РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

2004, том 40, № 4

УДК 519.17 : 681.3

В. А. Мелентьев

(Новосибирск)

НОВЫЙ ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ ОТКАЗОУСТОЙЧИВЫХ СИСТЕМ*

Показано, что результаты традиционно используемого подхода к моделированию отказоустойчивых систем, основанного на анализе архитектур, исходящем из надежностных характеристик элементов, не характеризуют фундаментальные свойства этих архитектур и носят частный характер. Предлагаемая обобщенная постановка задачи анализа отказоустойчивости базируется на аксиоме неизбежности отказов элементов системы (включая независимые кратные и «каскадные» отказы) и не имеет ограничений в приложениях к системам с произвольными структурами, в том числе со структурами, в которых число компонент связности больше единицы. Сформулирована задача структурного моделирования отказоустойчивых систем и представлены типовые модели. Введено понятие толерантности графов и формализованы соответствующие этому свойству показатели. Даны определения и введены показатели структурной отказоустойчивости, структурной живучести и структурной надежности многоуровневых систем. Рассмотрены примеры анализа структурной отказоустойчивости таких систем.

Введение. В процессе проектирования системы одной из наиболее существенных проблем, обусловленных требованиями заказчика, является обеспечение ее отказоустойчивости. В связи с тем, что общая теория отказоустойчивости еще находится на стадии становления, используемая заказчиками и проектировщиками терминология не вполне однозначна, поэтому зачастую в процессе анализа отказоустойчивости механически применяют не совсем адекватный для этого аппарат теории надежности. Культивируемые подходы (например, в работе [1]) к определению показателей живучести через отношение математического ожидания числа исправных элементарных машин в системе к общему их числу примитивизируют проблему вследствие игнорирования именно тех архитектурных факторов, которые непосредственно определяют работоспособность системы в целом: физические и функциональные структуры, методы и принципы, стратегии и механизмы организации функционирования, состав и распределение общесистемного и прикладного программного обеспечения и т. п. Подобные подходы не обеспечивают декларируемые ими свойства отказоустойчивости и живучести, так как они ориентированы на создание «высоконадежных» систем в смысле сохранения в их составе в течение заданного временного интервала требуемого минимального числа исправных, но взаимно изолированных элементов, что противоречит определению системы.

---

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 01-01-00790).

Предложенный в [2] подход к моделированию отказоустойчивых систем позволяет абстрагироваться от надежностных свойств элементов системы и перейти от частных результатов, связанных с конкретными значениями показателей надежности ее элементов, к обобщенному анализу отказоустойчивости и живучести системы с исследуемой архитектурой. Этот подход направлен на создание систем, сохраняющих работоспособность в расчетном диапазоне кратностей отказов, и основан на оптимизированном распределении различных форм избыточности: от структурной до алгоритмической. Анализ архитектуры живучих систем и их компонентов, проводимый в постановке, инвариантной к надежностным характеристикам применяемых элементов, базируется на оригинальных моделях, показателях и методах, аксиоматически предполагающих неизбежность отказов, а не их вероятность. Это создает предпосылки для обеспечения устойчивости системы не только к естественным отказам, коррелирующим с показателями надежности, но и к отказам заданной кратности, обусловленным внутренними факторами или возможными внешними воздействиями, не учитываемыми надежностными методами.

Важнейшей характеристикой структуры отказоустойчивой системы является ее связность как мера защищенности графа системы от распада на не связанные между собой части при удалении вершин и (или) ребер. Предложенные в [2] модель структурно-живучей вычислительной системы (ВС) и метод оценки живучести ее структуры базируются на использовании новой характеристики связности – проводимости соединения выбранной пары вершин в графе. Полученные аналитические выражения, графические зависимости и численные оценки легли в основу сравнительного анализа живучести вычислительных систем с полносвязной, гиперкубической [3] и гексагональной [4] структурами и впервые позволили оценить степень сохранения такими системами коммуникационных свойств в условиях неизбежной деградации, вызванной отказами вычислительных модулей и линий связи между ними. В [5, 6] дана формальная постановка проблемы оптимизации вложения диагностического графа в структуры вычислительных систем, предложены критерии оптимизации диагностических структур и изучена зависимость структурной живучести диагностического графа от кратности отказов в рабочем графе. В работах [7, 8] представлена технология анализа и синтеза отказоустойчивых систем регистрации и обработки изображений, основанная на использовании показателей живучести и известных методов теории графов, комбинаторики и теории множеств.

В работе [9] предложен способ формального описания графов, позволивший уточнить математическую модель и методику оценки живучести систем в связи с предоставленными этим способом возможностями существенного снижения трудоемкости соответствующих алгоритмов в исследованиях коммуникационных свойств ВС. Доказаны теоремы и приведены основанные на них методики поиска кратчайших непересекающихся маршрутов, повышающие оперативность алгоритмов реконфигурации отказоустойчивых параллельных систем при их деградации. В процессе алгоритмической и программной реализации появившихся возможностей возникла необходимость в большей формализации скобочной модели графа. С этой целью в [10] были введены и обоснованы новые понятия и определения, сформулированы положения, составившие теоретическую основу использования предлагаемых моделей. Проведена конкретизация общего описания вычислительных систем для типовых приложений и получены аналитические выражения для определения потенциальной отказоустойчивости этих систем. В рамках структурного подхода к проектированию сложных систем, предполагающего их многоуровневую организацию и выделение конструктивно и функционально самостоятельных подсистем, в [11] дано общее описание модели отказоустойчивой системы с многоуровневой организацией и рассмотрен подход к построению на принципах отказоустойчивости как самих систем, так и составляющих их подсистем и компонентов.

Общим в постановке задачи анализа отказоустойчивости в вышеперечисленных работах является представление системы моделью, все элементы которой связаны. При этом одним из условий сохранения работоспособности системы в случае отказов ее элементов является сохранение связности, т. е. число компонент связности графа системы не превышает единицы вплоть до кратности отказов, равной критичному значению показателя отказоустойчивости. Данное условие, как правило, справедливо для распределенных систем с децентрализованным управлением, но соответствующим образом оно выводит за пределы применения аппарата анализа отказоустойчивости к системам с числом компонент связности, большим единицы. К таким системам можно отнести, например, человекомашинные дублированные системы, а также системы, сохраняющие функциональную целостность и в тех случаях, когда хотя бы одна функциональная подсистема из множества существенных представлена (изначально либо в результате отказов) несвязным подграфом или слабо связным ориентированным подграфом [8] с числом вершин, меньшим числа вершин графа, соответствующего текущему состоянию системы.

