z_v\sqrt{\kappa})^2}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right] \} dx dy, \quad (42)$$

$$\beta_3 = \frac{\sqrt{\kappa}}{2\pi} \int \int_{C_1(h)} \exp \left[ -\frac{1}{2}(y^2\kappa + x^2\kappa - 2yx\sqrt{\kappa(\kappa-1)}) \right] \times$$

$$\times \left\{ \Phi \left[ \frac{z - \rho(y\sqrt{\kappa-1} - x\sqrt{\kappa}) + \sqrt{2h - (y + z_v\sqrt{\kappa-1})^2 + [x + (\rho z + z_v(\kappa-1))/\sqrt{\kappa}]^2}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right] - \right.$$

$$\left. -\Phi \left[ \frac{z - \rho(y\sqrt{\kappa-1} - x\sqrt{\kappa}) - \sqrt{2h - (y + z_v\sqrt{\kappa-1})^2 + [x + (\rho z + z_v(\kappa-1))/\sqrt{\kappa}]^2}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right] \right\} dx dy. \quad (43)$$

В выражениях (42), (43) области интегрирования  $C_0(L)$  и  $C_1(L)$  определяются неравенствами

$$C_0(L): 2L - (y + z_v\sqrt{\kappa-1})^2 + (x + z_v\sqrt{\kappa})^2 > 0,$$

$$C_1(L): 2L - (y + z_v\sqrt{\kappa-1})^2 + \{x + [\rho z + z_v(\kappa-1)]/\sqrt{\kappa}\}^2 > 0.$$

При  $z^2 \gg 1$ ,  $\kappa z_v^2 \gg 1$  приведем гауссовские аппроксимации для вероятностей ошибок ложной тревоги и пропуска объекта [4]:

$$\alpha_3 \approx \alpha_{3G} = 1 - \Phi \left[ \frac{2h - 1 + z_v^2(1 - \rho^2)}{2z_v\sqrt{1 - \rho^2}} \right],$$

$$\beta_3 \approx \beta_{3G} = \Phi \left[ \frac{2h - 1 - z^2 - z_v^2(\kappa - 1) + [\rho z + z_v(\kappa - 1)]^2/\kappa}{2\sqrt{z^2 + z_v^2(\kappa - 1) - [\rho z + z_v(\kappa - 1)]^2/\kappa}} \right],$$

так что пороговое ОСШ в гауссовском приближении

$$z_{3G} = \frac{2z_F \arcsin \Phi(1-P) \left[ \sqrt{z_F^2 - 2\rho z_F + 1 - (\rho z_F - 1)^2/\kappa} + \sqrt{1 - \rho^2} \right]}{[(z_F - \rho)^2 + 2(1 - \rho^2) - (\rho z_F - 1)^2/\kappa]}. \quad (44)$$

Точность формулы (44) растет с уменьшением вероятности ошибки  $P$ , т. е. с увеличением порогового ОСШ. Проигрыш в пороговом ОСШ в гауссовском приближении по сравнению с пороговым ОСШ для оптимального обнаружителя (14) запишется в виде

$$\chi_{3G} = z_{3G}/z_{0t} = \frac{\sqrt{1 - 2\rho z_F + z_F^2} \left( \sqrt{z_F^2 - 2\rho z_F + 1 - (\rho z_F - 1)^2/\kappa} + \sqrt{1 - \rho^2} \right)}{[(z_F - \rho)^2 + 2(1 - \rho^2) - (\rho z_F - 1)^2/\kappa]}. \quad (45)$$