Цель предлагаемой работы состоит в формулировании нового подхода к моделированию и созданию отказоустойчивых систем, в обобщении соответствующих постановок для систем с произвольными структурами, в сопоставлении понятий толерантности графов, отказоустойчивости, живучести и надежности многоуровневых систем, в определении формальных эквивалентов этих понятий.

1. **Моделирование отказоустойчивых систем.** В отличие от надежности отказоустойчивость и живучесть системы не являются характеристиками используемых для ее построения аппаратных средств. В значительной мере эти свойства определяются тем, что вкладывается в понятие работоспособности системы ее разработчиками и пользователями: какие показатели качества являются существенными и используются для оценки устойчивости к отказам, каковы граничные значения этих показателей в случаях деградации системы и т. п.

Формально система может быть представлена множеством реализуемых ею существенных (жизненно важных) функций [3]:

$$F = \{F_1, F_2, \ldots, F_{m-1}, F_m\}, \qquad Y = F(X). \tag{1}$$

Здесь Y – множество существенных выходных результатов (управляющих воздействий), а X – множество исходных данных (внешних воздействий). Определение множества X как существенного в общем случае не обязательно из предположения, что это может ограничить допускаемую избыточность как на уровне исходных данных, так и на функциональном. Например, часть исходных данных может быть получена в явном виде непосредственно, но может быть получена и косвенным путем из других данных в результате дополнительной их обработки, что предполагает наличие соответствующих дополнительных функций в F. Или, например, поступление исходных данных в систему, как правило, характеризуется некоей периодичностью, и нарушение этой периодичности также может компенсироваться, в частности, соответствующими интерполяциями и дополнительными вычислениями.

Для системы с архитектурой конвейерного типа можно внести следующие дополнения в (1):

$$Y_i = F_i(X_i) = F_i(Y_{i-1}) = F_i(F_{i-1}(X_{i-1})),$$

$$Y = F(X) = Y_m = F_m(F_{m-1}(F_{m-2}(...(F_2(F_1(X_1)))))).$$

Такую систему можно считать живучей, если на любом интервале $\tau(t) \geq T_{\max}$ из заданного времени $T_з$ ее эксплуатации ($t \leq T_з$) множество реализуемых на этом временном интервале функций $F(t)$ включает в себя множество существенных функций F, $F \subseteq F(t)$. При этом время реализации T_i каждой такой функции не должно превышать величину, определяемую заданным предельным значением $T_{\max}$ и совокупным временем $T(t)$ реализации остальных существенных функций:

$$T(t) = \sum_{1}^{m} T_i(t) \leq T_{\max}, \quad \text{или} \quad T_i(t) \leq T_{\max} - \sum_{j \neq i}^{m} T_j(t). \tag{2}$$

Модель системы с распределенной (например, по данным) архитектурой существенно отличается от модели конвейерных систем:

$$F = \{F_1, F_2, ..., F_{m-1}, F_m, F_{m+1}\},$$

$$X = \bigcup_{1}^{m} X_i, \qquad Y_i = F_i(X_i), \qquad X_{m+1} = \bigcup_{1}^{m} Y_i = \bigcup_{1}^{m} F_i(X_i),$$

$$Y = Y_{m+1} = F_{m+1}(X_{m+1}) = F_{m+1}\left(\bigcup_{1}^{m} Y_i\right) = F_{m+1}\left(\bigcup_{1}^{m} F_i(X_i)\right),$$

а условия сохранения ею работоспособного состояния могут быть представлены в виде

$$\begin{gathered} T(t) = \max\{T_i(t)\} + T_m(t) \leq T_{\max}, \\ T_i(t) \leq T_{\max} - T_m(t), \quad T_m(t) \leq T_{\max} - \max\{T_i(t)\}. \end{gathered} \tag{3}$$

Таким образом, невозможность реализации любой из множества F существенных функций либо выполнение ее вне временных интервалов, определенных в рассмотренных примерах условиями (2) или (3), означает отказ системы в целом. Тогда живучесть любой системы может быть определена как свойство, присущее ей в силу функциональной, структурной, алгоритмической и т. п. организации и заключающееся в том, что любой отказ (группа отказов) из числа возможных не выводит систему за пределы реализации в реальном времени необходимого минимума функций, достаточного для получения определенного техническими требованиями результата.

Исследования свойств системы противостоять деструктивным последствиям отказов, возникающих в процессе ее эксплуатации, основаны на использовании графовых моделей системы. При этом вершины графа системы поставлены в соответствие конструктивно и функционально самостоятельным ее модулям, а дуги определяют интерфейс между этими модулями. Отказы в системе моделируются изъятием элементов графа (вершин или дуг). Необходимость исследования отказоустойчивости систем на структурном уровне потребовала введения соответствующих понятий и показателей в графовые модели таких систем.

Итак, анализируемая система S представляет собой совокупность взаимодополняющих друг друга (функционально, алгоритмически, информационно, энергетически и т. д.) конструктивно самостоятельных компонентов, а ее модель представлена графом $G(V, E)$, $|V| = N$ – число вершин графа (модулей системы). Пусть $F = \{F_i\}$ – множество функций, определяющих функциональную целостность системы, а S_i – функциональная подсистема, предназначенная для реализации функции $F_i \subseteq F$, причем $S = \bigcup_{1}^{m} S_i$, $|F| = m$. Соответственно $G_i(V_i, E_i) \subseteq G(V, E)$ – подграф (не обязательно связный), являющийся формальной моделью подсистемы S_i. Дополним описание каждого из подграфов $G_i(V_i, E_i)$ подсистемы S_i предикатом η_i, задающим условия адекватности этого подграфа требованиям, предъявляемым к подсистеме. Физический смысл введения предиката адекватности η_i состоит в необходимости определить формальные условия сохранения системой (подсистемой) структуры, достаточной для реализации (с требуемым качеством) в ней функции $F_i \subseteq F$, несмотря на возникающие в процессе эксплуатации системы (подсистемы) отказы ее элементов. Модель изолированной подсистемы S_i представим графом $G_i(V_i, E_i; \eta_i)$, а модель этой подсистемы в составе системы S – графом $G(V, E, \eta_i)$ с введенными в их описания предикатами адекватности η_i и $\mathrm{H} = \bigcap_i \eta_i$. Адекватность графа G предъявляемым к нему требованиям может быть задана таблично, множествами функций или логических отношений, определяющими подмножества подграфов, отвечающих условиям, заданным Н. Здесь предикат адекватности Н системы S задан множеством $\{\eta_i\}$ и описывает обобщенные для системы условия ее работоспособности.

Предикат η_i связывает подмножества вершин $V_i^{l_V} \subseteq V_i$, $\left|\{V_i^{l_V}\}\right| = C_{l_V}^{N_i}$, $l_V \le N_i$, и ребер $E_i^{l_E} \subseteq E_i$, $\left|\{E_i^{l_E}\}\right| = C_{l_E}^{q_i}$, $l_E \le q_i$, с возможностью или невозможностью реализации функции $F_i \subseteq F$ на подсистемах $S_i^{l_V}$ или $S_i^{l_E}$, представленных графами из множеств $\{G_i(V_i^{l_V}, E_i')\}$ или $\{G_i(V_i, E_i^{l_E})\}$ и получающихся в результате изъятия l_V вершин или l_E ребер из подсистемы S_i. Здесь $N_i = |V_i|$ и $q_i = |E_i|$ – число вершин и ребер в подсистеме S_i, а $\{V_i^l\}$ и $\{E_i^l\}$ являются подмножествами вершин и ребер в подграфе i-й подсистемы, определенных множеством сочетаний $C_{l_V}^{N_i}$ и $C_{l_E}^{q_i}$ из N_i и q_i элементов по l_V и l_E. Очевидно, что при $l_V = l_E = 0$ подмножества $\{V_i^l\} = V_i$ и $\{E_i^l\} = E_i$, а исследуемая подсистема находится в исходном состоянии и работоспособна.

Ограничимся рассмотрением отказов вершин и опустим эти индексы в приводимых далее выражениях, что не снижает общности анализа, так как, во-первых, этот вид отказов наиболее деструктивен, а, во-вторых, все полученные здесь выкладки могут быть трансформированы простой заменой числа вершин N и N_l соответственно числом ребер q и q_l. Обозначим множество ребер в таком графе E', учитывая, что при появлении в графе l отказавших вершин подмножество ребер, инцидентных оставшимся в наличии вершинам, уменьшается на подмножество ребер, инцидентных изъятым вершинам.

Уточним смысл выражений, использующих в своей основе введенные понятия предиката адекватности:

– запись $G(V, E; \eta_i)$ ограничивает область действия предиката η_i графом $G(V, E)$ и определяет множество подграфов этого графа, адекватных заданным предикатом η_i условиям;

– для записи $\eta_i(G(V, E))$ область определения результата применения предиката η_i к графу $G(V, E)$ ограничена множеством $\{0, 1\}$, причем равенство $\eta_i(G(V, E)) = 1$ указывает на адекватность графа $G(V, E)$ требованиям, заданным предикатом η_i;

– групповая запись $\{G_1, G_2, ..., G_j, ...\} \wedge \eta_i$ равносильна записи $\{G_1(\eta_i), G_2(\eta_i), ..., G_j(\eta_i), ...\}$ и определяет множество адекватных η_i подграфов для всех графов, заданных исходным множеством $\{G_1, G_2, ..., G_j, ...\}$, а $|\{G_1, G_2, ..., G_j, ...\} \wedge \eta_i|$ определяет число таких подграфов;

– групповая запись $\eta_i\{G_1, G_2, ..., G_j, ...\}$ равносильна записи $\{\eta_i(G_1), \eta_i(G_2), ..., \eta_i(G_j), ...\}$.

Добавим, что в общем случае подграфы этих подсистем могут пересекаться вплоть до полного их совпадения, но при этом предикаты адекватности для каждой из подсистем могут быть различными. Очевидно, что при совпадении объектов применения одинаковых по сути, но численно отличающихся предикатов различных функциональных подсистем, их обобщение в предикате адекватности Η для графа системы должно осуществляться по принципу, в соответствии с которым этот предикат для одного и того же подграфа, поставленного в соответствие разным функциональным подсистемам системы, совпадает с наихудшим в смысле реализуемости предикатом.

Определение 1. Вершинная (реберная) толерантность графа $G(V, E)$ есть свойство, согласно которому во множестве его подграфов $\{G(V_1, E')\}$, или $\{G(V, E_1)\}$, получающихся в результате изъятия из графа любой вершины (любого ребра), найдется хотя бы один подграф, адекватный требованиям, заданным предикатом Η.

Указанное свойство графа $G(V, E)$ при заданной кратности l отказов логично оценивать отношением θ_l числа подграфов $|\{G(V_l, E') \wedge \mathrm{H}\}|$ к общему числу подграфов C_l^N, определяемому числом сочетаний из N элементов по l:

$$\theta(G(V_l, E'; \mathrm{H})) = |\{G(V_l, E')\} \wedge \mathrm{H}| / C_l^N.$$

Функция толерантности графа определяет изменения соответствующего показателя от заданной кратности отказов:

$$\Theta(G(V_l, E; \mathrm{H})) = |\{G_l\} \wedge \mathrm{H}| / C_l^N, \qquad l = \overline{0, N}.$$

Если предикат Н определяет условия достижимости, то множество $\{\{G_l\} \wedge \mathrm{H}\}$ содержит только связные подграфы графа $G(V, E)$. В этом случае можно говорить об исследовании графа на его толерантность в отношении достижимости вершин этого графа, что соответствует обычной постановке задачи анализа структурной живучести, принятой в [2]. Если отношение достижимости дополнено, например, условием предельной длины маршрута, как это принято в [3], то в состав множества $\{\{G_l\} \wedge \mathrm{H}\}$ входят только те связные подграфы, в которых длины маршрутов между вершинами любой пары не превышают заданной. В таком случае речь идет об исследовании толерантности графа в отношении достижимости, ограниченной по длине маршрутов между вершинами. Таким образом, введение в описание графа системы обобщенного предиката Н позволяет добиться требуемой адекватности модели исследуемому объекту.

1.1. *Структурная отказоустойчивость*. Используя представленное выше определение толерантности графа, дадим определения отказоустойчивости для изолированной функциональной подсистемы (далее структурной отказоустойчивости подсистемы, или толерантности подсистемы), для функциональной подсистемы в составе системы (далее системной структурной отказоустойчивости подсистемы, или системной толерантности подсистемы) и для системы в целом (отказоустойчивости (толерантности) системы). Подчеркнем при этом, что система рассматривается как совокупность (объединение) подсистем, реализующих множество существенных функций системы, и не может включать в себя подсистемы или их компоненты, не имеющие отношения к реализации хотя бы одной из этих функций. Отметим также, что в общем случае каждая из подсистем включает в себя не только множество вершин и ребер, непосредственно обеспечивающих реализацию соответствующей ей функции из множества существенных, но и множество вершин и ребер, поддерживающих необходимые для этого коммуникации. В качестве предикатов, отражающих специфику структурной организации, присущую любым системам, как правило, может быть использован предикат достижимости. При этом системе соответствует множество так называемых графов соединений, более подробно рассмотренных в разд. 1.3.