**Обнаружение движущегося объекта с линейчатой текстурой на структурно-подобном фоне.** Для примера рассмотрим обнаружение изображения прямоугольного объекта, движущегося параллельно одной из своих сторон (вдоль оси  $X$ ), с линейчатой текстурой рисунка, ориентированной перпендикулярно направлению движения

$$s(x - Vt, y) = a_0 [1 + m_s \sin(2\pi(x - Vt)/\Theta)] / (1 + m_s)$$

на структурно-подобном фоне

$$v(x, y) = b_0 [1 + m_v \sin(2\pi x/\Theta)] / (1 + m_v),$$

где  $\Theta = L/N$  – период полос ( $L$  – длина объекта в направлении движения,  $N$  – натуральное число);  $0 \leq m_s \leq 1$ ;  $0 \leq m_v \leq 1$ . При движении объекта со скоростью  $V$  коэффициент корреляции изображения объекта и фона (12)

$$\rho = \left[ 1 + \frac{m_s m_v}{2} \frac{\sin(2\pi\psi)}{2\pi\psi} \right] / \sqrt{\left( 1 + \frac{m_s^2}{2} \right) \left( 1 + \frac{m_v^2}{2} \right)},$$

где  $\psi = VT/\Theta$  – отношение пути, пройденного объектом за время наблюдения, к периоду текстуры изображения объекта. Для неподвижного объекта коэффициент корреляции

$$\rho = \rho_0 = (1 + m_s m_v / 2) / \sqrt{(1 + m_s^2 / 2)(1 + m_v^2 / 2)}.$$

Для объекта, движущегося относительно быстро (проходящего за время наблюдения путь порядка 4–6 периодов текстуры изображения объекта), коэффициент корреляции

$$\rho = \rho_\infty = 1 / \sqrt{(1 + m_s^2 / 2)(1 + m_v^2 / 2)}.$$

На рис. 1 показаны зависимости проигрыша в пороговом ОСШ в гауссовском приближении из-за незнания интенсивностей объекта и фона от  $z_F$  в случае  $m_s = 0,9$ ,  $m_v = 0,5$  и  $\kappa = 2$ . Линии 1 соответствуют обнаружению неподвижного объекта, линии 2 – обнаружению быстро движущегося объекта. Пунктирными линиями показаны зависимости величины проигрыша  $\chi_{1G}(z_F)$  при неизвестной интенсивности изображения объекта и известной интенсивности фона, рассчитанные по формуле (29); штриховыми линиями показаны зависимости величины проигрыша  $\chi_{2G}(z_F)$  при неизвестной интенсивности фона и известной интенсивности изображения объекта, рассчитанные по формуле (40); сплошными линиями показаны зависимости величины проигрыша  $\chi_{3G}(z_F)$  при априори неизвестных интенсивностях изображения объекта и фона, рассчитанные по формуле (45). Как видно, АМП обеспечивает относительно небольшой проигрыш в пороговом ОСШ по сравнению со случаем априори известных интенсивностей изображения объекта и фона, причем минимальное значение проигрыша достигается при значениях ОСФ  $z_F$ , близких к единице. Сопоставление кривых 1 и 2 на рис. 1 позволяет определить влияние движения объекта на величину проигрыша в эффективности обнаружения.

Зависимости отношения порогового ОСШ для быстро движущегося объекта к пороговому ОСШ для неподвижного объекта в гауссовском приближе-

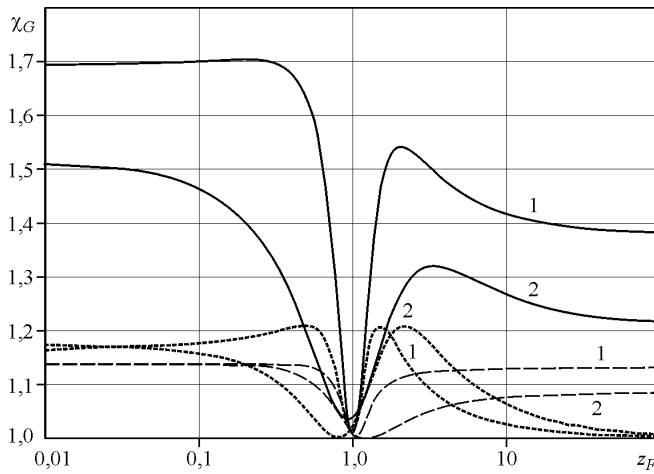


Рис. 1

нии  $\gamma_j = z_{jG} \Big|_{\rho=\rho_\infty} / z_{jG} \Big|_{\rho=\rho_0}$ ,  $j=\overline{1,3}$ , от  $z_F$  в случае  $m_s = 0,9$ ,  $m_v = 0,5$  и  $\kappa=2$