Определение 2. Функциональную подсистему $S_i \subseteq S$ назовем структурно-отказоустойчивой в рамках этой подсистемы, если граф $G_i \subseteq G$ является толерантным при однозначном соответствии его предиката условиям работоспособности подсистемы.

Иными словами, структурная отказоустойчивость функциональной подсистемы S_i как самостоятельного (изолированного) компонента системы есть свойство, согласно которому в множестве отображающих эту подсистему подграфов $\{G_i^1\} = \{G_i(V_1, E')\}$ с одной отказавшей вершиной найдется хотя бы один подграф, адекватный предикату η_i, определяющему соответствие этого подграфа условиям работоспособности подсистемы. Показатель структурной отказоустойчивости подсистемы при заданной кратности отказов $0 \le l \le N$ определим выражением

$$\theta_i(S_i;\, l) = \left|\{G_i(V_l, E')\} \wedge \eta_i\right| / C_l^{N_i}, \tag{4}$$

где $\{G_i(V_l, E')\}$ – множество подграфов графа $G_i(V, E)$ с l отказавшими из N_i вершинами, $\left|\{G_i(V_l, E')\}\right| = C_l^{N_i}$; при $l = 1$ число таких подграфов равно числу элементов в подсистеме, $\left|\{G_i(V_1, E')\}\right| = C_1^{N_i} = N_i$.

О п р е д е л е н и е 3. Функциональную подсистему $S_i \subseteq S$ назовем структурно-отказоустойчивой в составе системы, если граф G системы является толерантным при однозначном соответствии его предиката адекватности условиям работоспособности подсистемы.

Иначе говоря, системная структурная отказоустойчивость функциональной подсистемы (как части системы S, т. е. $S_i \subseteq S$) есть свойство, согласно которому в множестве $\{G(V_1, E')\}$ подграфов, поставленных в соответствие системе с одной отказавшей вершиной, найдется такой, в котором отыщется хотя бы один подграф исследуемой подсистемы, адекватный требованиям, заданным предикатом η_i.

Очевидно, что если подсистема не является отказоустойчивой сама по себе (вне системы), то она не отказоустойчива и в ее составе, и наоборот. Показатель системной структурной отказоустойчивости подсистемы при заданной кратности отказов $0 \le l \le N$ определим выражением

$$\theta_i(S; l) = \left|\{G(V_l, E')\} \wedge \eta_i\right| / C_l^N. \tag{5}$$

Заметим, что при $l = 1$

$$\left|\{G(V_1, E')\}\right| = \left|\{G_i(V_1, E')\}\right| + N - N_i,$$

$$\theta_i(S; 1) = (\theta_i(S_i; 1) + N - N_i)/N.$$

Сложность анализа структурной отказоустойчивости системы при $l > 1$ определяется увеличением числа возможных сочетаний из N элементов системы (в нашем случае вершин графа) по l элементов, где l – заданное значение кратности отказов. Из определений 1, 2 и выражения (5) видно, что расширение исследуемой области от N_i до N значительно усложнили бы анализ системной структурной отказоустойчивости в сравнении со структурной отказоустойчивостью функциональной подсистемы, если бы показатель $\theta_i(S; l)$ не мог быть получен через представленное в (4) выражение для $\theta_i(S_i; l)$:

$$\theta_i(S; l) = \sum_{j=0}^{l} \delta(N_i, j)\theta_i(S_i, j) C_j^{N_i} \Big/ C_l^N. \tag{6}$$

Здесь $\delta(N_i, j) = 1$ при $j \le l + N_i - N$ и $\delta(N_i, j) = 0$ при $j > l + N_i - N$.

О п р е д е л е н и е 4. Систему назовем структурно-отказоустойчивой, если ее граф G является толерантным при однозначном соответствии его предиката адекватности условиям работоспособности системы в целом.

Иначе говоря, структурная отказоустойчивость $\theta(S; l)$ системы есть свойство, в соответствии с которым при любом единичном отказе в системе все ее функциональные подсистемы сохраняют работоспособность, т. е. $\left|\{G_1\} \wedge \mathrm{H}\right| > 0$. Соответствующий этому определению показатель при кратности отказов $0 \le l \le N$ имеет вид

$$\theta(S; l) = \left|\{G_l\} \wedge \mathrm{H}\right| / C_l^N.$$

Тот факт, что области определения функций отказоустойчивости графа, а также структурной отказоустойчивости системы и ее подсистем находятся в интервале от 0 до 1, не требует дополнительных пояснений.

Максимальное значение кратности отказов, при которой сохраняется единичное значение показателя структурной отказоустойчивости исследуемой подсистемы, определяет момент, с которого повышение кратности отказов может вызвать отказ этой подсистемы, а в силу существенности этой подсистемы ($F_i \subseteq F$) повлечет за собой отказ системы в целом. Это значение кратности отказов назовем предельным для подсистемы и обозначим как

$$L(S_i) = \max\left\{ l = \overline{0,\ N_i - 1},\ |\ \theta_i(S_i;\ l) = 1 \right\}.$$

Введем аналогичные обозначения для функциональной подсистемы как части системы:

$$L_i(S;\ l) = \max\left\{ l = \overline{0,\ N_i - 1},\ |\ \theta_i(S;\ l) = 1 \right\}. \tag{7}$$

Сравнивая при этом (4) и (6), нетрудно заметить, что при $l \geq L(S_i)$ функция $\Theta_i(S;\ l)$ проходит выше функции $\Theta_i(S_i;\ l)$. Этот достаточно тривиальный результат подтверждает бóльшую устойчивость подсистемы к отказам, возникающим вне исследуемой подсистемы.

Теорема 1. Предельное для функциональной подсистемы значение кратности отказов в системе равно предельному значению таковой в подсистеме и не зависит от избыточности системы по отношению к подсистеме:

$$L_i(S_i;\ l) = L(S_i).$$

Доказательство. Из постановки видно, что $S_i \subseteq S$, $V_i \subseteq V$, $E_i \subseteq E$ и $N_i \leq N$. Следовательно, множество подграфов $\{G_l^i\}$ подсистемы является подмножеством подграфов $\{G_l\}$, соответствующих системе с l отказавшими модулями $\{G_l^i\} \subseteq \{G_l\}$. Если при кратности l отказов в подмножестве $\{G_l^i\}$ не найдется ни одного подграфа с $\eta_i = 0$, то в подмножестве $\{G_l\}$ таких подграфов не будет тем более, так как в первом случае в множестве вершин V_i сосредоточены все отказы, а во втором – лишь часть этих отказов. Если же при кратности l отказов в подмножестве $\{G_l^i\}$ появится хотя бы один подграф с $\eta_i = 0$, то очевидно, что он находится и в множестве $\{G_l\}$. Конец доказательства.

Следствие. Значения показателей структурной и системной структурной отказоустойчивости подсистемы равны единице при возрастании кратности отказов вплоть до предельного для этой подсистемы значения

$$\theta_i(S_i;\ l) = \theta_i(S;\ l) = 1 \,|\, l < L(S_i).$$

Теорема 2. Верхняя граница значения предельной кратности отказов в системе равна значению таковой в наименее отказоустойчивой подсистеме:

$$L(S) \leq \min\{L(S_i)\}. \tag{8}$$

Справедливость выражения (8) следует из того, что структурным условием работоспособности системы в целом является работоспособность всех существенных функциональных подсистем и отказ любой подсистемы из множества существенных выводит систему из рабочего состояния. Здесь мы ограничимся лишь замечанием о том, что значения предельной кратности отказов многих систем совпадают с минимальными из значений предельных кратностей отказов составляющих их подсистем. В частности, в вышеприведенных системах с аддитивным интегральным показателем качества функционирования и условиями (2) и (3) неравенство (8) обращается в равенство.

1.2. *Пример анализа предельных кратностей отказов для типовых схем реализации вычислительных процессов.* Рассмотрим систему S, представленную взаимосвязанной совокупностью N не пересекающихся между собой подсистем: $S=\{S_i\}$, $i=\overline{1,N}$. Отказоустойчивость системы и каждой из входящих в нее подсистем характеризуем соответствующими им предельными значениями $L(S)$ и $L(S_i)$, причем, по меньшей мере, одна из подсистем обладает некоторой отказоустойчивостью, т. е. $\sum_i L(S_i)\geq 1$.

Условие отказоустойчивости одной из подсистем означает, что она, в свою очередь, представляет собой взаимосвязанную совокупность компонентов, среди которых или ни один не обладает свойством отказоустойчивости (в худшем случае), или некоторые из компонентов сами являются отказоустойчивыми подсистемами. Таким образом, рассматриваемая система является иерархической и, как минимум, трехуровневой.

Полагаем, что любая из подсистем представлена однотипными элементарными вычислительными модулями (далее элементами системы) и (или) такими же подсистемами; число тех и других в подсистемах может быть произвольным.

Считаем также, что в результате деградации система остается управляемой (все общесистемные функции сохраняются) и связной (система не распадается на изолированные друг от друга работоспособные части). Таким образом, с общесистемной точки зрения система может считаться работоспособной, пока хотя бы одна из N подсистем находится в рабочем состоянии. Это означает, что в основу рассматриваемой здесь модели положена распределенная система с полностью децентрализованным управлением. Выбор такой системы позволяет оценивать ее потенциальную отказоустойчивость без учета инфраструктуры. Под инфраструктурой системы понимается совокупность всех средств, которые обеспечивают функциональную целостность системы: средств энергопитания подсистем, их информационно-управляющего взаимодействия (от линий связи до протоколов и алгоритмов) и т. п.

Принимаем, что для подсистем самого нижнего уровня системы, не содержащих в своем составе вложенных подсистем, выполняется условие

$$L(S_i)=N_i-1. \tag{9}$$

Данное условие определяет предельную отказоустойчивость и, как правило, служит ориентиром для разработчиков при создании отказоустойчивых подсистем. Представленное выше общее описание системы дополним некоторыми условиями, уточняющими типовые применения системы и реализуемые в ней прикладные алгоритмы (схемы параллельных вычислительных процессов), и определим для этих случаев предельные значения кратностей отказов в системе.

Случай 1. Потоки входной информации, множества существенных функций и предельные значения времени их реализации для каждой из подсистем совпадают. Этот случай чаще всего имеет место в отказоустойчивых системах, построенных по принципу «горячего резервирования», причем в каждой из резервированных подсистем способ реализации отказоустойчивости или отсутствие этого свойства не играет роли.

В общем случае потенциально возможное значение отказоустойчивости каждой из подсистем определяется как $L_{\max}(S_i) = N_i - 1$, для системы в целом

$$L_{\max}(S) = \sum_{i=1}^{N} L(S_i) + N - 1 = \sum_{i=1}^{N} (N_i - 1) + N - 1 = \sum_{i=1}^{N} N_i - 1$$

(здесь N_i – мощность множества входящих в i-ю подсистему элементов). Очевидно, что

$$L_{\max}(S) > \sum_{i=1}^{N} L_{\max}(S_i) \quad \text{при} \quad N > 1$$

и система, состоящая из нескольких подсистем, обладает предельной кратностью отказов, превышающей сумму предельных кратностей каждой из этих подсистем. Естественно, что при $N = 1$ значения отказоустойчивости системы и составляющей ее подсистемы совпадают: $L_{\max}(S) = L_{\max}(S_1)$. Нетрудно убедиться, что это превышение определяется уменьшенным на единицу числом подсистем:

$$L_{\max}(S) - \sum_{i=1}^{N} L_{\max}(S_i) = N - 1$$

и не зависит ни от числа элементов, составляющих каждую подсистему, ни от ее отказоустойчивости.

Случай 2. Множества существенных функций и предельные значения времени их выполнения для каждой из подсистем совпадают, а потоки входной информации различны. Одной из таких систем является параллельная система обработки изображений. Как правило, фрагменты быстроменяющихся сцен (или последовательные кадры) распределены по подсистемам, причем размер фрагмента в подсистеме (или квота числа обрабатываемых кадров) соответствует ее производительности.