показаны на рис. 2. Пунктирной линией показана зависимость  $\gamma_1(z_F)$  при неизвестной интенсивности изображения объекта и известной интенсивности фона, рассчитанная по формуле (28); штриховой линией показана зависимость  $\gamma_2(z_F)$  при неизвестной интенсивности фона и известной интенсивности изображения объекта, рассчитанная по формуле (39); сплошной линией показана зависимость  $\gamma_3(z_F)$  при априори неизвестных интенсивностях изображения объекта и фона, рассчитанная по формуле (44); штрихпунктирной линией показана зависимость величины  $\gamma_0 = z_{0t} \Big|_{\rho=\rho_\infty} / z_{0t} \Big|_{\rho=\rho_0}$

от  $z_F$  для оптимального алгоритма (при априори известных интенсивностях изображения объекта и фона), рассчитанная по формуле (14). Как видно, движение объекта приводит к уменьшению порогового ОСШ. Значит, неравномерно окрашенный движущийся объект, наблюдаемый на неравномерном фоне, может обнаруживаться лучше, чем неподвижный объект, наблюдаемый в тех же условиях.

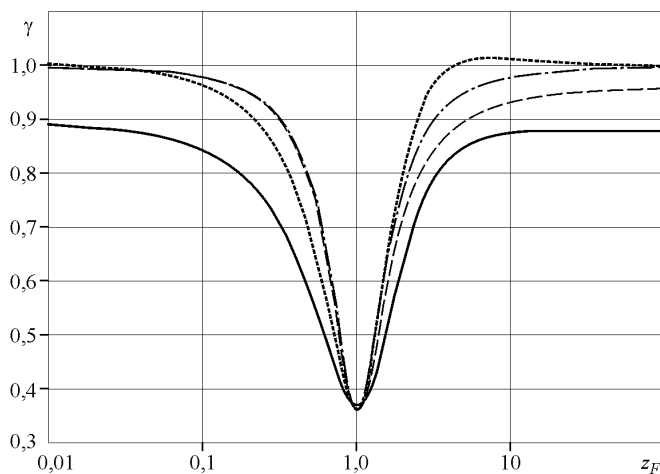


Рис. 2

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Островитянов Р. В., Басалов В. Ф.** Статистическая теория радиолокации протяженных объектов. М.: Радио и связь, 1982.
2. **Трифонов А. П., Прибытков Ю. Н.** Обнаружение случайных изображений пространственно протяженных объектов, затеняющих фон // Автометрия. 2000. № 4. С. 14.
3. **Бычков А. А., Понькин В. А.** Обнаружение изображений пространственно протяженных затеняющих фон объектов // Автометрия. 1992. № 4. С. 33.
4. **Трифонов А. П., Прибытков Ю. Н.** Обнаружение квазидетерминированного изображения при наличии фона с неизвестными параметрами // Автометрия. 2002. 38, № 4. С. 19.
5. **Ефремов В. В., Ковалев Г. С., Лаптев И. В., Понькин В. А.** Потенциальные возможности обнаружения и маскирования движущихся объектов на неравномерных фонах // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2003. № 4. С. 24.
6. **Тихонов В. И.** Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966.
7. **Трифонов А. П., Нечаев Е. П., Парфенов В. И.** Обнаружение стохастических сигналов с неизвестными параметрами /Под ред. А. П. Трифонова. Воронеж: ВГУ, 1991.
8. **Акимов П. С., Бакут П. А., Богданович В. А. и др.** Теория обнаружения сигналов /Под ред. П. А. Бакута. М.: Радио и связь, 1984.
9. **Трифонов А. П., Шинаков Ю. С.** Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь, 1986.
10. **Васильев К. К., Драган Я. П., Казаков В. А. и др.** Прикладная теория случайных процессов и полей /Под ред. К. К. Васильева, В. А. Омельченко. Ульяновск: УлГТУ, 1995.

*Воронежский государственный университет,  
E-mail: trif@rf.phys.vsu.ru*

*Поступила в редакцию  
22 марта 2004 г.*