Считаем, что при отказе любых l элементов системы, не приводящих к отказу ни одной из отказоустойчивых подсистем $l \le L(S_i)$, $L(S_i) > 0$, обрабатываемые этими элементами фрагменты перераспределяются таким образом, что результирующее время обработки составляет величину

$$T_l = T_0 \sum_{i=1}^{N} N_i \Bigg/ \left(\sum_{i=1}^{N} N_i - l \right),$$

где T_0 – время обработки при кратности $l=0$. Полагаем, что система работоспособна при некоторой кратности l отказов, если время обработки не превышает предельного значения, $T_l \le T_{\max}$. Заметим, что при кратности отказов $l \le L(S_i)$, $L(S_i) > 0$ фактическое число l' выведенных из системы элементов может превысить величину l вследствие отказа одной или нескольких подсистем. Таким образом, максимальное число элементов $l'_{\max}$, выведенных из состава системы при кратности l отказов, должно удовлетворять условию

$$l'_{\max} \le (1 - T_0/T_{\max}) \sum_{i=1}^{N} N_i.$$

В общем случае для определения $L(S)$ должны быть найдены комбинации подсистем, в которых суммарное число элементов равно значению $l'_{\max}$. При отсутствии таких комбинаций выбираются комбинации подсистем с суммарным числом элементов, близким к $l'_{\max}$, но не превышающим этого значения. В случае предельной отказоустойчивости подсистем (9) получим

$$L(S) = \left| (1 - T_0/(T_{\max}) \sum_{i=1}^{N} N_i \right|.$$

Случай 3. Множества существенных функций, предельные значения времени их выполнения, а также потоки входной информации для каждой из подсистем различны. Этот случай характерен для ВС универсального назначения, представляющей собой распределенный ресурс для множества пользователей, состав последних и их задачи не являются фиксированными.

Рабочее состояние такой системы обусловлено обязательной работоспособностью всех входящих в ее состав подсистем, т. е. каждая подсистема должна быть отказоустойчивой: $\forall S_i L(S_i) > 0$. Полагаем заданным допустимый минимум числа исправных элементов системы $N^* < N$. Если при этом $N^* \le N - L(S)$, то значения предельной кратности отказов системы как в общем случае, так и в случае предельной отказоустойчивости (9) подсистем одинаковы: $L(S) = \min\{L(S_i)\}$. Если же к отказоустойчивости системы предъявляются более жесткие требования, т. е. $N^* > N - L(S)$, то $L(S) =$ $= N - N^*$.

Из рассмотренных случаев видно, что значения предельных кратностей отказов, найденные из предварительного анализа временных характеристик работоспособности системы, могут послужить основой для целенаправленного синтеза соответствующих этим значениям отказоустойчивых структур.

1.3. *Структурная живучесть.* Определим структурную живучесть как способность системы сохранять в требуемых пределах необходимые коммуникационные параметры при заданной кратности отказов элементов структуры системы в любых их сочетаниях. В этом определении суть коренного отличия свойств отказоустойчивости и живучести: если показатель структурной отказоустойчивости предназначен для количественной оценки свойства системы сохранения ее работоспособности в терминах булевой алгебры (да, нет), то показатель структурной живучести дает количественную оценку с учетом количественных критериев сохранения системой этого свойства (в каком диапазоне, насколько хуже и т. д.). Для характеристики коммуникационных свойств вычислительных систем в [2] введено понятие соединения. Под соединением пары $\{m, s\}$ вершин понимаем множество $M(m,s) = \{M_j(m,s)\}$ всех непересекающихся маршрутов между ними. Маршрут $M_j(m,s)$ представляет собой простую цепь длиной $\Lambda_j(m,s)$ с начальной m и конечной s вершинами. По аналогии с электрическими цепями проводимостью маршрута $M_j(m,s)$ называем величину $\rho_j(m,s) = \Lambda_j^{-1}(m,s)$, где Λ_j – число ребер в j-м маршруте. Соединение вершин m и s характеризуется проводимостью $\rho(m, s)$, являющейся суммой проводимостей маршрутов:

$$\rho(m,s) = \sum_{j=1}^{|M(m,s)|} \rho_j(m,s) = \sum_{j=1}^{|M(m,s)|} \Lambda_j^{-1}(m,s).$$

Предельная для подсистемы кратность отказов определяется выражением

$$L(S_i) = \min_{m,\, s \in V_i} \{L(m,s)\}.$$

Здесь $L(m,s)$ – максимальное число отказов, при котором в рассматриваемом соединении найдется хотя бы один маршрут длиной, не превышающей предельно допустимого значения $\Lambda_i^*(m,s)$, т. е.

$$\forall (m, s \in V_i,\ m \neq s) \exists\, M_{ij}(m,s),\ \Lambda_{ij}(m,s) \le \Lambda_i^*(m,s).$$

Обычно при этом принимается $\forall (m, s \in V_i,\ m \neq s) \Lambda_i^*(m,s) = \Lambda^*(G_i)$, а для системы $L(S) \le \min\{L(S_i)\}$.

Далее индексы принадлежности соединению (m,s) по возможности будем опускать, полагая, что представленные выкладки относятся к любой паре вершин в графе системы. Обозначим через $\rho_j(l)$ проводимость j-го маршрута в соединении при l отказах в графе, а через $\rho(l) = \sum_{j=1}^{|M|} \rho_j(l)$ – проводимость соединения произвольно взятой пары вершин при той же кратности l отказов в графе вершин или ребер (или тех и других одновременно). В работах [2–6] проводимость j-го маршрута и живучесть $r(l)$ соединения в целом при наличии l отказавших вершин определяются соответственно выражениями

$$\rho_j(l) = \rho_j(0) C_l^{N - \Lambda_j - 1} \Big/ C_l^N, \qquad r(l) = \frac{\rho(l)}{\rho(0)} \frac{L - l}{L}, \tag{10}$$

а структурная живучесть системы характеризуется средним значением живучести по всем соединениям:

$$\overline{R}(S; l) = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{m,\, s \in V} r((m,s), l).$$

Введенное в (10) отношение $(L - l)/L$ дает возможность отсечь все состояния системы, в которых появляется потенциальная, пусть и маловероятная, возможность ее отказа.

Паре вершин в функциональной подсистеме поставим в соответствие граф, множество элементов которого, наряду с взятой парой вершин, не только непосредственно обеспечивает реализацию существенных функций этой подсистемы, но и включает в себя также подмножества вершин и ребер графа системы, поддерживающих необходимые для этого коммуникации (с учетом их количественных характеристик). Назовем полученный таким образом граф графом G_{ik} соединения. Здесь индекс k задает пару (m, s) вершин в подсистеме S_i, непосредственно участвующих в реализации функции F_i. Получение такого графа посредством построения его скобочного образа [10] до уровня с номером, равным предельной длине маршрута, и исключения из числа вершин последнего уровня всех, кроме вершины адресата, не представляет сложности.

Утверждение 1. Соединение пары вершин является живучим и отказоустойчивым, если граф этого соединения является толерантным в отношении достижимости.

Здесь и далее понятие достижимости дополнено нами введенными ограничениями на длину маршрута, соответствующего этой паре вершин. Таким образом, структурная живучесть соединения в функциональной подсистеме S_i есть свойство, согласно которому в множестве реализующих это соединение подграфов $\{G^1_{ik}\} = \{G_{ik}(V_1, E')\}$ с одной отказавшей вершиной найдется хотя бы один подграф, адекватный предикату η_{ik}, определяющему соответствие этого подграфа условиям достижимости. Но согласно определению 2 такая подсистема является также и отказоустойчивой, что указывает на справедливость данного утверждения. Среднее значение проводимости соединения при заданной кратности отказов $0 \le l \le N$ определим выражением

$$\rho_{ik}(l) = \sum_{j=1}^{C_l^{N_i}} \rho_j(\{G_i(V_l, E')\} \wedge \eta_{ik}) \Big/ C_l^{N_i}.$$

Определение 5. Функциональную подсистему назовем структурно-живучей, если граф ее соединений является толерантным при однозначном соответствии его предиката адекватности условиям работоспособности этой подсистемы.

Иными словами, структурная живучесть функциональной подсистемы S_i как самостоятельного (изолированного) компонента системы есть свойство, согласно которому в множестве подграфов $\{G^1_i\} = \{G(V_1, E')\}$ этой подсистемы с одной отказавшей вершиной найдется хотя бы один подграф, адекватный предикату η_i, определяющему пары взаимно достижимых в подсистеме вершин и предельные параметры их достижимости.

Так как в общем случае предикаты адекватности для каждой из подсистем могут быть различными, то построение обобщенного графа соединений системы должно осуществляться по принципу, в соответствии с которым предикат адекватности для соединения k-й пары вершин в графе системы приравнивается к наихудшему в смысле реализуемости предикату из предикатов всех функциональных подсистем.

Утверждение 2. Значения предельной кратности отказов как в отношении свойства структурной отказоустойчивости, так и в отношении свойства структурной живучести системы совпадают.

Анализ структурной живучести систем базируется на понятиях маршрутов, соединений и на исследовании их показателей, причем соответствующий каждому соединению в графе предикат достижимости η_{ik} по определению является одним из необходимых условий работоспособности исследуемой системы и входит в качестве составного элемента в предикаты адекватности системы. Поэтому граф системы может быть представлен множеством подграфов соединений пар взаимодостижимых вершин в ней, что соответствует представлению системы множеством соединений или коммуникационных подсистем. Из определения структурной отказоустойчивости следует, что если система обладает свойством структурной отказоустойчивости, то существует некоторое, отличное от нуля, значение предельной кратности отказов в системе, при котором в множестве потенциально возможных состояний системы не может быть неработоспособных. Аналогичное утверждение следует из определения 5 структурно-живучих систем, что указывает на справедливость сформулированного выше утверждения.

Следствие из утверждения 2. Структурная отказоустойчивость и структурная живучесть являются взаимно определяющими свойствами системы (подсистемы): наличие (отсутствие) одного из этих свойств означает наличие (отсутствие) другого.

Учитывая сформулированное выше следствие, не имеет смысла вводить дополнительные формулировки, уточняющие понятия свойств системной структурной живучести подсистемы и структурной живучести системы.

1.4. *Структурная надежность.* Если понятия и показатели структурной отказоустойчивости и живучести, введенные в разд. 1.1 и 1.3, основаны на аксиоме неизбежности отказов и предназначены таким образом для обобщенных анализа и синтеза оптимальных в структурном плане систем, не зависящих от надежности используемых в системе компонентов, то анализ структурной надежности имеет целью определить ожидаемые в течение эксплуатационного периода параметры конкретной системы, компоненты которой обладают некоторыми, вполне определенными, надежностными характеристиками.

Определение 6. Структурная надежность подсистемы S_i есть свойство, в соответствии с которым существует отличное от нуля значение вероятности того, что в пределах заданного временного интервала отдельно взятая подсистема сохранит структуру, достаточную для реализации ее функционального предназначения.

Таким образом, показателем структурной надежности подсистемы S_i является вероятность $p_i(\tau)$. Формальное описание показателя структурной надежности имеет следующий вид:

$$p_i(\tau) = p(\forall\tau \in [0, t] \exists G_i(\tau) = (\{G_i^0, G_i^1, ..., G_i^{N_i-1}, G_i^{N_i}\} \wedge \eta_i), |G_i(\tau)| > 0), \quad (11)$$

т. е. это вероятность того, что в множестве состояний подсистемы S_i, потенциально возможных на произвольно взятом в период ее эксплуатации элементарном временном интервале τ из промежутка от 0 до t при отказах от 0 до N_i ее элементов, найдется хотя бы одно состояние, представленное подграфом $G_i(\tau)$, соответствующим условиям работоспособности η_i. Под элементарным временным интервалом понимается достаточно малый в сравнении с периодом эксплуатации системы интервал времени, в течение которого совокупностью средств контроля, самодиагностики и восстановления работоспособности не допускаются необратимые (в реальном времени) последствия отказов элементов системы. Для однотипных компонентов подсистемы с равными значениями показателей надежности структурная надежность подсистемы может быть выражена через ее структурную отказоустойчивость:

$$p_i(\tau) = \sum_{j=0}^{N_i} p^j(\tau) q^{N_i - j}(\tau) \theta_i(S_i; j),$$

где $p(\tau)$ – значение вероятности исправной работы элемента подсистемы в течение малого отрезка времени τ при условии, что отказ не наступил в начале промежутка; $q(\tau) = 1 - p(\tau)$; j и $(N_i - j)$ – показатели степени при этих величинах.

Определение 7. Системная структурная надежность подсистемы S_i есть свойство, в соответствии с которым существует отличное от нуля значение вероятности того, что в пределах заданного временного интервала подсистема, действующая в составе системы, сохранит структуру, достаточную для реализации ее функционального предназначения.

Формальное описание показателя системной структурной надежности подсистемы имеет вид

$$p(\tau) = p(\forall \tau \in [0, t] \exists G_i(\tau) = (\{G^0, G^1, ..., G^N\}\} \wedge \eta_i), |G_i(\tau)| > 0),$$

т. е. это вероятность того, что в множестве состояний системы S, потенциально возможных на произвольно взятом в период ее эксплуатации элементарном временном интервале τ из промежутка от 0 до t при отказах от 0 до N ее элементов, найдется хотя бы одно состояние, представленное подграфом $G(\tau)$, соответствующим условиям работоспособности Н. В отличие от (10) сложность задачи анализа на соответствие условиям работоспособности η_i существенно возрастает в связи с тем, что число анализируемых подграфов увеличивается от $\sum_{j=0}^{N_i} C_j^{N_i}$ до $\sum_{j=0}^{N} C_j^{N}$:

$$p(\tau) = \sum_{i=1}^{m} p^j(\tau) q^{N-j}(\tau) \theta_i(S; j).$$

Определение 8. Структурная надежность системы $S = \bigcup_1^m S_i$ есть свойство, в соответствии с которым существует отличное от нуля значение вероятности того, что в пределах заданного временного интервала все подсистемы, действующие в составе системы, сохранят структуры, достаточные для реализации их функционального предназначения.

Формальное описание показателя системной структурной надежности имеет вид

$$p(\tau) = p(\forall \tau \in [0, t] \exists G(\tau) = (\{G^0, G^1, G^2, ..., G^{N-1}, G^N\}\} \wedge \mathrm{H}), |G(\tau)| > 0),$$

т. е. это вероятность того, что в множестве состояний системы S, потенциально возможных на произвольно взятом в период ее эксплуатации элементарном временном интервале τ из промежутка от 0 до t при отказах от 0 до N ее элементов, найдется хотя бы одно состояние, представленное подграфом

$G(\tau)$, соответствующим условиям работоспособности Н. Сложность задачи анализа системы на соответствие ее условиям работоспособности в сравнении с (11) еще более возрастает в связи с усложнением предиката $\mathrm{H} = \bigcap_{i=1}^{m} \eta_i$:

$$p(\tau) = \sum_{j=0}^{N} p^j(\tau) q^{N-j}(\tau)\theta(S; j).$$

Заключение. Методы анализа и синтеза отказоустойчивых систем, основанные на общепринятых надежностных показателях, малоинформативны и не дают сведений о регенеративных способностях системы в потоке отказов. Аргументами функции отказоустойчивости системы в предложенном подходе являются не надежностные, а, прежде всего, ее архитектурные (структурные, алгоритмические и т. п.) характеристики, и лишь только после того, как последние будут оптимизированы вне зависимости от надежностных свойств элементов системы, можно ставить задачу повышения надежности системы за счет использования в ее составе наиболее надежных компонентов. Надежностные характеристики могут использоваться также для оценки минимального уровня отказоустойчивости, необходимого для обеспечения работоспособности системы в течение требуемого времени сохранения системой свойства живучести или заданного периода проведения регламентных работ.

Представленная в работе обобщенная постановка задачи анализа отказоустойчивости не имеет ограничений на использование предложенного подхода в анализе систем с произвольными структурами, в том числе со структурами, в которых число компонент связности отображающих их графов больше единицы. На базе введенного в работе предиката адекватности формализованы понятия толерантности графов, структурной отказоустойчивости, структурной живучести и структурной надежности системы и входящих в нее подсистем, реализующих набор существенных для сохранения работоспособности системы функций. Даны формальные постановки, определения введенных показателей и аналитические выражения для их численной оценки.

Из представленного набора введенных показателей ясно, что комплексное использование их в анализе исследуемой системы дает достаточно полную характеристику ее отказоустойчивости. Появившиеся с применением этих показателей возможности анализа, инвариантного к надежности отдельных элементов системы, открывают хорошие перспективы в проектировании отказоустойчивых систем и синтезе адекватных этому свойству структур. При этом надежностные показатели элементов системы могут быть использованы в предварительной оценке значения предельной для системы кратности отказов при заданном изначально времени сохранения ею свойства отказоустойчивости, но последующие этапы проектирования отказоустойчивых систем должны быть свободны от применения зачастую не вполне достоверных данных о надежности ее элементов и основаны на достаточно объективной информации о фундаментальных свойствах применяемых структур.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Хорошевский В. Г.** Инженерный анализ функционирования вычислительных машин и систем. М.: Радио и связь, 1987.

2. **Мелентьев В. А.** Оценка потенциальной и структурной живучести вычислительных систем // Электронное моделирование. 1995. **17,** № 1. С. 78.

3. **Мелентьев В. А., Грязнов Н. Г.** Анализ живучести гиперкубической структуры межмашинных связей вычислительных систем // Там же. С. 63.

4. **Мелентьев В. А., Грязнов Н. Г.** Сравнительная оценка живучести гиперкубической и гексагональной структур распределенных вычислительных систем // Распределенная обработка информации: Тр. VI междунар. сем. Новосибирск: СО РАН. 1998. С. 194.

5. **Димитриев Ю. К., Мелентьев В. А., Грязнов Н. Г.** Анализ живучести вложенных диагностических структур // Автометрия. 2001. № 5. С. 51.

6. **Димитриев Ю. К., Мелентьев В. А, Грязнов Н. Г.** Оптимизация отказоустойчивого вложения диагностического графа в тороидальные структуры живучих вычислительных систем // АиТ. 2003. **64,** № 4. С. 133.

7. **Мелентьев В. А., Черепов Е. И., Чистохин И. Б.** Живучесть и отказоустойчивость фотоприемных систем // Автометрия. 2001. № 3. С. 39.

8. **Melentiev V. A., Cherepov E. I., Chistokhin I. B.** Robustness of image registration and processing systems // Pattern Recogn. and Image Analys. 2001. **11,** N 3. P. 560.

9. **Мелентьев В. А.** Скобочная форма описания графов и ее использование в структурных исследованиях живучих вычислительных систем // Автометрия. 2000. № 4. С. 36.

10. **Мелентьев В. А.** Скобочный образ графа // Тр. 6-й Междунар. конф. «Распознавание образов и анализ изображений: новые информационные технологии» (РОАИ-6-2002). Великий Новгород, 2002. Том 2. С. 365.

11. **Мелентьев В. А.** Модель системы с многоуровневой отказоустойчивостью // Тр. Междунар. конф. «Параллельные вычисления и задачи управления» (РАСО'2001). М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2001.

Институт физики полупроводников СО РАН,
E-mail: melva@isp.nsc.ru

Поступила в редакцию
5 ноября 2003 г.